

УДК 621.395.74

Обобщенная модель спектрально-избирательных деструктивных воздействий в оптических транспортных сетях специального назначения

Бойко А. П., Одоевский С. М., Стародубцев Ю. И.

Постановка задачи: развитие концепции совместного использования спектральных ресурсов волоконно-оптических линий связи, в том числе «спектр как услуга», актуализирует вопросы обеспечения безопасности и устойчивости оптических транспортных сетей связи при предоставлении независимым пользователям доступа к отдельным диапазонам оптического спектра. Ограничение спектра и мощности пользовательских сигналов не исключает возможность воздействия на каналы других пользователей вследствие формирования продуктов четырехволнового смешения. Поэтому возникает необходимость оценки потенциального ущерба и определения наиболее опасных конфигураций атакующих оптических сигналов. **Целью работы** является разработка обобщенной математической модели спектрально-избирательных деструктивных воздействий, позволяющей определить максимальный ущерб целевым оптическим каналам при ограниченных спектральных и энергетических ресурсах противника. **Используемые методы:** математическое моделирование четырехволнового смешения, смешанное целочисленное нелинейное программирование и пространственный метод ветвей и границ. В качестве показателя ущерба используется суммарная скорость передачи данных в заблокированных оптических каналах. **Новизна:** разработана обобщенная модель спектрально-избирательных деструктивных воздействий, представленная взаимно вложенным семейством частных моделей, соответствующих последовательному расширению возможностей противника по управлению средней мощностью, центральной частотой и шириной спектра атакующих оптических сигналов. Модель позволяет учитывать внеполосное воздействие продуктов четырехволнового смешения на целевые оптические каналы. **Результат:** вычислительный эксперимент показал, что расширение возможностей противника по управлению спектрально-энергетическими параметрами атакующих оптических сигналов в общем случае приводит к увеличению максимально достижимого ущерба целевым оптическим каналам. **Практическая значимость:** разработанная обобщенная модель может использоваться для оценки уязвимости оптических транспортных сетей и обоснования требований к контролю параметров пользовательских оптических сигналов при совместном использовании спектральных ресурсов ВОЛС.

Ключевые слова: оптическая транспортная сеть, спектральный ресурс, деструктивное воздействие, четырехволновое смешение, нелинейные эффекты, OSNR, математическое моделирование, пространственный метод ветвей и границ.

Актуальность

Сети связи (СС) специального назначения (СН) традиционно формируются с использованием телекоммуникационных ресурсов операторов Единой сети электросвязи (ЕСЭ) Российской Федерации (РФ). Такая практика обусловлена тем, что СС общего пользования (ОП) обладают значительно более разви-

Библиографическая ссылка на статью:

Бойко А. П., Одоевский С. М., Стародубцев Ю. И. Обобщенная модель спектрально-избирательных деструктивных воздействий в оптических транспортных сетях специального назначения // Системы управления, связи и безопасности. 2026. № 4. С. 1-52. DOI: 10.24412/2410-9916-2026-4-001-052

Reference for citation:

Boiko A. P., Odoevsky S. M., Starodubtsev Y. I. Generalized model of spectrally selective destructive impacts in special-purpose optical transport networks. *Systems of Control, Communication and Security*, 2026, no. 4, pp. 1-52 (in Russian). DOI: 10.24412/2410-9916-2026-4-001-052

той сетевой инфраструктурой по сравнению с сетями связи ведомственных систем. На различных этапах развития телекоммуникаций арендуемые ресурсы включали каналы аналоговых систем передачи, цифровые каналы и групповые тракты, сетевые соединения на основе технологий пакетной коммутации. В условиях ограниченных возможностей по строительству собственных волоконно-оптических линий связи (ВОЛС), использование ресурсов ЕСЭ РФ при формировании оптических транспортных сетей (ОТС) СН, позволяет обеспечить необходимую связность и пропускную способность. Таким образом, взаимодействие с инфраструктурой гражданских операторов связи остаётся одним из ключевых факторов функционирования ОТС СН.

Использование инфраструктуры ЕСЭ РФ приводит к тому, что развитие СС СН во многом определяется технологическими решениями, внедряемыми гражданскими операторами связи. В разные периоды времени технические принципы задействования арендуемых ресурсов совершенствовались вместе с развитием телекоммуникационных технологий общего назначения. Так, переход от аналоговых систем передачи к цифровым, способствовал широкому применению на СС СН цифровых групповых трактов плезиохронной цифровой иерархии, а последующее распространение технологий пакетной коммутации способствовало росту популярности сетевых соединений на основе виртуальных частных сетей (Virtual Private Network – VPN). Подобная зависимость приводит к тому, что СС СН вынуждены адаптироваться к архитектуре и технологическим особенностям гражданских сетей связи. В результате уровень устойчивости, управляемости и безопасности таких сетей во многом определяется решениями, принимаемыми операторами СС ОП. Таким образом, СС СН в значительной степени остаются заложниками технологической эволюции гражданской телекоммуникационной инфраструктуры [1, 2]. При этом зачастую под давлением конкуренции и растущего спроса на рынке телекоммуникаций новые технологии внедряются быстрее, чем формируются и отрабатываются зрелые механизмы их защиты и обеспечения устойчивости.

Вместе с тем аналогичные подходы широко реализуются и в практике построения военных сетей связи стран НАТО, где значительная часть инфраструктуры базируется на телекоммуникационных ресурсах гражданских операторов связи [3]. При этом обеспечение устойчивости гражданской инфраструктуры, включая телекоммуникационные сети, рассматривается как обязательство государств-участников и является одним из ключевых элементов коллективной обороны. В этих условиях на операторов связи возлагается комплекс задач по обеспечению надежного функционирования предоставляемых ресурсов, включающий как технические, так и организационные меры [4]. К числу технических мер, реализуемых на уровне физических ресурсов, относятся резервирование и пространственная диверсификация трасс волоконно-оптических линий связи, включая прокладку кабелей по разнесённым маршрутам и использование независимых кабельных сооружений. Существенную роль играет применение топологий, обеспечивающих физическую избыточность (кольцевых, ячеистых), позволяющих сохранять связность при повреждении отдельных участков кабельной инфраструктуры. Важным элементом является обеспечение энергетиче-

ческой устойчивости линейных объектов и узлов доступа, включая резервные источники питания и автономные системы жизнеобеспечения. Особое внимание уделяется непрерывному мониторингу состояния волоконно-оптических линий, в том числе с использованием рефлектометрии и распределённых сенсорных систем, позволяющих выявлять механические воздействия, деградацию параметров и несанкционированные вмешательства. Кроме того, должны быть предусмотрены механизмы оперативного восстановления физической инфраструктуры, включая регламенты аварийно-восстановительных работ, наличие резервных кабельных ресурсов и технических средств для быстрого переключения на альтернативные физические тракты передачи. Организационные меры предусматривают взаимодействие с государственными органами управления и военными структурами, участие в планировании и проведении мероприятий по обеспечению устойчивости, реализацию процедур приоритетного обслуживания трафика специального назначения и обмен информацией об угрозах и инцидентах.

С целью снижения рисков и угроз в последние годы осуществляется переход к использованию арендуемых телекоммуникационных ресурсов более низкого уровня, прежде всего физического. В рамках данной концепции ОТС СН формируются на базе доверенной телекоммуникационной инфраструктуры, основанной на выделенных линейно-кабельных ресурсах гражданских операторов связи: оптических кабелях, отдельных пар оптических волокон и выделенных длинах волн. С развитием технологий гибких оптических сетей (elastic optical networks, EON) и переходом к частотно-гибкой организации спектра возникает принципиально новая концепция предоставления телекоммуникационных ресурсов — «спектр как услуга» (Optical Spectrum as a Service, OSaaS) [5, 6]. В рамках данной концепции объектом аренды становится не фиксированный канал или длина волны, а непрерывный диапазон частот оптического спектра, выделяемый пользователю на заданном маршруте в транспортной сети. Такой подход является логическим развитием практики предоставления «тёмного волокна» и выделенных длин волн, однако отличается существенно более высокой степенью гибкости и технологической независимости арендатора. Если при аренде длины волны оператор жёстко задаёт параметры оптического канала (центральную частоту, ширину спектра, скорость передачи), то в модели OSaaS пользователю предоставляется спектральный диапазон, внутри которого он самостоятельно формирует требуемую структуру передачи данных. При этом активное оборудование и средства управления сетью принадлежат пользователю, что позволяет существенно повысить уровень контроля над процессами передачи информации и снизить риски преднамеренных деструктивных воздействий.

Несмотря на существенные преимущества использования выделенных ресурсов физического уровня, полностью исключить риски при таком подходе не представляется возможным. В этих условиях оптическое волокно подобно радиоэфиру фактически становится конфликтной средой, в которой оптические сигналы различных пользователей могут оказывать взаимное влияние друг на друга. Подобное влияние обусловлено особенностями распространения оптиче-

ского излучения в оптическом волокне и проявляется в виде межканальных помех и нелинейных эффектов взаимодействия сигналов. В результате устойчивость и безопасность функционирования ОТС СН определяется не только параметрами передаваемых оптических сигналов в ВОЛС, но и их спектральным окружением, формируемым соседними каналами [7].

В свою очередь, переход к аренде ресурсов физического уровня, несмотря на повышение управляемости и контроля, требует дополнительной проработки мер противоборства на физическом уровне, включая защиту линейно-кабельных сооружений от преднамеренных воздействий, мониторинг несанкционированного доступа, выявление и подавление деструктивных влияний в оптической среде передачи, а также обеспечение электромагнитной и оптической совместимости в условиях совместного использования инфраструктуры. Таким образом, устойчивость сетей связи специального назначения в современных условиях определяется не только архитектурными решениями, но и комплексом мер, реализуемых как на стороне операторов связи, так и на уровне взаимодействия с государственными и военными структурами.

Современные оптические сети связи характеризуются высокой пропускной способностью и значительной гибкостью управления спектральными ресурсами, однако их функционирование может подвергаться различным деструктивным воздействиям на физическом уровне. В работе [8] предложена классификация атак в оптических сетях связи, в рамках которой они разделяются на пассивные, связанные с перехватом и детектированием передаваемых оптических сигналов, и активные, включающие различные формы помеховых воздействий, как в пределах полосы передаваемого оптического сигнала, так и вне её. Отдельно выделяется класс атак, основанный на перенасыщении оптических усилителей, при котором высокомогущный сигнал противника вызывает конкуренцию за усиление и приводит к снижению мощности оптических сигналов легитимных пользователей.

В работах [8, 9] представлены модели деструктивных воздействий в оптических сетях связи, среди которых выделяются несанкционированный перехват оптических сигналов, а также внедрение вредоносных оптических сигналов, способных вызывать перекрёстные помехи между каналами и перегрузку элементов сети. В этих работах также предлагаются методы защиты сети: оптическое шифрование, мониторинг аномалий, резервирование спектральных ресурсов и другие процедуры повышения живучести сети.

В работе [10] исследуется оптическая сеть с гибкой сеткой частот, в которой спектральный ресурс ВОЛС может распределяться между несколькими пользователями. Представлены модели интерференционных атак, реализуемых противником при совместном использовании с легитимными пользователями узлов коммутации и линейных ресурсов оптической сети связи. Показано, что при неблагоприятном частотном планировании противник способен инициировать перекрёстные помехи в узлах сети либо вызывать нелинейные искажения между оптическими каналами. Для снижения подобных рисков авторами предложены алгоритмы распределения маршрутов и спектральных ресурсов,

направленные на локализацию возможных воздействий и повышение устойчивости оптической сети.

Отдельное направление исследований связано с количественным моделированием вредоносных воздействий на волоконно-оптический линейный тракт. В работе [11] рассматриваются две модели деструктивных воздействий, основанные на введении высокомошного деструктивного сигнала как непосредственно в полосу частот целевого канала, так и в соседний частотный диапазон вне полосы легитимных оптических каналов. Показано, что внутриканальное подавление приводит к резкой деградации качества передачи уже при незначительном превышении мощности помехи относительно полезного сигнала. В случае внеполосного воздействия максимальный эффект достигается при определённом уровне мощности деструктивного оптического сигнала, при котором индуцируются наиболее интенсивные нелинейные искажения в целевых оптических каналах. Установлено, что эффективность деструктивного воздействия существенно зависит от спектрального положения атакующих сигналов, что в значительной мере определяет степень деградации качества передачи в сети.

Авторы работы [12] исследовали возможность реализации деструктивного воздействия на физическом уровне оптической сети за счёт введения высокомошного сигнала, вызывающего внутриканальную перекрёстную помеху в оптических коммутаторах. Выполнено моделирование распространения таких воздействий в оптической сети и проанализировано влияние мощности атакующего сигнала и коэффициента перекрёстных помех коммутационного оборудования на деградацию качества передачи. Показано, что увеличение мощности атакующего сигнала приводит к существенному ухудшению параметров передаваемых каналов, при этом интенсивность воздействия определяется характеристиками коммутаторов и топологией сети.

В работах [13, 14] предложен альтернативный подход к моделированию деструктивных воздействий в оптических сетях связи на функционально-сетевом уровне. В данных работах рассматриваются сетевые и компьютерные атаки, приводящие к перегрузке оптических каналов, отказам сетевых элементов и нарушениям процессов управления сетью. При этом основное внимание уделяется динамике функционирования сети, тогда как физические механизмы деградации оптического сигнала в линии передачи в данных моделях детально не рассматриваются.

Анализ исследований показал, что несмотря на существенный прогресс в области моделирования деструктивных воздействий в оптических сетях, вопросы внеполосных атак остаются недостаточно проработанными. В работе [15] предложен подход к повышению устойчивости оптических сетей на основе нейросетевого моделирования нелинейных эффектов и оптимизации спектрального распределения каналов для снижения влияния паразитной интермодуляции. Однако предложенная модель рассматривается для систем передачи с фиксированной сеткой частот и не учитывает особенности современных оптических сетей с гибкой сеткой частот и оптическими каналами переменной ширины.

Таким образом, остаётся открытым проблемный вопрос моделирования внеполосных атак на основе нелинейных эффектов в ОТС СН. Отсутствие теоретического анализа спектрально-избирательных атак при частичном доступе противника к спектру формирует существенный пробел в области безопасности и устойчивости ОТС СН. Вместе с тем, с развитием концепции «спектр как услуга», предполагающей деление спектральных ресурсов ВОЛС между независимыми пользователями [16], вопрос о том, какие именно части спектра наиболее уязвимы при условии, что противник располагает доступом лишь к ограниченному спектральному ресурсу в ВОЛС, становится всё более актуальным.

Технические принципы реализации концепции «спектр как услуга»

В основе реализации концепции OSaaS лежит использование гибкой сетки частот, стандартизованной МСЭ-Т [17]. Доступный в оптическом волокне спектр разбивается на базовые частотные интервалы (обычно 6,25 или 12,5 ГГц), из которых формируются непрерывные полосы частот дискретной ширины, которые могут динамически распределяться между пользователями ОТС. В результате объектом коммутации становится не отдельная длина волны, а диапазон частот, определяемый центральной частотой и шириной занимаемой полосы.

Технические принципы реализации OSaaS представлены на рис. 1. В рассматриваемой модели общий спектральный ресурс волоконно-оптической линии связи разделяется между N независимыми пользователями, каждому из которых предоставляется выделенный непрерывный диапазон частот. В пределах предоставленного спектрального ресурса пользователь самостоятельно формирует структуру оптического сигнала с использованием собственных транспондеров (мультиплексоров) с перестраиваемыми параметрами передачи. В частности, пользователь может определять количество оптических несущих, их частотное положение, формат модуляции, символьную скорость и другие параметры сигнала при условии соблюдения установленных оператором ограничений.

Сформированные пользователями оптические сигналы поступают на мультиплексоры с функцией спектрального уплотнения, после чего передаются через граничные устройства контроля параметров оптических сигналов в инфраструктуру оператора связи. Основной задачей граничного контроля является обеспечение соответствия вводимых в сеть сигналов условиям предоставления спектрального ресурса. Для этого осуществляется контроль занимаемой полосы частот и спектральной маски, обнаружение излучения за пределами выделенного диапазона, а также контроль оптической мощности. При нарушении установленных ограничений может выполняться ограничение или блокирование ввода соответствующего оптического сигнала в транспортную сеть. Тем самым граничное устройство формирует технический интерфейс между оборудованием пользователя и совместно используемой оптической инфраструктурой.

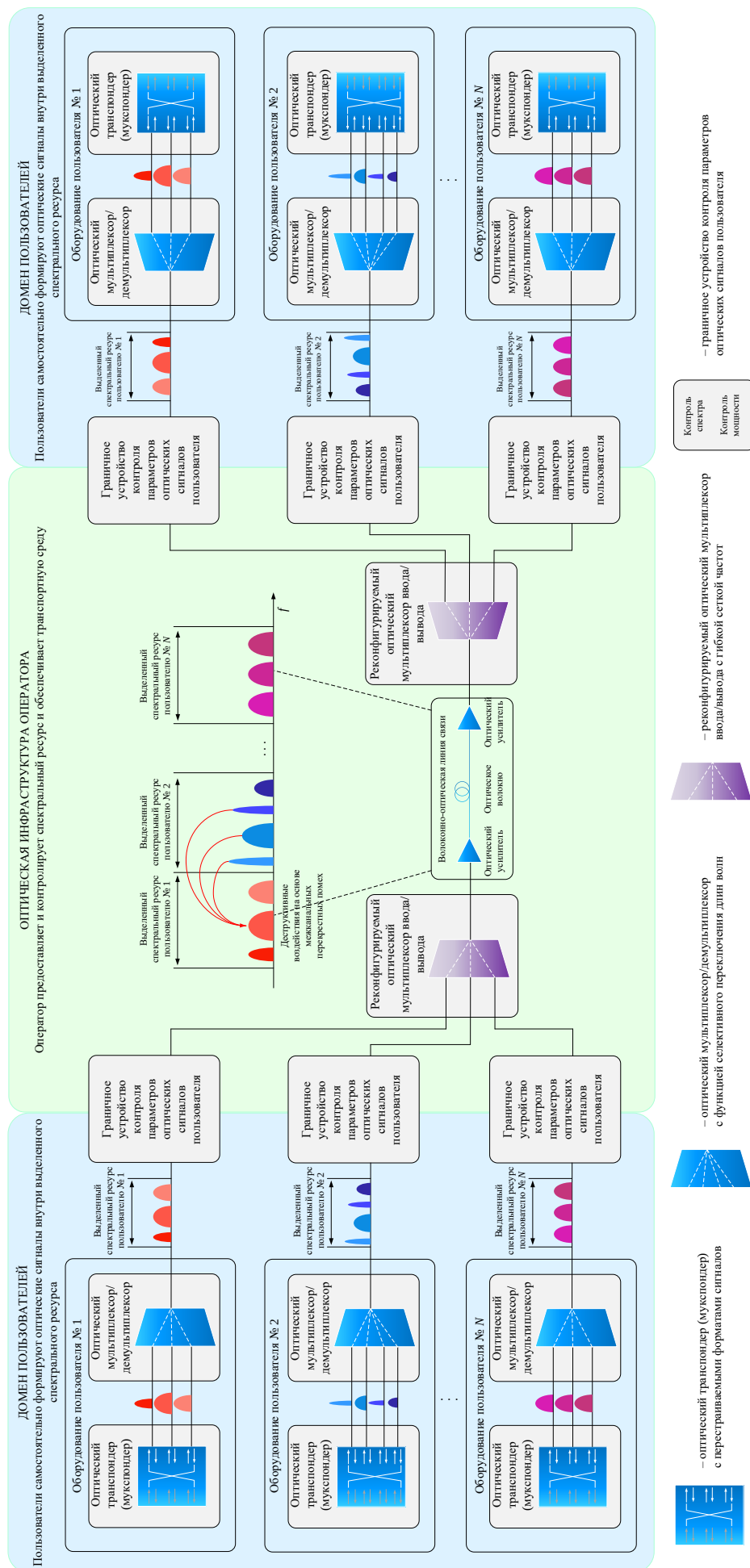


Рис. 1. Структурная схема реализации концепции «спектр как услуга»

На стороне оператора спектральные ресурсы различных пользователей объединяются с помощью реконфигурируемого оптического мультиплексора ввода/вывода с гибкой сеткой частот и передаются по общему волоконно-оптическому линейному тракту. При этом за каждым пользователем сохраняется выделенный спектральный диапазон на всем маршруте передачи. В линейном тракте совокупный оптический сигнал проходит через общие для пользователей элементы инфраструктуры, в том числе оптические усилители, волоконно-оптические линии связи и промежуточные узлы коммутации. На противоположной стороне тракта осуществляется спектральное разделение группового сигнала и передача соответствующих диапазонов оборудованию пользователей.

Оператор связи реализует следующие функции:

- определяет маршрут передачи оптического сигнала в сети;
- выделяет на этом маршруте непрерывный диапазон частот;
- резервирует спектральные ресурсы на всех ВОЛС маршрута;
- гарантирует параметры качества передачи (OSNR, допустимую среднюю мощность, спектральные ограничения).

Пользователь, в свою очередь, получает возможность:

- устанавливать собственные когерентные транспондеры;
- выбирать формат модуляции (QPSK, 16QAM и др.);
- определять символьную скорость передачи;
- формировать одну или несколько несущих внутри выделенного диапазона;
- адаптировать параметры передачи под текущие задачи.

Обеспечение безопасности и устойчивости при реализации концепции OSaaS основывается на спектральной изоляции пользователей и непрерывном контроле параметров оптических сигналов в совместно используемой среде передачи. Для каждого выделенного спектрального ресурса должны устанавливаться допустимые границы занимаемой полосы частот и уровней оптической мощности, а между спектральными ресурсами различных пользователей при необходимости предусматриваться защитные частотные интервалы. Контроль соблюдения установленных ограничений осуществляется средствами мониторинга физического уровня, позволяющими выявлять появление несанкционированных оптических сигналов, превышение допустимой мощности, выход излучения за пределы выделенного спектрального диапазона и изменение параметров качества передачи.

При этом характер потенциальных деструктивных воздействий определяется глубиной контроля параметров оптических сигналов на границе инфраструктуры оператора и предоставляемыми пользователю степенями свободы при формировании сигналов внутри выделенного спектрального ресурса. В зависимости от контролируемых параметров и установленных ограничений противник может сохранять возможность формирования различных видов деструктивных оптических воздействий, в том числе не выходящих за границы предоставленного ему спектрального ресурса, исследованию которых посвящена настоящая работа.

Постановка задачи

Сформулируем постановку задачи в описательной и математической формах.

На вербальном уровне постановка задачи на моделирование спектрально-избирательных деструктивных воздействий имеет вид.

Пусть в ОТС СН спектральный ресурс ВОЛС распределён между несколькими пользователями. Один из пользователей является легитимным и использует некоторый диапазон частот для передачи собственных оптических сигналов. Другой пользователь рассматривается как потенциальный противник, обладающий ограниченным доступом к спектральному ресурсу ВОЛС и способный формировать оптические сигналы с ограниченной суммарной средней мощностью в выделенном ему диапазоне частот.

Предполагается, что противник обладает определённой априорной информацией о параметрах функционирования сети и спектральной конфигурации каналов легитимного пользователя. В зависимости от степени осведомлённости противника эта информация может включать: границы используемого частотного диапазона, частотное планирование оптических каналов, виды передаваемых оптических сигналов и требования к качеству их передачи. Используя имеющуюся информацию, нарушитель формирует совокупность оптических сигналов повышенной мощности в доступном ему диапазоне частот с целью вызвать деградацию качества передачи в оптических каналах целевого диапазона частот за счёт нелинейных эффектов распространения оптического излучения в волокне.

Возможности противника ограничиваются спектральными и энергетическими ресурсами, а именно диапазоном доступных частот и максимальной суммарной средней мощностью формируемых оптических сигналов. В этих условиях противник стремится выбрать такую конфигурацию сигналов, которая обеспечивает максимальное деструктивное воздействие.

Таким образом, необходимо разработать такую модель, которая позволит каждой допустимой комбинации оптических сигналов в диапазоне частот противника, поставить в соответствие величину ущерба, нанесенного каналам легитимного пользователя в выделенном ему диапазоне частот, а также определять такие конфигурации воздействий, которые приводят к наибольшему ущербу.

На формальном уровне постановка задачи на моделирование спектрально-избирательных деструктивных воздействий имеет вид.

Пусть $F_{\text{ц}} = [f_{\text{ц}}^{\text{H}}, f_{\text{ц}}^{\text{B}}]$ – диапазон частот легитимного пользователя (целевой диапазон), $F_{\text{а}} = [f_{\text{а}}^{\text{H}}, f_{\text{а}}^{\text{B}}]$ – диапазон частот противника (атакующий диапазон), где $f_{\text{ц}}^{\text{H}}$ и $f_{\text{ц}}^{\text{B}}$ – нижняя и верхняя границы целевого диапазона частот, $f_{\text{а}}^{\text{H}}$ и $f_{\text{а}}^{\text{B}}$ – нижняя и верхняя границы атакующего диапазона частот соответственно.

Противник способен формировать оптические сигналы из некоторого дискретного множества оптических сигналов $S = \{s_d\}$, $d \in \overline{1, N_1}$. Каждый оптиче-

ский сигнал характеризуется тремя параметрами: $s_d = (f_d, \Delta f_d, P_d)$, где f_d – центральная частота оптического сигнала, Δf_d – ширина спектра оптического сигнала, P_d – мощность оптического сигнала. Здесь и далее под мощностью оптического сигнала понимается средняя во времени оптическая мощность, усредненная на интервале, существенно превышающем длительность символа передаваемого сигнала. Все используемые далее величины мощности оптических сигналов, продуктов ЧВС и помех определяются как средние мощности.

Обозначим $S_t \subset S$ некоторое подмножество оптических сигналов, которые противник способен одновременно сформировать в доступном ему диапазоне частот, удовлетворяющее ограничениям:

$$\forall s_d \in S_t: \quad f_d \pm \frac{\Delta f_d}{2} \in F_a,$$

$$\sum_{d: s_d \in S_t} P_d \leq P_{\max},$$

где $P_{\max}$ – максимально допустимая суммарная средняя мощность атакующих оптических сигналов в диапазоне F_a .

Тогда множество всех подмножеств $S_a = \{S_t\}$, $t \in \overline{1, N_2}$ представляет собой совокупность возможных сценариев деструктивных воздействий, отличающихся набором одновременно формируемых оптических сигналов и, как следствие, степенью влияния на целевой диапазон частот.

Таким образом, разрабатываемая математическая модель деструктивных воздействий задает отображение $\mathcal{M}: S_a \rightarrow D$, которое:

- каждому сценарию деструктивного воздействия $S_t \in S_a$ позволит поставить в соответствие некоторую величину $D_t = \mathcal{M}(S_t)$, характеризующую ущерб, наносимый целевому диапазону частот;
- позволит упорядочить множество S_a и обеспечит возможность определения наилучшего для легитимного пользователя сценария $S_t^* = \arg \max_{S_t \in S_a} (\mathcal{M}(S_t))$, соответствующего максимальному деструктивному воздействию на целевой диапазон частот.

Математические основы четырёхволнового смешения

Формирование помех в целевом диапазоне частот осуществляется на основе эффекта четырёхволнового смешения (ЧВС), возникающего в результате нелинейного взаимодействия нескольких оптических сигналов при их совместном распространении в оптическом волокне. В соответствии с законом сохранения энергии в нелинейной среде формируются новые спектральные компоненты, центральные частоты которых определяются как линейные комбинации частот взаимодействующих сигналов по правилу [18]:

$$f_{ijk} = f_i + f_j - f_k, \quad (1)$$

где f_i, f_j, f_k – частоты трёх оптических сигналов, в результате взаимодействия которых формируется новая спектральная компонента с частотой f_{ijk} . При этом различают частично вырожденные ($i = j, i \neq k$) и невырожденные ($i \neq j \neq k$) случаи, соответствующие появлению компонент ЧВС, отличающихся по частоте от исходных.

При расчете частотных характеристик продуктов ЧВС необходимо учитывать ширину спектра оптических сигналов, на основе которых они формируются. Ширина спектра продукта ЧВС определяется условиями фазового согласования [19]. В общем случае спектр продукта ЧВС формируется как свёртка спектров взаимодействующих оптических сигналов, однако его эффективная ширина ограничивается частотной зависимостью от фазового рассогласования:

$$\Delta\beta = \beta(\omega_4) + \beta(\omega_3) - \beta(\omega_1) - \beta(\omega_2),$$

где $\beta(\omega_i) = \frac{\omega_i n(\omega_i)}{c}$, $\omega_i = 2\pi f_i$ – угловая (круговая) частота оптического сигнала, $n(\omega_i)$ – эффективный показатель преломления моды, c – скорость света.

На практике $\Delta\beta$ обычно рассчитывается не через прямую подстановку, а с использованием приближенных инженерных формул, например:

$$\Delta\beta \approx \beta_2(\omega_1 - \omega_3)(\omega_2 - \omega_3),$$

где β_2 – коэффициент дисперсии второго порядка.

При $\Delta\beta \approx 0$ достигается идеальный фазовый синхронизм и спектр продукта ЧВС практически совпадает с результатом свёртки спектров оптических сигналов его образующих. В предположении о прямоугольности спектров оптических сигналов f_i, f_j, f_k , ширина спектра продукта ЧВС может быть вычислена как:

$$\Delta f_{ijk} = \Delta f_i + \Delta f_j + \Delta f_k. \quad (2)$$

Фазовое рассогласование при ЧВС возникает из-за разницы фазовых скоростей волн (линейная дисперсия и нелинейный сдвиг). В результате ширина спектра продукта ЧВС определяется не полной шириной свёртки входных спектров, а полосой фазового согласования $\Delta f_{ijk}^{\text{фс}}$, соответствующей главному

лепестку функции $\text{sinc}^2(\Delta\beta L / 2) = \left(\frac{\sin(\Delta\beta L / 2)}{\Delta\beta L / 2} \right)^2$, где L – длина оптического волокна. Из условия обращения в нуль первого лепестка ($|\Delta\beta| L / 2 = \pi$), граница полосы фазового рассогласования определяется как $|\Delta\beta| = 2\pi / L$. Значения ω^- и ω^+ , при которых $|\Delta\beta(\omega)| = 2\pi / L$, позволяют определить полосу частот фазового согласования:

$$\Delta f_{ijk}^{\text{фс}} = \frac{\omega^+ - \omega^-}{2\pi} \quad (3)$$

В результате итоговая ширина продукта ЧВС определяется как пересечение свёрточной полосы (2) с полосой фазового согласования (3), то есть:

$$\Delta f_{ijk} = \min(\Delta f_i + \Delta f_j + \Delta f_k, \Delta f_{ijk}^{\text{фс}}). \quad (4)$$

При оценке деструктивных воздействий следует учитывать не только сам факт попадания частоты продукта ЧВС, в полосу частот целевого оптического канала, но и его мощность.

В работах [18-19] приводится следующая формула для расчета мощности продукта ЧВС:

$$P_{ijk}(f_i, f_j, f_k) = \frac{\eta_{ijk}}{9} H_{ijk}^2 \gamma^2 P_i P_j P_k e^{-\alpha L} \left(\frac{(1 - e^{-\alpha L})^2}{\alpha^2} \right), \quad (5)$$

где η_{ijk} – коэффициент эффективности ЧВС, определяемый фазовым рассогласованием $\Delta\beta_{ijk}$, H_{ijk} – коэффициент вырожденности ($H_{ijk} = 3$ при $i = j$ и $H_{ijk} = 6$ при $i \neq j$), γ – коэффициент нелинейности оптического волокна, P_i, P_j и P_k – мощности оптических сигналов на частотах f_i, f_j и f_k соответственно, α – коэффициент затухания оптического волокна.

Коэффициент эффективности ЧВС η_{ijk} является наиболее физически значимым показателем, показывающим, насколько хорошо выполнено фазовое согласование. При хорошем фазовом согласовании $\Delta\beta_{ijk} \approx 0$ величина η_{ijk} близка к 1, а при плохом быстро уменьшается. Таким образом, при $\eta_{ijk} \approx 1$ – почти идеальное фазовое согласование, $\eta_{ijk} \sim 10^{-1} - 10^{-2}$ – заметное влияние продуктов ЧВС, $\eta_{ijk} \leq 10^{-3}$ – практически подавленное ЧВС из-за дисперсии и фазового рассогласования.

Выражения (1)-(5) позволяют вычислить центральную частоту, ширину спектра и мощность всех продуктов ЧВС, на основе известных параметров оптического волокна и взаимодействующих оптических сигналов.

В общем случае, в полосу частот целевого оптического канала может попадать несколько продуктов ЧВС, образуя ЧВС-помеху. Суммарная мощность ЧВС-помехи, формируемой несколькими продуктами ЧВС, в общем случае определяется через суммирование комплексных амплитуд оптических полей. Однако в условиях реальных оптических систем связи, вследствие случайного характера фаз сигналов, дисперсии и модуляции, продукты ЧВС являются статистически некогерентными. В этом случае перекрёстные интерференционные члены усредняются к нулю, и суммарная мощность ЧВС-помехи может быть представлена в виде суммы мощностей отдельных продуктов ЧВС: $P^{\text{ш}} = \sum P_{ijk}$.

При оценке влияния ЧВС-помехи на качество приёма q -го целевого оптического канала необходимо учитывать не только факт попадания продукта ЧВС в выделенную полосу канала, но и ту часть его мощности, которая попадает в референсную полосу измерения OSNR. Это связано с тем, что OSNR, как правило, определяется относительно фиксированной оптической полосы $B^{\text{реф}}$, например 0,1 нм, что приблизительно соответствует ширине $\Delta f^{\text{реф}} = 12.5$ ГГц в области 1550 нм.

Обозначим референсную полосу q -го целевого оптического канала как

$$B_q^{\text{кан}} \approx \left[f_q^{\text{кан}} - \frac{\Delta f^{\text{реф}}}{2}; f_q^{\text{кан}} + \frac{\Delta f^{\text{реф}}}{2} \right],$$

где $f_q^{\text{кан}}$ – центральная частота q -го целевого оптического канала.

Если в q -й целевой оптический канал с центральной частотой $f_q^{\text{кан}}$ и шириной $\Delta f_q^{\text{кан}}$ попадает несколько продуктов ЧВС с разными значениями центральной частоты, ширины и мощности, то мощность ЧВС-помехи, учитываемая при оценке OSNR q -го целевого канала, определяется выражением

$$P_q^{\text{п}} = \sum_{ijk} \int_{B_q^{\text{реф}}} G_{ijk}(f) df, \quad (6)$$

где $G_{ijk}(f)$ – спектральная плотность средней оптической мощности (СПМ) продукта ЧВС, сформированного комбинацией оптических сигналов с частотами f_i, f_j, f_k . В предположении прямоугольной формы спектра продукта ЧВС, СПМ может быть определена как:

$$G_{ijk}(f) = \begin{cases} \frac{P_{ijk}}{\Delta f_{ijk}}, & f \in B_{ijk}, \\ 0, & f \notin B_{ijk}, \end{cases} \quad (7)$$

где $B_{ijk} = \left[f_{ijk} - \frac{\Delta f_{ijk}}{2}; f_{ijk} + \frac{\Delta f_{ijk}}{2} \right]$ – полоса частот продукта ЧВС, с центральной частотой f_{ijk} .

С учётом прямоугольной формы спектра выражение (6) может быть записано через коэффициент спектрального перекрытия:

$$P_q^{\text{п}} = \sum_{ijk} P_{ijk} \cdot \rho_{ijk}^q, \quad (8)$$

где ρ_{ijk}^q – коэффициент спектрального перекрытия, определяющий долю мощности продукта ЧВС, попадающую в референсную полосу q -го целевого оптического канала.

Коэффициент спектрального перекрытия можно определить с помощью выражения:

$$\rho_{ijk}^q = \frac{|B_{ijk} \cap B_q^{\text{реф}}|}{\Delta f_{ijk}}. \quad (9)$$

Таким образом, при оценке деструктивного воздействия необходимо учитывать не полную мощность продуктов ЧВС, попадающих в выделенный спектральный диапазон канала, а только их мощность в референсной полосе измерения OSNR. Это позволяет корректно оценивать ухудшение качества передачи для каналов различной ширины и учитывать спектральную локализацию продуктов ЧВС относительно центральной частоты целевого оптического канала.

Выражения (6)-(8) позволяют для каждого целевого оптического канала определить мощность ЧВС-помехи, полученной в результате объединения продуктов ЧВС. Сформируем модель, позволяющую оценить ущерб, наносимый данными ЧВС-помехами целевому диапазону частот.

Модель спектрально-избирательных деструктивных воздействий с управлением мощностью атакующих оптических сигналов

Пусть в целевом диапазоне частот сформировано множество оптических каналов $C = \{c_q\}$, $q \in \overline{1, N_3}$, используемых легитимным пользователем для передачи оптических сигналов с различными форматами модуляции и скоростью передачи. В атакующем диапазоне сформировано подмножество оптических сигналов $S_i \subset S$, параметры частоты и мощности которых определяются системой ограничений. Формализуем данные ограничения.

Предположим, что противнику известны параметры оптических каналов легитимного пользователя: центральные частоты, спектральная ширина, а также требования к отношению мощности передаваемых в них оптических сигналов к мощности шума (optical signal-to-noise ratio – OSNR). Кроме того, противнику известны параметры ВОЛС: коэффициент затухания, дисперсионные характеристики и уровень шума оптических усилителей, что позволяет ему оценить значение OSNR каждого оптического канала легитимного пользователя в точке приёма в отсутствии деструктивных воздействий.

Формируя некоторое множество оптических сигналов $S_i \subset S$ в доступном ему диапазоне частот, противник индуцирует продукты ЧВС, создающие помехи в оптических каналах целевого диапазона. Для каждого q -го оптического канала в целевом диапазоне рассчитывается суммарная мощность помехи $P_q^{\text{п}}$ в его референсной полосе $B_q^{\text{реф}}$. С учётом ЧВС-помехи значение OSNR в q -м канале (в точке приёма) может быть представлено как:

$$\text{OSNR}_q = \frac{P_q^{\text{с}}}{P_q^{\text{у}} + P_q^{\text{п}}}, \quad (10)$$

где $P_q^{\text{с}}$ – мощность полезного оптического сигнала, $P_q^{\text{у}}$ – мощность шума усиленного спонтанного излучения в референсной полосе q -го оптического канала, $P_q^{\text{п}}$ – мощность ЧВС-помехи в референсной полосе q -го оптического канала.

Канал считается заблокированным, если:

$$\text{OSNR}_q \leq \text{OSNR}_q^{\text{тп}}, \quad (11)$$

где $\text{OSNR}_q^{\text{тп}}$ – требуемое значение OSNR для данного оптического канала.

Тогда величина ущерба для заданного сценария деструктивного воздействия S_i может быть определена как суммарная скорость передачи в заблокированных каналах:

$$D_t = \sum_{q \in Q^{\text{бл}}} R_q, \quad (12)$$

где $Q^{\text{бл}}$ – множество заблокированных каналов, R_q – скорость передачи в q -м канале.

С учетом введенного показателя (12), характеризующего ущерб, наносимый целевому диапазону частот, перейдем от модели оценки ущерба к задаче синтеза оптимального деструктивного воздействия. Целью такой модели является определение наибольшего ущерба, который может быть нанесён целевому диапазону частот при заданных возможностях противника по изменению мощности, центральной частоты и ширины спектра атакующих оптических сигналов в установленных пределах. Временные параметры и временная структура оптических сигналов в рамках модели не изменяются и не рассматриваются в качестве управляемых параметров.

На первом этапе рассмотрим случай, в котором противник способен управлять только мощностями формируемых оптических сигналов. При этом центральные частоты f_d и ширина спектра Δf_d атакующих сигналов считаются фиксированными и заранее заданными. Такой случай соответствует ситуации, когда спектральное положение сигналов определяется выделенным противнику частотным ресурсом, а управление деструктивным воздействием осуществляется только за счёт перераспределения доступного энергетического ресурса между сигналами.

Пусть множество атакующих оптических сигналов имеет вид

$$S = \{s_d\}, d \in \overline{1, N_1},$$

где каждый оптический сигнал характеризуется фиксированными параметрами f_d и Δf_d , а его мощность P_d является переменной оптимизации. Тогда множество управляемых параметров можно представить в виде

$$P = \{P_d\}, d \in \overline{1, N_1}.$$

На значения мощностей накладываются следующие ограничения. Во-первых, мощность каждого оптического сигнала не может быть отрицательной:

$$\forall d \in \overline{1, N_1}: \quad P_d \geq 0.$$

Во-вторых, суммарная мощность всех формируемых противником оптических сигналов не должна превышать максимально допустимого значения $P_{\max}$:

$$\sum_{d=1}^{N_1} P_d \leq P_{\max}.$$

При фиксированных центральных частотах и ширинах спектра параметры продуктов ЧВС, такие как центральная частота f_{ijk} , ширина спектра Δf_{ijk} , коэффициент спектрального перекрытия ρ_{ijk}^q , фазовое рассогласование $\Delta \beta_{ijk}$, коэффициент эффективности η_{ijk} и коэффициент вырожденности H_{ijk} , считаются заранее определёнными. Поэтому мощность каждого продукта ЧВС может быть представлена как функция только от мощностей взаимодействующих сигналов:

$$P_{ijk}(P) = K_{ijk} P_i P_j P_k,$$

где K_{ijk} – коэффициент, зависящий от параметров ВОЛС, фазового согласования и типа взаимодействия сигналов.

Тогда мощность ЧВС-помехи $P_q^n(P)$ в референсной полосе q -го целевого канала и соответственно отношение мощности оптического сигнала к шуму в q -м целевом канале $OSNR_q(P)$ будут также зависеть от мощностей взаимодействующих оптических сигналов атакующего диапазона.

Введем бинарные переменные $y_q \in \{0,1\}$, такие, что $y_q = 1$ если $OSNR_q(P) \leq OSNR_q^{tp}$ и $y_q = 0$ в противном случае.

Перепишем

$$\frac{P_q^c}{P_q^y + P_q^n(P)} \leq OSNR_q^{tp} \Leftrightarrow P_q^n(P) \geq \frac{P_q^c}{OSNR_q^{tp}} - P_q^y,$$

и обозначим порог блокировки q -го канала Q_q^{bl} :

$$Q_q^{bl} = \frac{P_q^c}{OSNR_q^{tp}} - P_q^y.$$

Тогда:

$$y_q(P) = \begin{cases} 1, & P_q^n(P) \geq Q_q^{bl}, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

и следовательно целевая функция будет иметь вид:

$$D(P) = \sum_{q=1}^{N_3} R_q y_q(P),$$

где N_3 – количество оптических каналов в целевом диапазоне.

Итоговая оптимизационная задача имеет вид:

$$\max_P D(P) = \sum_{q=1}^{N_3} R_q y_q(P), \quad (13)$$

при условиях:

$$y_q(P) = \begin{cases} 1, & P_q^n(P) \geq Q_q^{bl}, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (14)$$

$$\sum_{d=1}^{N_1} P_d \leq P_{\max}, \quad (15)$$

$$\forall d \in \overline{1, N_1}: P_d \geq 0. \quad (16)$$

Полученная оптимизационная задача относится к классу задач смешанного целочисленного нелинейного программирования (Mixed Integer Nonlinear Programming, MINLP).

В данной задаче одновременно присутствуют непрерывные переменные P_d , характеризующие мощности атакующих оптических сигналов, и бинарные переменные $y_q(P)$, определяющие факт блокировки целевых оптических каналов.

В соответствии с выражением (8) мощность ЧВС-помехи представляет собой сумму многочленов третьей степени (5) относительно переменных P_d . В результате ограничения, определяющие блокировку целевых каналов, являются нелинейными, а целевая функция представляет собой кусочно-постоянную функцию, принимающую значения в зависимости от выполнения условий блокировки.

Кроме того, рассматриваемая задача является невыпуклой. Действительно, функции вида (5) являются многочленами третьей степени и в общем случае не обладают свойством выпуклости на области допустимых значений переменных. Следовательно, множество допустимых решений, определяемое ограничениями блокировки каналов, также является невыпуклым.

Указанные особенности существенно затрудняют применение классических методов математического программирования. Линейное программирование неприменимо вследствие нелинейности ограничений. Методы выпуклой оптимизации не гарантируют нахождения глобального оптимума из-за невыпуклости задачи. Градиентные методы локальной оптимизации способны сходиться лишь к локальным экстремумам и чувствительны к выбору начального приближения. Использование универсальных MINLP-решателей на основе методов ветвей и границ, внешней аппроксимации или пространственного ветвления позволяет получать глобально оптимальные решения, однако вычислительная сложность таких подходов быстро возрастает с увеличением числа атакующих сигналов и количества анализируемых каналов.

Следует отметить, что данная задача может быть решена методом полного перебора значений мощностей атакующих оптических сигналов. Такой подход соответствует инженерной практике, поскольку реальные устройства формирования оптических сигналов обеспечивают управление мощностью не в непрерывном, а в дискретном пространстве значений с определённым шагом регулирования. В этом случае область допустимых решений может быть представлена конечным множеством комбинаций мощностей, для каждой из которых вычисляется величина ущерба, после чего выбирается наилучшее решение. Однако вычислительная сложность полного перебора быстро возрастает с увеличением числа атакующих оптических сигналов и уменьшением шага дискретизации мощности. Если для каждого из N_1 атакующих оптических сигналов допускается M_1 возможных уровней мощности, то количество анализируемых вариантов в общем случае составляет порядка $N_1^{M_1}$. Таким образом, размер пространства поиска растёт экспоненциально.

Следовательно, для решения рассматриваемой задачи целесообразно разработать специализированный алгоритм оптимизации, учитывающий её физическую структуру, а именно ограниченность энергетического ресурса против-

ника, дискретный характер показателя ущерба и особенности формирования продуктов ЧВС.

Преобразуем исходную задачу таким образом, чтобы логические условия блокировки каналов были представлены в виде системы алгебраических ограничений. Поскольку величины $P_q^{\Pi}(P)$ и $Q_q^{\text{бл}}$ являются неотрицательными, а $Q_q^{\text{бл}} > 0$, то логическое условие блокировки q -го оптического канала можно заменить алгебраическим ограничением:

$$P_q^{\Pi}(P) \geq Q_q^{\text{бл}} y_q(P). \quad (17)$$

Действительно, если $y_q(P) = 1$, то данное неравенство принимает вид

$$P_q^{\Pi}(P) \geq Q_q^{\text{бл}},$$

которое совпадает с исходным условием блокировки канала.

Если же $y_q(P) = 0$, то получаем

$$P_q^{\Pi}(P) \geq 0,$$

что выполняется автоматически вследствие неотрицательности мощности ЧВС-помех.

Поскольку бинарные переменные $y_q(P)$ входят в целевую функцию с положительными коэффициентами R_q , соответствующими скорости передачи блокируемых оптических каналов, оптимизационная процедура всегда стремится присвоить $y_q(P) = 1$ всякий раз, когда это допускается ограничением $P_q^{\Pi}(P) \geq Q_q^{\text{бл}}$. Действительно, замена значения $y_q(P) = 0$ на $y_q(P) = 1$ не нарушает ограничений задачи при этом, однако увеличивает значение целевой функции на величину R_q . Поэтому введённое алгебраическое ограничение (17) полностью воспроизводит исходную логику блокировки и не требует использования дополнительных ограничений типа «большого M ».

Для построения вычислительно эффективной модели заменим невыпуклые кубические одночлены вида $P_i P_j P_k$ их выпуклой релаксацией. Для этого каждому кубическому одночлену $P_i P_j P_k$ поставим в соответствие новую непрерывную переменную z_{ijk} , после чего ограничения блокировки (17) примут линейный вид:

$$\forall q \in \overline{1, N_3}: \sum_{(i,j,k) \in U_q} \rho_{ijk}^q K_{ijk} z_{ijk} \geq Q_q^{\text{бл}} y_q(z), \quad (18)$$

где U_q – множество троек индексов (i, j, k) для которых продукт ЧВС, генерируемый оптическими сигналами с индексами i, j и k , попадает в полосу пропускания q -го оптического канала.

После введения вспомогательных переменных z_{ijk} и линеаризации с их помощью условий блокировки необходимо дополнить модель системой ограничений, обеспечивающих соответствие значений переменных z_{ijk} исходным

кубическим произведениям $P_i P_j P_k$. В работах К. Майера и Х. Флудаса [20, 21] для этой цели предложена система линейных неравенств, описывающая выпуклую оболочку кубического одночлена на заданной прямоугольной области изменения переменных (релаксация Майера-Флудаса). Для симметричного частного случая, когда все переменные ограничены одинаковыми нижней и верхней границами

$$0 \leq P_i, P_j, P_k \leq P_{\max},$$

выпуклая оболочка кубической зависимости $z_{ijk} = P_i P_j P_k$ принимает очень простой вид:

$$\begin{cases} z_{ijk} \geq 0, \\ z_{ijk} \leq P_{\max}^2 P_i, \\ z_{ijk} \leq P_{\max}^2 P_j, \\ z_{ijk} \leq P_{\max}^2 P_k, \\ z_{ijk} \geq P_{\max}^2 (P_i + P_j + P_k) - 2P_{\max}^3. \end{cases} \quad (19)$$

Дополнительное ограничение на суммарную мощность $P_i + P_j + P_k \leq P_{\max}$ позволяет усилить стандартные верхние оценки выпуклой релаксации для переменной z_{ijk} . Для этого воспользуемся неравенством между средним арифметическим и средним геометрическим. Известно, что для неотрицательных величин $a_1, \dots, a_n$

$$\frac{a_1 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n}. \quad (20)$$

При этом равенство достигается тогда и только тогда, когда все величины равны:

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n.$$

Применим неравенство (16) к P_i, P_j и P_k :

$$\sqrt[3]{P_i P_j P_k} \leq \frac{P_i + P_j + P_k}{3}.$$

Следовательно,

$$P_i P_j P_k \leq \left(\frac{P_i + P_j + P_k}{3} \right)^3 \leq \left(\frac{P_{\max}}{3} \right)^3.$$

Обозначим $S = P_i + P_j + P_k$. Так как $S \leq P_{\max}$, то $S^2 \leq P_{\max}^2$ и следовательно, $S^3 \leq P_{\max}^2 S$.

В результате получаем допустимое линейное ограничение:

$$z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{27} (P_i + P_j + P_k).$$

Рассмотрим произведение двух множителей P_i и P_j . Применим неравенство (16) к переменным P_i и P_j :

$$\sqrt{P_i P_j} \leq \frac{P_i + P_j}{2}.$$

Из условия $P_i + P_j + P_k \leq P_{\max}$ следует, в частности $P_i + P_j \leq P_{\max}$. Следовательно,

$$P_i P_j \leq \left(\frac{P_i + P_j}{2} \right)^2 \leq \left(\frac{P_{\max}}{2} \right)^2.$$

Тогда

$$P_i P_j \leq \frac{P_{\max}^2}{4}.$$

Умножим данное неравенство на величину P_k :

$$P_i P_j P_k \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_k.$$

Следовательно, для вспомогательной переменной z_{ijk} может быть введено линейное ограничение

$$z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_k.$$

Аналогичные рассуждения для двух других пар переменных дают

$$z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_i, \quad z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_j.$$

Из условия $0 \leq P_i, P_j, P_k \leq P_{\max}$ также следует, что нижняя грань релаксации Майера-Флудаса $z_{ijk} \geq P_{\max}^2 (P_i + P_j + P_k) - 2P_{\max}^3$ становится избыточной, поскольку $P_{\max}^2 (P_i + P_j + P_k) - 2P_{\max}^3$ всегда не превосходит нуля и единственной нетривиальной глобальной нижней оценкой остается ограничение $z_{ijk} \geq 0$.

В результате для каждой новой переменной z_{ijk} введем следующую упрощенную и усиленную систему из 5 линейных ограничений:

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{ijk} \geq 0, \\ z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_i, \\ z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_j, \\ z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_k, \\ z_{ijk} \leq \frac{P_{\max}^2}{27} (P_i + P_j + P_k). \end{array} \right. \quad (21)$$

Предлагаемая система ограничений доминирует соответствующую систему Майера-Флудаса (16) для рассматриваемого частного случая, учитывающего дополнительное ограничение на суммарную мощность.

Для вырожденных произведений $P_i^2 P_j$ нужна отдельная система. Из условия $P_i + P_j \leq P_{\max}$, можно получить, следующие допустимые линейные верхние оценки:

Из

$$P_i \leq P_{\max}$$

следует

$$P_i^2 \leq P_{\max}^2.$$

Следовательно

$$P_i^2 P_j \leq P_{\max}^2 P_j.$$

Поскольку при фиксированном P_j

$$P_i \leq P_{\max} - P_j,$$

получаем нелинейную оценку

$$z_{ijj} \leq (P_{\max} - P_j)^2 P_j.$$

Обозначим $S = P_i + P_j$. При фиксированном S нужно определить максимум $P_i^2 P_j = P_i^2 (S - P_i)$. Нетривиальный максимум достигается при

$$P_i = \frac{2S}{3}, \quad P_j = \frac{S}{3}.$$

Следовательно,

$$P_i^2 P_j \leq \frac{4P_{\max}^2}{27} (P_i + P_j).$$

В результате получаем линейное ограничение

$$z_{ijj} \leq \frac{4P_{\max}^2}{27} (P_i + P_j).$$

В результате для каждой переменной вырожденного произведения $z_{ijj} = P_i^2 P_j$ введем следующую упрощенную и усиленную система из 4 линейных ограничений:

$$\begin{cases} z_{ijj} \geq 0, \\ z_{ijj} \leq \frac{P_{\max}^2}{4} P_i, \\ z_{ijk} \leq P_{\max}^2 P_j, \\ z_{ijk} \leq \frac{2P_{\max}^2}{27} (P_i + P_j). \end{cases} \quad (22)$$

Введение вспомогательных переменных z_{ijk} и замена равенств $z_{ijk} = P_i^2 P_j P_k$ системой линейных неравенств не приводит к точной линеаризации исходной задачи. Полученные неравенства задают выпуклую оболочку кубической функции, вследствие чего в решении релаксированной задачи в общем

случае может выполняться $z_{ijk} \neq P_i P_j P_k$. Поэтому для получения глобально оптимального решения применим пространственный метод ветвей и границ [22], который относится к численным методам глобальной оптимизации смешанных целочисленных нелинейных задач.

Суть пространственного метода ветвей и границ применительно к данной задаче заключается в последовательном разбиении области допустимых значений непрерывных переменных мощности P_i и построении на каждой полученной подобласти локальных выпуклых релаксаций кубических зависимостей.

На каждом узле дерева поиска значения переменных мощности ограничиваются локальными интервалами

$$l_i^{(v)} \leq P_i \leq u_i^{(v)},$$

где v обозначает текущий узел дерева. В пределах этих интервалов для каждого кубического одночлена строится система линейных ограничений, внешним образом аппроксимирующая его график. Полученная релаксация является задачей смешанного целочисленного линейного программирования (Mixed Integer Linear Programming, MILP) и решается с учётом бинарных переменных y_q , а её оптимальное значение формирует верхнюю оценку целевой функции исходной MINLP-задачи, поскольку рассматривается задача максимизации.

Если найденное решение не удовлетворяет исходным кубическим равенствам с заданной точностью, то есть для некоторых троек (i, j, k) выполняется

$$|z_{ijk} - P_i P_j P_k| \leq \varepsilon_z,$$

где ε_z — заданная точность, выбирается одна из непрерывных переменных мощности, участвующая в соответствующем произведении, и её текущий интервал разбивается на две части. Например, интервал

$$[l_i^{(v)}, u_i^{(v)}]$$

может быть разделён в точке $\bar{P}_i$:

$$[l_i^{(v)}, \bar{P}_i] \text{ и } [\bar{P}_i, u_i^{(v)}].$$

Для каждой из полученных подобластей формируется новый узел дерева и перестраиваются линейные релаксации всех кубических одночленов, содержащих переменную P_i . По мере уменьшения размеров подобластей релаксация становится более точной, а значения вспомогательных переменных z_{ijk} приближаются к истинным значениям произведений $P_i P_j P_k$.

Наряду с пространственным ветвлением по непрерывным переменным выполняется ветвление по бинарным переменным y_q , если в решении релаксации они принимают дробные значения. При этом дерево поиска одновременно обеспечивает выполнение условий целочисленности для переменных y_q и последовательное восстановление зависимостей между z_{ijk} и переменными мощностями. Узлы, для которых релаксация несовместна или полученная верхняя

оценка $UB^{(v)}$ не превосходит значения наилучшего найденного допустимого решения LB , исключаются из дальнейшего рассмотрения.

Таким образом в отличие от классического метода ветвей и границ, выполняющего ветвление только по дискретным переменным, пространственный метод допускает ветвление как по бинарным переменным y_q , так и по непрерывным переменным мощности P_i . При этом на каждом узле дерева поиска решается смешанная целочисленная линейная релаксация, построенная на основе введенных вспомогательных переменных z_{ijk} . Последовательное сужение диапазонов изменения непрерывных переменных приводит к уточнению линейной релаксации кубических одночленов и обеспечивает сходимость алгоритма к глобальному оптимуму исходной задачи.

На рис. 2 представлена схема, иллюстрирующая пространственный метод ветвей и границ применительно к данной задаче. Она показывает корневой узел, построение MILP-релаксации, ветвление по непрерывным и бинарным переменным, отсечение узлов и достижение глобального оптимума.

Модель спектрально-избирательных деструктивных воздействий с управлением мощностью и центральными частотами атакующих оптических сигналов

Рассмотренная выше постановка предполагает, что центральные частоты f_d и ширина спектра Δf_d атакующих оптических сигналов являются фиксированными, вследствие чего спектральное положение формируемых продуктов ЧВС, коэффициенты их спектрального перекрытия с целевыми каналами ρ_{ijk} и эффективность нелинейного взаимодействия K_{ijk} определяются заранее, а оптимизация деструктивного воздействия сводится к распределению доступного энергетического ресурса между атакующими сигналами. Вместе с тем данное предположение существенно ограничивает множество анализируемых сценариев.

В условиях использования гибкой сетки частот противник, располагающий выделенным спектральным ресурсом, потенциально способен изменять положение формируемых оптических сигналов внутри доступного ему диапазона. При этом изменение центральных частот оказывает влияние не только на частотное положение продуктов ЧВС, но и на величину фазового рассогласования $\Delta\beta_{ijk}$, эффективность их формирования и степень спектрального перекрытия с референсными полосами целевых оптических каналов ρ_{ijk} . Следовательно, для определения наихудшего сценария деструктивного воздействия целесообразно расширить множество управляемых параметров и наряду с мощностями P_d рассмотреть в качестве переменных оптимизации центральные частоты f_d атакующих оптических сигналов.

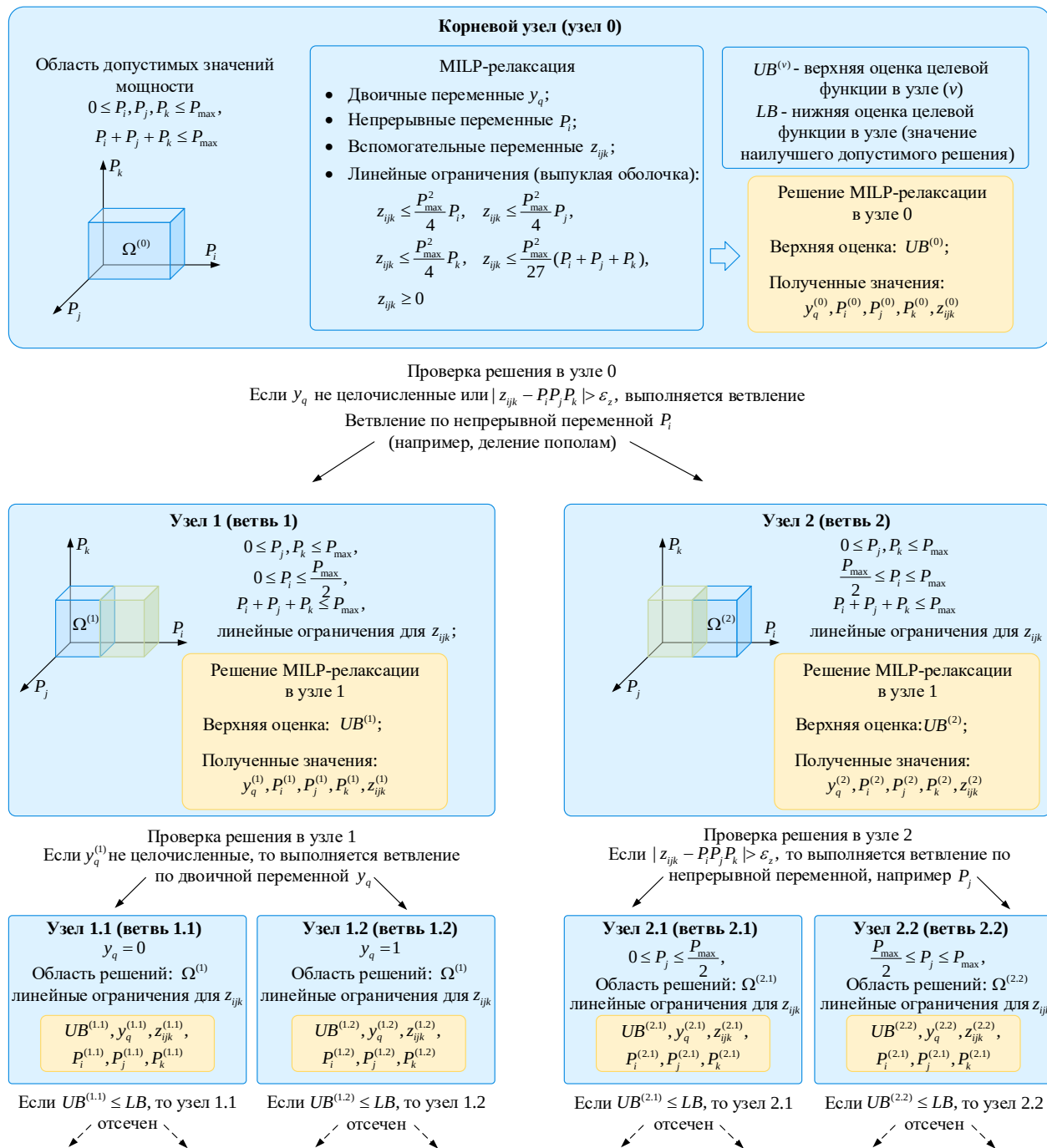


Рис. 2. Построение дерева решений пространственного метода ветвей и границ

При введении центральных частот атакующих оптических сигналов в качестве дополнительных управляемых параметров мощность каждого продукта ЧВС становится функцией не только мощностей взаимодействующих сигналов, но и их центральных частот. Обозначим через

$$F = \{f_d\}, d \in \overline{1, N_1},$$

множество центральных частот атакующих оптических сигналов.

Тогда мощность продукта ЧВС может быть представлена в виде:

$$P_{ijk}(P, F) = K_{ijk}(f_i, f_j, f_k) P_i P_j P_k,$$

а мощность ЧВС-помехи в q -м целевом оптическом канале становится функцией не только распределения мощностей атакующих оптических сигналов, но и их центральных частот:

$$P_q^n(P, F) = \sum_{ijk} P_{ijk}(P, F) \cdot \rho_{ijk}(F).$$

В результате задача становится MINLP-задачей более высокого уровня сложности. Причём существующей релаксации переменных $z_{ijk} = P_i P_j P_k$ недостаточно, так как произведение $K_{ijk}(f_i, f_j, f_k) P_i P_j P_k$ остается нелинейным.

Очевидным способом решения расширенной задачи является перебор допустимых спектральных конфигураций атакующих оптических сигналов с последующим решением для каждой из них задачи оптимального распределения мощностей. Однако такой подход обладает высокой вычислительной сложностью и его применение целесообразно только для задач малой размерности.

Сокращение пространства поиска может быть достигнуто за счёт предварительного определения частотных комбинаций, способных формировать продукты ЧВС в референсных полосах целевых оптических каналов. В современных ОТС СН частотные параметры оптических сигналов и каналов определяются в соответствии с гибкой сеткой частот, описанной в рекомендациях МСЭ-Т [17]. Гибкая сетка частот задаётся совокупностью базовых частотных интервалов (БЧИ) фиксированной ширины $\Delta f^{\text{бчи}}$ (например, $\Delta f^{\text{бчи}} = 6,25$ ГГц), границы которых определяются выражением:

$$f_n = 193,1 + n \cdot 0,00625 \text{ ТГц}, n \in \mathbb{Z}.$$

При этом центральные частоты оптических сигналов f_d и оптических каналов $f_q^{\text{кан}}$ назначаются в узлах данной сетки. Ширина спектра оптических каналов $\Delta f_q^{\text{кан}}$ задаётся четным числом БЧИ с учетом защитных частотных интервалов, что обеспечивает симметричное расположение спектра передаваемых в них оптических сигналов, относительно центральной частоты.

Обозначим $\mathcal{Y} = \{\nu_q\}$, $\mathcal{Y} \subset \mathbb{Z}$ – множество индексов центральных частот целевых оптических каналов, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{N_d}\}$, $A \subset \mathbb{Z}$ – множество возможных индексов центральных частот оптических сигналов в атакующем диапазоне. Например, если в атакующем диапазоне формируются оптические сигналы с центральными частотами $f_{10} = 193,1 + 10 \cdot 0,00625 = 193,1625$ ТГц, $f_{16} = 193,1 + 16 \cdot 0,00625 = 193,2$ ТГц, $f_{24} = 193,1 + 20 \cdot 0,00625 = 193,225$ ТГц, то множество индексов их центральных частот можно обозначить как: $A = \{10, 16, 24\}$. Тогда любая тройка атакующих оптических сигналов определяется индексами $(i, j, k) \in A^3$.

Будем называть тройку атакующих оптических сигналов (i, j, k) релевантной для целевого оптического канала q , если спектральная полоса порожаемого ею продукта ЧВС имеет ненулевое пересечение с референсной полосой этого канала:

$$B_{ijk} \cap B_q^{\text{реф}} \neq \emptyset.$$

В индексной форме условие пересечения двух спектральных интервалов может быть записано через расстояние между их центральными частотами:

$$|i + j - k - \nu_q| \cdot \Delta f^{\text{бчи}} < \frac{\Delta f_{ijk} + \Delta f_q^{\text{реф}}}{2}, \quad (23)$$

где ν_q – индекс центральной частоты q -го оптического канала. При этом индекс q используется для нумерации целевых оптических каналов, тогда как индекс ν_q характеризует положение центральной частоты соответствующего канала на частотной сетке; таким образом, для q -го целевого оптического канала его центральная частота $f_q^{\text{кан}}$ определяется соответствующим индексом ν_q как $f_q^{\text{кан}} = 193,1 + \nu_q \cdot \Delta f^{\text{бчи}}$. Таким образом, множество релевантных троек атакующих оптических сигналов для q -го целевого оптического канала определяется как

$$U_q = \left\{ (i, j, k) \in A^3 \mid i \leq j, k \neq i, k \neq j, |i + j - k - \nu_q| \cdot \Delta f^{\text{бчи}} < \frac{\Delta f_{ijk} + \Delta f_q^{\text{реф}}}{2} \right\}.$$

При таком определении принадлежность тройки (i, j, k) множеству U_q не требует совпадения центральной частоты продукта ЧВС с центральной частотой целевого оптического канала. Достаточным является наличие ненулевого спектрального перекрытия продукта ЧВС с референсной полосой канала. Поэтому одна и та же тройка (i, j, k) в общем случае может принадлежать нескольким множествам U_q , то есть быть релевантной одновременно для нескольких целевых оптических каналов.

Формирование множества релевантных троек U_q осуществляется последовательным перебором индексов атакующих оптических сигналов. Сначала фиксируется индекс $i \in A$. Затем для выбранного i последовательно рассматриваются индексы $j \in A$, удовлетворяющие условию $i \leq j$. Такое ограничение позволяет исключить симметричные комбинации (i, j, k) и (j, i, k) , поскольку центральная частота соответствующего продукта ЧВС определяется суммой $i + j$ и не зависит от порядка первых двух индексов. Для каждой фиксированной пары (i, j) выполняется перебор всех допустимых значений $k \in A$. Для каждой полученной тройки (i, j, k) определяется центральная частота порождаемого продукта ЧВС и его спектральная ширина, а также выполняется только одна проверка спектрального пересечения продукта ЧВС с референсной полосой q -го целевого оптического канала с использованием выражения (18).

Следует отметить, что предложенная процедура ориентирована на формирование полного множества релевантных троек и не предполагает дополнительного сокращения области допустимых значений индекса k . Вместе с тем структура условия (18) позволяет в ряде частных случаев уменьшить число проверяемых комбинаций. В частности, при фиксированных i и j центральная частота продукта ЧВС однозначно определяется индексом k , вследствие чего

потенциально релевантные значения k могут быть локализованы в некоторой окрестности значения $i + j - \nu_q$, соответствующего совпадению центральной частоты продукта ЧВС с центральной частотой q -го целевого оптического канала.

Размер такой окрестности определяется шириной референсной полосы целевого оптического канала и спектральной шириной формируемого продукта ЧВС. При этом конкретный способ задания границ области поиска зависит от принятых ограничений на ширину спектров атакующих оптических сигналов, условий фазового согласования и других параметров рассматриваемой модели. Поэтому для различных частных случаев могут быть разработаны различные схемы предварительного ограничения множества допустимых значений k , позволяющие дополнительно сократить вычислительную сложность формирования множеств U_q . Разработка и сравнительный анализ таких алгоритмов ускоренного поиска релевантных троек представляют собой самостоятельную задачу и выходят за рамки настоящей работы.

Рассмотрим обратную постановку задачи, в которой заранее задана некоторая комбинация оптических каналов целевого диапазона, подлежащих одновременной блокировке. Обозначим множество таких каналов $C^* \in C$. Тогда Каждой комбинации C^* может быть поставлена в соответствие суммарная скорость передачи данных

$$R(C^*) = \sum_{q \in C^*} R_q.$$

В отличие от рассмотренной ранее постановки, в данном случае факт блокировки каждого канала $q \in C^*$ задаётся заранее без использования бинарных переменных y_q . Для каждого канала из множества C^* непосредственно задаётся условие достижения мощности ЧВС-помехи, достаточной для его блокировки:

$$\forall q \in C^*: P_q^{\Pi} \geq Q_q^{\text{бл}}.$$

Поскольку для каждого целевого оптического канала предварительно сформировано множество релевантных троек U_q , условия одновременной блокировки выбранной комбинации целевых каналов принимают вид

$$\forall q \in C^*: \sum_{(i,j,k) \in U_q} \rho_{ijk} K_{ijk} P_i P_j P_k \geq Q_q^{\text{бл}}. \quad (24)$$

В качестве целевой функции используется суммарная мощность оптических сигналов, формируемых в атакующем диапазоне:

$$\min_P P_{\Sigma} = \sum P_d.$$

Однако выполнение только ограничений (19) не гарантирует физической реализуемости полученного решения. При оптимизации мощности P_d различных атакующих оптических сигналов рассматриваются как независимые переменные, вследствие чего оптимизационная процедура в общем случае может одновременно использовать комбинации сигналов, совместное формирование

которых в пределах выделенного атакующего спектрального ресурса невозможно. Поэтому модель необходимо дополнить системой ограничений совместимости, определяющей допустимые сочетания одновременно формируемых атакующих оптических сигналов.

Для каждого потенциального атакующего сигнала s_d введём бинарную переменную $x_d \in \{0,1\}$, такую, что $x_d = 1$ если атакующий оптический сигнал индексируемый d формируется противником и $x_d = 0$ в противном случае.

Два атакующих оптических сигнала d и r будем считать несовместимыми, если их спектральные полосы пересекаются:

$$B_d \cap B_r \neq \emptyset.$$

Обозначим множество всех таких конфликтующих пар через:

$$E = \{(d, r) \in A^2 : d < r, B_d \cap B_r \neq \emptyset\}.$$

Тогда базовая система ограничений совместимости имеет простой вид:

$$\forall (d, r) \in E : x_d + x_r \leq 1.$$

Но бинарные переменные необходимо связать с непрерывными переменными мощности

$$\forall d \in \overline{1, N_1} : 0 \leq P_d \leq P_{\max} \cdot x_d.$$

Тогда помещать переменные x_d не нужно помещать в условия блокировки (19). Например, если $x_i = 0$, то $P_i = 0$ и соответственно $P_i P_j P_k = 0$. Следовательно, все продукты ЧВС, для формирования которых необходим сигнал i , автоматически исчезают из мощности помехи.

В итоге постановка оптимизационной задачи имеет следующий вид.

$$\min_{P, x} P_{\Sigma} = \sum_{d \in \overline{1, N_1}} P_d$$

при условиях:

$$\forall q \in C^* : \sum_{(i, j, k) \in U_q} \rho_{ijk} K_{ijk} P_i P_j P_k \geq Q_q^{\text{бл}},$$

$$\forall d \in \overline{1, N_1} : 0 \leq P_d \leq P_{\max} \cdot x_d,$$

$$\forall (d, r) \in E : x_d + x_r \leq 1,$$

$$x_d \in \{0,1\}.$$

Полученная оптимизационная задача относится к классу MINLP-задач. Как и рассмотренная ранее задача максимизации ущерба, данная задача в общем случае является невыпуклой и для нее может быть построена релаксация посредством замены кубических одночленов с последующим применением пространственного метода ветвей и границ.

После решения получаем минимально необходимую суммарную мощность P_{Σ}^* , которую сравниваем с энергетическим ресурсом противника $P_{\max}$. Если выполняется условие:

$$P_{\Sigma}^* \leq P_{\max},$$

то выбранная комбинация блокируемых целевых оптических каналов энергетически достижима при заданных возможностях противника. В противном случае

одновременная блокировка данной комбинации при заданном энергетическом ограничении невозможна.

Рассмотренная оптимизационная задача позволяет для произвольной заданной комбинации $C^* \in C$ определить минимальную суммарную мощность атакующих оптических сигналов $P_{\Sigma}^*(C^*)$, необходимую для одновременной блокировки входящих в неё целевых оптических каналов. На её основе может быть построена процедура поиска наибольшего ущерба, достижимого при ограниченном энергетическом ресурсе $P_{\max}$.

В общем случае непосредственное решение данной задачи предполагает рассмотрение всех возможных подмножеств множества C . При наличии N_3 целевых оптических каналов количество таких комбинаций составляет 2^{N_3-1} , что приводит к экспоненциальному росту числа оптимизационных задач, которые необходимо решить.

Для сокращения пространства поиска предлагается осуществлять поиск не непосредственно по множеству комбинаций каналов, а по величине их суммарной скорости передачи. Обозначим максимально возможную суммарную скорость, соответствующую блокировке всех целевых оптических каналов,

$$R_{\max} = \sum_{q \in C} R_q.$$

На первом этапе рассматривается комбинация $C^{(0)} = C$, для которой $R(C^{(0)}) = R_{\max}$, и решается задача минимизации мощности.

Если $P_{\Sigma}^*(C^{(0)}) \leq P_{\max}$, то блокировка всех целевых оптических каналов является реализуемой и дальнейший поиск не требуется. В этом случае достигается максимально возможное значение ущерба $R_{\max}$.

Если же $P_{\Sigma}^*(C^{(0)}) > P_{\max}$, то необходимо перейти к поиску комбинаций с меньшей суммарной скоростью. Для этого введём нижнюю и верхнюю границы искомой скорости соответственно: $R_L = 0$, $R_U = R_{\max}$.

На очередной итерации определяется промежуточное значение

$$R_M = \frac{R_L + R_U}{2}.$$

После этого среди целевых оптических каналов формируется одна или несколько комбинаций $C^{(1)}$, суммарная скорость которых равна R_M , либо является ближайшей к этому значению из числа достижимых комбинаций:

$$R(C^{(1)}) \approx R_M.$$

Для сформированной комбинации решается задача определения минимальной необходимой мощности $P_{\Sigma}^*(C^{(1)})$. Если $P_{\Sigma}^*(C^{(1)}) \leq P_{\max}$, то рассматриваемая комбинация доступна для блокировки и значение $R(C^{(1)})$ может быть принято в качестве новой нижней границы: $R_L = R(C^{(1)})$. После этого поиск продолжается в области более высоких значений суммарной скорости. Если же $P_{\Sigma}^*(C^{(1)}) > P_{\max}$, то рассматриваемая комбинация при заданном энергетическом

ресурсе недоступна и поиск продолжается в направлении меньших значений суммарной скорости: $R_U = R(C^{(1)})$. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока дальнейшее уменьшение интервала $[R_L, R_U]$ не приводит к появлению нового достижимого значения суммарной скорости. В результате определяется наибольшее найденное значение $R^* = R_L$, для которого существует комбинация целевых оптических каналов C^* , удовлетворяющая условию $P_\Sigma^*(C^*) \leq P_{\max}$.

По своей идее такой подход близок к дихотомическому поиску, применяемому в задачах численной оптимизации. Следует отметить, что поиск выполняется именно по значениям суммарной скорости, а не по отдельным комбинациям каналов. Поэтому недостижимость одной конкретной комбинации не является основанием для исключения соответствующего значения скорости: оно считается недостижимым только в том случае, если ни одна из комбинаций с данной суммарной скоростью не может быть заблокирована при заданном ограничении $P_{\max}$.

Модель спектрально-избирательных деструктивных воздействий с управлением мощностью, центральными частотами и шириной спектра атакующих оптических сигналов

Рассмотренные выше варианты модели соответствуют различным возможностям противника по управлению параметрами формируемых оптических сигналов. В первом случае предполагалось, что центральные частоты и ширина спектров атакующих оптических сигналов фиксированы, а управляемыми параметрами являются только их мощности. Во втором случае противник дополнительно получает возможность выбирать центральные частоты формируемых сигналов при фиксированных значениях их спектральной ширины.

Рассмотрим наиболее общий случай, в котором противник способен управлять всеми тремя параметрами атакующих оптических сигналов: центральной частотой, шириной спектра и мощностью. При этом, в отличие от мощности, принимающей непрерывные значения в заданном диапазоне, центральные частоты и ширина спектров выбираются из заранее заданных дискретных множеств.

Пусть, как и ранее, множество допустимых индексов центральных частот атакующих оптических сигналов обозначается

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_{N_A}\}, A \subset \mathbb{Z}.$$

Введём множество допустимых значений ширины спектра атакующих оптических сигналов

$$W = \{\Delta f^{(1)}, \Delta f^{(2)}, \dots, \Delta f^{(N_5)}\},$$

где N_5 — количество доступных противнику вариантов ширины спектра атакующих оптических сигналов.

Тогда каждый продукт ЧВС формируется тройкой спектральных конфигураций

$$\left((i, w_i), (j, w_j), (k, w_k) \right),$$

где $w_i, w_j, w_k \in \overline{1, N_5}$ – индексы выбранных значений ширины спектра соответственно i -го, j -го и k -го атакующих оптических сигналов, причём $\Delta f_i = \Delta f^{(w_i)}$, $\Delta f_j = \Delta f^{(w_j)}$, $\Delta f_k = \Delta f^{(w_k)}$. Таким образом, одной и той же тройке центральных частот может соответствовать несколько вариантов продукта ЧВС, отличающихся шириной спектра взаимодействующих оптических сигналов. Ширина спектра продукта ЧВС определяется выбранной комбинацией w_i, w_j, w_k :

$$\Delta f_{ijk}^{(w_i, w_j, w_k)} = \min \left(\Delta f^{(w_i)} + \Delta f^{(w_j)} + \Delta f^{(w_k)}, \Delta f_{ijk}^{\text{фс}} \right).$$

Тройку спектральных конфигураций $\left((i, w_i), (j, w_j), (k, w_k) \right)$ будем называть релевантной для q -го целевого оптического канала, если полоса порождаемого ею продукта ЧВС имеет ненулевое пересечение с референсной полосой данного канала:

$$B_{ijk}^{(w_i, w_j, w_k)} \cap B_q^{\text{реф}} \neq \emptyset.$$

По аналогии с выражением (18) условие релевантности может быть записано в виде

$$|i + j - k - \nu_q| \cdot \Delta f^{\text{бчи}} < \frac{\Delta f_{ijk}^{(w_i, w_j, w_k)} + \Delta f_q^{\text{реф}}}{2}. \quad (25)$$

Следовательно, для каждого q -го целевого оптического канала может быть предварительно сформировано множество всех релевантных троек спектральных конфигураций

$$U_q = \left\{ \left((i, w_i), (j, w_j), (k, w_k) \right) \left| \begin{array}{l} i, j, k \in A, \\ i < j, w_i, w_j, w_k \in \overline{1, N_5}, \\ |i + j - k - \nu_q| \Delta f^{\text{бчи}} < \frac{\Delta f_{ijk}^{(w_i, w_j, w_k)} + \Delta f_q^{\text{реф}}}{2} \end{array} \right. \right\}.$$

Как и в рассмотренной ранее модели с управлением мощностью и центральными частотами атакующих оптических сигналов, выбор конкретных атакующих оптических сигналов осуществляется с использованием бинарных переменных, а их мощности рассматриваются как непрерывные переменные оптимизации. Отличие состоит в том, что в данном случае потенциальный атакующий оптический сигнал определяется не только положением его центральной частоты, но и выбранным значением ширины спектра.

Для каждого варианта формирования атакующего оптического сигнала (i, w) введём бинарную переменную $x_{iw} \in \{0, 1\}$, такую, что $x_{iw} = 1$ если оптический сигнал с центральной частотой, индексированной i , и шириной спектра w

входит в формируемую спектральную конфигурацию, и $x_{iw} = 0$ в противном случае.

Тогда мощность атакующего оптического сигнала определяется непрерывной переменной $P_{iw} \geq 0$, а связь между x_{iw} и P_{iw} , как и в предыдущей модели, задаётся ограничением

$$0 \leq P_{iw} \leq P_{\max} \cdot x_{iw}.$$

Существенное отличие от предыдущей модели заключается в том, что если раньше каждой i -й центральной частоте соответствовал единственный потенциальный атакующий сигнал фиксированной ширины, то теперь одной центральной частоте соответствует набор альтернативных вариантов

$$(i, 1), (i, 2), \dots, (i, N_5).$$

Одновременно два таких варианта формироваться не могут, поскольку они описывают альтернативный выбор ширины одного сигнала в одной и той же частотной позиции. Поэтому

$$\forall i \in A: \sum_{w \in 1, N_5} x_{iw} \leq 1.$$

После этого уже добавляется прежняя идея совместимости. Для любых двух вариантов (i, w) и (j, w) , спектральные полосы которых пересекаются, их одновременное включение в одну спектральную конфигурацию запрещается:

$$x_{iw} + x_{jw} \leq 1.$$

Попарное формирование ограничений совместимости позволяет полностью исключить одновременное использование пересекающихся по спектру оптических сигналов. Однако при увеличении количества допустимых значений центральной частоты и ширины спектра число таких ограничений может существенно возрастать. Кроме того, если несколько вариантов формирования атакующих оптических сигналов являются взаимно несовместимыми, соответствующее условие может быть представлено одним обобщённым ограничением вместо совокупности попарных неравенств.

Для формирования такой системы ограничений представим все допустимые варианты формирования атакующих оптических сигналов в виде графа $G = (V, E)$. Каждой вершине графа $v_{iw} \in V$ поставим в соответствие вариант формирования оптического сигнала с центральной частотой, индексированной i , и шириной спектра, индексированной w . Две вершины соединяются ребром в том случае, если спектральные полосы соответствующих им оптических сигналов пересекаются.

Поскольку каждой вершине соответствует интервал на частотной оси, а наличие ребра определяется пересечением двух таких интервалов, построенный граф относится к классу интервальных графов [23].

Рассмотрим клику данного графа, то есть такое множество его вершин, каждые две из которых соединены ребром. Все варианты формирования атакующих оптических сигналов, соответствующие вершинам одной клики, попарно конфликтуют по занимаемому спектральному ресурсу. Следовательно, в формируемую спектральную конфигурацию может входить не более одного из них.

Обозначим множество максимальных клик интервального графа через

$$K = \{K_\mu\}, \mu \in \overline{1, N_6},$$

где N_6 – количество максимальных клик. Тогда для каждой максимальной клики $K = \{K_\mu\}, \mu \in \overline{1, N_6}$, сформируем ограничение совместимости:

$$\forall \mu \in \overline{1, N_6}: \sum_{(i,w): v_{iw} \in K_\mu} x_{iw} \leq 1.$$

Использование максимальных клик позволяет заменить совокупность отдельных попарных ограничений более компактной системой неравенств. Действительно, любая пара вариантов формирования оптических сигналов, спектральные полосы которых пересекаются, образует ребро интервального графа и входит по крайней мере в одну его максимальную клику. Поэтому соответствующее кликовое ограничение автоматически запрещает одновременное включение обоих сигналов в формируемую спектральную конфигурацию.

Такой способ представления ограничений имеет дополнительное преимущество при решении оптимизационной задачи. В отличие от попарных ограничений, каждое кликовое неравенство одновременно учитывает конфликт целой группы вариантов формирования оптических сигналов и тем самым формирует более сильное описание допустимой области для бинарных переменных. При этом для интервальных графов поиск всех максимальных клик может быть выполнен за полиномиальное время относительно числа вершин графа [23, 24], поэтому построение кликовых ограничений не приводит к экспоненциальному росту вычислительной сложности предварительного этапа.

Как и в предыдущей модели с управляемыми центральными частотами и мощностями атакующих оптических сигналов, для заданной комбинации целевых оптических каналов C^* , необходимо определить такую спектральную конфигурацию атакующих оптических сигналов и такие значения их мощностей, которые обеспечивают блокировку всех оптических каналов, входящих в C^* , при минимальной суммарной мощности формируемых сигналов.

Оптимизационной задачи имеет следующий вид.

$$\min_{P,x} P_\Sigma = \sum_{i \in A} \sum_{w \in \overline{1, N_5}} P_{iw},$$

при условиях

$$\forall q \in C^*: \sum_{((i,w_i),(j,w_j),(k,w_k)) \in U_q} \rho_{ijk} K_{ijk} P_{iw_i} P_{jw_j} P_{kw_k} \geq Q_q^{\text{бл}},$$

$$\forall i \in A, w \in \overline{1, N_5}: 0 \leq P_{iw} \leq P_{\max} \cdot x_{iw},$$

$$\forall \mu \in \overline{1, N_6}: \sum_{(i,w): v_{iw} \in K_\mu} x_{iw} \leq 1.$$

$$x_{iw} \in \{0,1\}.$$

В результате решения задачи определяется минимальная суммарная мощность атакующих оптических сигналов, необходимая для блокировки заданной комбинации C^* с учётом возможности управления их центральными частотами и шириной спектра. Как и в предыдущей модели, полученное мини-

мальное значение суммарной мощности сравнивается с доступным противнику энергетическим ресурсом $P_{\max}$. Если оно не превышает $P_{\max}$, заданная комбинация целевых оптических каналов считается доступной для блокировки.

Полученная постановка сохраняет структуру предыдущей частотно-мощностной модели. Основное отличие заключается в расширении множества дискретных вариантов формирования атакующих оптических сигналов: каждой допустимой центральной частоте теперь соответствует несколько возможных значений ширины спектра. Это приводит к расширению множеств релевантных троек U_q и системы ограничений спектральной совместимости, тогда как общий принцип минимизации мощности, необходимой для блокировки заданной комбинации целевых оптических каналов, остаётся неизменным.

Данная оптимизационная задача, как и рассмотренная ранее в модели спектрально-избирательных деструктивных воздействий с управлением мощностью и центральными частотами атакующих оптических сигналов, относится к классу MINLP и может быть решена с использованием пространственного метода ветвей и границ.

Таким образом, разработанные модели являются взаимно вложенными и последовательно расширяют множество доступных противнику способов управления параметрами атакующих оптических сигналов. Каждая последующая модель включает возможности предыдущей и дополнительно учитывает новые степени свободы при формировании деструктивного воздействия. Совместное рассмотрение разработанных моделей позволяет оценить влияние возможностей противника на потенциальный ущерб и определить наихудший реализуемый сценарий спектрально-избирательного деструктивного воздействия при заданных ограничениях. Для количественной оценки полученных результатов и сравнительного анализа разработанных моделей проведём вычислительный эксперимент.

Вычислительный эксперимент и анализ результатов

Приведем пример вычисления деструктивных воздействий на основе исходных данных, представленных в таблице 1:

Пусть в целевом диапазоне легитимным пользователем сформировано подмножество оптических каналов, в которых передаются оптические сигналы, параметры которых представлены в таблице 2.

Тогда множество оптических каналов имеет вид: $C = \{c_q\}$, $q \in \overline{1,5}$, которому соответствует множество значений скоростей передачи: $R = \{10, 10, 40, 40, 100\}$.

Пусть в диапазоне частот противника передаются четыре оптических сигнала 10 Гбит/с NRZ-OOK, с частотными характеристиками представленными в таблице 3.

Таблица 1 – Исходные данные для моделирования

Параметр	Обозначение	Значение
Атакующий диапазон частот	F_a	[193,100, 193,225] ТГц
Целевой диапазон частот	F_c	[193,225, 193,350] ТГц
Ширина базового частотного интервала	$\Delta f^{бчн}$	6.25 ТГц
Максимальная суммарная мощность атакующих оптических сигналов	P_{max}	20 мВт
Длина ВОЛС	L	60 км
Коэффициент затухания оптического волокна	α	0,2 дБ/км
Дисперсия оптического волокна	D	17 пс/(нм·км)
Нелинейный коэффициент оптического волокна	γ	1,3 (Вт·км) ⁻¹
Эффективная площадь	$A_{эфф}$	80 мкм ²

Таблица 2 – Параметры целевых оптических каналов

№	Скорость оптического сигнала R_q (Гбит/с)	Ширина оптического канала $\Delta f_q^{кан}$ (ТГц)	Центральная частота оптического канала $f_q^{кан}$ (ТГц)	Полоса пропускания оптического канала $B_q^{кан}$ (ТГц)	Мощность оптического сигнала на передаче P_q^c (мВт)	Требуемый OSNR, оценочно $OSNR_q^{тр}$ (дБ)
1	10	12,5	193,23125	193,22500–193,23750	1	14
2	10	12,5	193,24375	193,23750–193,25000	1	14
3	40	25	193,26250	193,25000–193,27500	2	16
4	40	25	193,28750	193,27500–193,30000	2	16
5	100	37,5	193,31875	193,30000–193,33750	3	22

Таблица 3 – Параметры оптических сигналов атакующего диапазона

№	Скорость оптического сигнала (Гбит/с)	Ширина спектра оптического сигнала Δf_d (ТГц)	Центральная частота оптического сигнала f_d (ТГц)	Мощность оптического сигнала на передачу P_d (мВт)
1	10	12,5	193,11250	5
2	10	12,5	193,15000	5
3	10	12,5	193,17500	5
4	10	12,5	193,21250	5

В рассматриваемом примере предположим, что полоса фазового согласования не ограничивает свёрточную ширину продукта ЧВС. Тогда при ширине каждого атакующего сигнала 12,5 ТГц ширина продукта ЧВС составляет 37,5 ТГц. Определим с помощью выражений (1-2) все продукты ЧВС, попадающие в референсные полосы целевых оптических каналов. Полученные результаты представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Продукты ЧВС, попадающие в референсные полосы целевых оптических каналов

Продукт ЧВС	Центральная частота продукта ЧВС f_{ijk} (ТГц)	Полоса продукта ЧВС Δf_{ijk} (ТГц)	Попадает в референсные полосы каналов c_q
$f_3 + f_2 - f_1$	193,21250	193,19375–193,23125	c_1
$f_3 + f_3 - f_1$	193,23750	193,21875–193,25625	c_1, c_2
$f_4 + f_3 - f_2$	193,23750	193,21875–193,25625	c_1, c_2
$f_4 + f_2 - f_1$	193,25000	193,23125–193,26875	c_1, c_2, c_3
$f_4 + f_4 - f_3$	193,25000	193,23125–193,26875	c_1, c_2, c_3
$f_4 + f_3 - f_1$	193,27500	193,25625–193,29375	c_3, c_4
$f_4 + f_4 - f_2$	193,27500	193,25625–193,29375	c_3, c_4
$f_4 + f_4 - f_1$	193,31250	193,29375–193,33125	c_5

Определим с помощью выражения (9) коэффициент спектрального перекрытия ρ_{ijk} для каждого продукта ЧВС, попадающего в референсную полосу целевых оптических каналов (таблица 5).

Таблица 5 – Значения коэффициентов спектрального перекрытия продуктов ЧВС и целевых оптических каналов

Продукт ЧВС	Коэффициент спектрального перекрытия ρ_{ijk}^q				
	ρ_{ijk}^1	ρ_{ijk}^2	ρ_{ijk}^3	ρ_{ijk}^4	ρ_{ijk}^5
$f_3 + f_2 - f_1$	1/6	0	0	0	0
$f_3 + f_3 - f_1$	1/3	1/3	0	0	0
$f_4 + f_3 - f_2$	1/3	1/3	0	0	0
$f_4 + f_2 - f_1$	1/6	1/3	1/3	0	0
$f_4 + f_4 - f_3$	1/6	1/3	1/3	0	0
$f_4 + f_3 - f_1$	0	0	1/3	1/3	0
$f_4 + f_4 - f_2$	0	0	1/3	1/3	0
$f_4 + f_4 - f_1$	0	0	0	0	1/3

В рассматриваемом примере предполагается использование ВОЛС с пространственным управлением хроматической дисперсией, при котором компенсация накопленной дисперсии осуществляется на отдельных участках линии. В результате пространственного управления дисперсией её суммарное остаточное значение на выходе ВОЛС положим равным 10 пс/нм. При расчёте параметров продуктов ЧВС учитывается результирующее фазовое рассогласование. Результаты вычисления показателей продуктов ЧВС: фазовое рассогласование

$\Delta\beta_{ijk}$, коэффициент эффективности η_{ijk} , коэффициент вырожденности H и мощность P_{ijk} , представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Показатели продуктов ЧВС

Продукт ЧВС	Фазовое рассогласование $\Delta\beta_{ijk}$ (км ⁻¹)	Коэффициент эффективности η_{ijk}	Коэффициент вырожденности H_{ijk}	Мощность продукта ЧВС P_{ijk} (мВт)
$f_3 + f_2 - f_1$	-0,02	$8,89 \cdot 10^{-1}$	6	$3,27 \cdot 10^{-3}$
$f_3 + f_3 - f_1$	-0,03	$7,15 \cdot 10^{-1}$	3	$1,32 \cdot 10^{-3}$
$f_4 + f_3 - f_2$	-0,01	$9,49 \cdot 10^{-1}$	6	$3,49 \cdot 10^{-3}$
$f_4 + f_2 - f_1$	-0,03	$7,35 \cdot 10^{-1}$	6	$2,70 \cdot 10^{-3}$
$f_4 + f_4 - f_3$	-0,01	$9,59 \cdot 10^{-1}$	3	$1,76 \cdot 10^{-3}$
$f_4 + f_3 - f_1$	-0,05	$4,02 \cdot 10^{-1}$	6	$1,48 \cdot 10^{-3}$
$f_4 + f_4 - f_2$	-0,03	$7,15 \cdot 10^{-1}$	3	$1,32 \cdot 10^{-3}$
$f_4 + f_4 - f_1$	-0,08	$0,53 \cdot 10^{-1}$	3	$9,69 \cdot 10^{-5}$

Используя значения мощностей продуктов ЧВС, представленные в таблице 6, и коэффициенты спектрального перекрытия, приведённые в таблице 5, определим суммарную мощность ЧВС-помехи в референсной полосе каждого целевого оптического канала.

В соответствии с выражением (8), мощность ЧВС-помехи в 1-м целевом канале определяется как:

$$P_1^n = \frac{1}{6} P_{321} + \frac{1}{3} P_{331} + \frac{1}{3} P_{432} + \frac{1}{6} P_{421} + \frac{1}{6} P_{443},$$

откуда

$$P_1^n = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ мВт.}$$

Аналогично вычислим мощность ЧВС-помехи для остальных каналов.

Мощность оптического сигнала целевого диапазона в точке приёма определяется с учётом затухания в ВОЛС. При коэффициенте затухания $\alpha = 0,2$ дБ/км и длине линии $L = 60$ км суммарное затухание составляет $A = L\alpha = 12$ дБ. Данному затуханию соответствует коэффициент ослабления $K_A = 10^{-12/10} = 0,0631$. С учётом исходных мощностей, заданных в таблице 2, получим значения мощностей оптических сигналов на выходе ВОЛС.

В рассматриваемом примере принята однопролётная модель ВОЛС, в которой оптический усилитель используется только на передающей стороне в качестве бустера. Промежуточные линейные усилители и предусилитель на приёме отсутствуют. Поэтому шум усиленного спонтанного излучения формируется только на выходе бустера и далее распространяется по линии совместно с полезными оптическими сигналами, испытывая такое же затухание, как и сигнальная составляющая. Если предположить, что начальное значение мощности

шума в оптическом канале с $P_1^c = 1$ мВт составляет $P_1^y = 1 \cdot 10^{-3}$ мВт на передачу, то после прохождения ВОЛС его мощность составит $P_1^y = 6,31 \cdot 10^{-5}$ мВт.

Полученные значения мощности оптических сигналов и мощности ЧВС-помех позволяют перейти к расчёту OSNR в каждом целевом оптическом канале с использованием выражения (10). Результаты вычислений представлены в таблице 7.

Таблица 7 – результаты расчёта мощностей оптических сигналов, ЧВС-помех и шумов усиления в точке приёма

Канал целевого диапазона c_q	Мощность сигнала в точке приёма P_q^c (мВт)	Мощность шума усиленного спонтанного излучения в точке приёма P_q^y (мВт)	Мощность ЧВС-помехи в точке приёма P_q^n (мВт)	Отношение мощности оптического сигнала к шуму в точке приёма $OSNR_q$ (дБ)
c_1	$6,31 \cdot 10^{-2}$	$6,31 \cdot 10^{-5}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$	13,30
c_2	$6,31 \cdot 10^{-2}$	$6,31 \cdot 10^{-5}$	$3,09 \cdot 10^{-3}$	13,01
c_3	$1,26 \cdot 10^{-1}$	$1,26 \cdot 10^{-4}$	$2,42 \cdot 10^{-3}$	16,95
c_4	$1,26 \cdot 10^{-1}$	$1,26 \cdot 10^{-4}$	$9,31 \cdot 10^{-4}$	20,77
c_5	$1,89 \cdot 10^{-1}$	$1,89 \cdot 10^{-4}$	$3,23 \cdot 10^{-5}$	29,32

На основе рассчитанных значений $OSNR_q$ в точке приёма, приведённых в таблице 7, и требуемых значений $OSNR_q^{тр}$ для соответствующих оптических каналов, представленных в таблице 2, с использованием условия (11) определим множество заблокированных каналов. Анализ результатов показывает, что данному условию удовлетворяют каналы c_1 и c_2 , для которых значения OSNR составляют 13,30 дБ и 13,01 дБ соответственно при требуемом уровне 14 дБ. Следовательно, множество заблокированных каналов имеет вид:

$$Q^{бл} = \{c_1, c_2\}.$$

В соответствии с выражением (12) величина ущерба определяется как суммарная скорость передачи данных в заблокированных каналах:

$$D = \sum_{q \in Q^{бл}} R_q = 10 + 10 = 20 \text{ Гбит/с.}$$

Таким образом, рассматриваемый сценарий деструктивного воздействия приводит к блокировке двух оптических каналов и снижению доступной пропускной способности целевого диапазона на 20 Гбит/с.

Полученный результат характеризует ущерб только для одной заранее заданной комбинации мощностей атакующих оптических сигналов. Вместе с тем при неизменном спектральном положении и фиксированной ширине атакующих сигналов величина создаваемой ЧВС-помехи зависит от распределения доступного энергетического ресурса между ними.

Перейдём к численному моделированию спектрально-избирательных деструктивных воздействий с управляемыми мощностями атакующих оптических

сигналов при фиксированных значениях их центральных частот и ширины спектра. Такая постановка соответствует первой из разработанных моделей, в которой изменение величины ЧВС-помехи осуществляется исключительно за счёт перераспределения доступного энергетического ресурса между атакуемыми оптическими сигналами.

Введём пять бинарных переменных $y_1, y_2, \dots, y_5$, каждая из которых характеризует состояние соответствующего целевого оптического канала после воздействия. С использованием бинарных переменных и выражений (13)–(16) сформулируем оптимизационную задачу для рассматриваемого набора исходных данных.

Для данного примера целевая функция принимает вид:

$$\max_{P, y} D = 10y_1 + 10y_2 + 40y_3 + 40y_4 + 100y_5.$$

Условия блокировки целевых оптических каналов после подстановки данных имеет вид:

$$\begin{cases} 4,36 \cdot 10^{-6} P_3 P_2 P_1 + 3,52 \cdot 10^{-6} P_3^2 P_1 + 9,31 \cdot 10^{-6} P_4 P_3 P_2 + \\ + 3,6 \cdot 10^{-6} P_4 P_2 P_1 + 2,35 \cdot 10^{-6} P_4^2 P_3 \geq 2,45 \cdot 10^{-3} y_1, \\ 3,52 \cdot 10^{-6} P_3^2 P_1 + 9,31 \cdot 10^{-6} P_4 P_3 P_2 + 7,2 \cdot 10^{-6} P_4 P_2 P_1 + 4,69 \cdot 10^{-6} P_4^2 P_3 \geq 2,45 \cdot 10^{-3} y_2, \\ 7,2 \cdot 10^{-6} P_4 P_2 P_1 + 4,69 \cdot 10^{-6} P_4^2 P_3 + 3,95 \cdot 10^{-6} P_4 P_3 P_1 + 3,52 \cdot 10^{-6} P_4 P_4 P_2 \geq 3,04 \cdot 10^{-3} y_3, \\ 3,95 \cdot 10^{-6} P_4 P_3 P_1 + 3,52 \cdot 10^{-6} P_4 P_4 P_2 \geq 3,04 \cdot 10^{-3} y_4, \\ 2,58 \cdot 10^{-7} P_4 P_4 P_1 \geq 1,01 \cdot 10^{-3} y_5. \end{cases}$$

Кроме того, в систему ограничений добавляются ограничения на переменные мощности:

$$\begin{cases} P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \leq 20, \\ P_1, P_2, P_3, P_4 \geq 0. \end{cases}$$

В приведённых численных выражениях значения переменных мощности P_1, P_2, P_3, P_4 задаются в мВт.

Введём вспомогательные непрерывные переменные z_{ijk} и линеаризуем с их помощью условия блокировки целевых оптических каналов. Добавим дополнительные ограничения (21), связывающие переменные мощности P_d и вспомогательные переменные z_{ijk} , например:

$$\begin{cases} z_{321} \geq 0, \\ z_{321} \leq 100P_1, \\ z_{321} \leq 100P_2, \\ z_{321} \leq 100P_3, \\ z_{321} \leq 14,82(P_1 + P_2 + P_3). \end{cases}$$

Для вспомогательных переменных вырожденных произведений $z_{ijj} = P_i^2 P_j$ с помощью выражения (22) сформируем отдельные системы ограничений, например:

$$\begin{cases} z_{331} \geq 0, \\ z_{331} \leq 100P_3, \\ z_{331} \leq 400P_1, \\ z_{331} \leq 59,26(P_1 + P_3). \end{cases}$$

В результате система ограничений для рассматриваемого численного примера принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} &4,36 \cdot 10^{-6} z_{321} + 3,52 \cdot 10^{-6} z_{331} + 9,31 \cdot 10^{-6} z_{432} + 3,6 \cdot 10^{-6} z_{421} + \\ &\quad + 2,35 \cdot 10^{-6} z_{443} \geq 2,45 \cdot 10^{-3} y_1, \\ &3,52 \cdot 10^{-6} z_{331} + 9,31 \cdot 10^{-6} z_{432} + 7,2 \cdot 10^{-6} z_{421} + 4,69 \cdot 10^{-6} z_{443} \geq 2,45 \cdot 10^{-3} \cdot y_2, \\ &7,2 \cdot 10^{-6} z_{421} + 4,69 \cdot 10^{-6} z_{443} + 3,95 \cdot 10^{-6} z_{431} + 3,52 \cdot 10^{-6} z_{442} \geq 3,04 \cdot 10^{-3} \cdot y_3, \\ &3,95 \cdot 10^{-6} z_{431} + 3,52 \cdot 10^{-6} z_{442} \geq 3,04 \cdot 10^{-3} \cdot y_4, \\ &2,58 \cdot 10^{-7} z_{441} \geq 1,01 \cdot 10^{-3} \cdot y_5, \\ &z_{321} \geq 0, \\ &z_{321} \leq 100P_1, \\ &z_{321} \leq 100P_2, \\ &\begin{cases} z_{321} \leq 100P_3, \\ z_{321} \leq 14,82(P_3 + P_2 + P_1), \end{cases} \\ &\dots \\ &z_{331} \geq 0, \\ &z_{331} \leq 100P_3, \\ &z_{331} \leq 400P_1, \\ &z_{331} \leq 59,26(P_3 + P_1), \\ &P_1, P_2, P_3, P_4 \geq 0, \\ &P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \leq 20, \\ &y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \in \{0,1\}. \end{aligned}$$

Далее применим пространственный метод ветвей и границ. После решения задачи смешанного целочисленного линейного программирования для исходной области изменения мощностей получено следующее решение релаксированной задачи:

$$P_1 = 0, P_2 = 8,693 \text{ мВт}, P_3 = 2,63 \text{ мВт}, P_4 = 2,63 \text{ мВт}.$$

При этом бинарные переменные принимают значения:

$$y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = 1, y_5 = 0,$$

а вспомогательные переменные принимают значения:

$$z_{231} = z_{331} = z_{241} = z_{443} = z_{341} = z_{441} = 0, \quad z_{342} = 2,63 \cdot 10^2, \quad z_{442} = 8,67 \cdot 10^2.$$

Следовательно, значение целевой функции релаксированной задачи составляет:

$$D = 10 + 10 + 40 + 40 = 100 \text{ Гбит/с.}$$

Полученное значение является верхней оценкой возможного ущерба в рассматриваемом узле дерева поиска $UB^{(0)}$, поскольку вспомогательные переменные z_{ijk} на данном этапе удовлетворяют ограничениям выпуклой релаксации, но ещё не обязательно совпадают с соответствующими кубическими произведениями $P_i P_j P_k$.

Для проверки допустимости найденного вектора мощностей относительно исходной нелинейной модели значения ЧВС-помех пересчитываются с использованием точных произведений $P_i P_j P_k$. В результате для найденного распределения мощностей блокированными оказываются второй и третий целевые оптические каналы, поэтому фактически достижимая величина ущерба – лучшая допустимая оценка LB , составляет

$$D = 10 + 40 = 50 \text{ Гбит/с.}$$

Таким образом, после первой итерации формируется интервал оценок $50 \leq D^* \leq 100 \text{ Гбит/с.}$

Максимальное расхождение между вспомогательной переменной z_{ijk} и соответствующим точным кубическим произведением $P_i P_j P_k$ на данном этапе составляет:

$$|z_{442} - P_4 P_4 P_2| = 2,13 \cdot 10^2.$$

Следовательно, релаксация в корневом узле является недостаточно точной и требуется дальнейшее пространственное разбиение области допустимых значений мощностей.

В соответствии с принятым правилом ветвления на первой итерации выбирается переменная P_4 . Исходный интервал $0 \leq P_4 \leq 20 \text{ мВт}$ разбивается в точке $P_4 = 10 \text{ мВт}$ на две подобласти:

$$0 \leq P_4 \leq 10 \text{ мВт} \text{ и } 10 \leq P_4 \leq 20 \text{ мВт.}$$

Для каждой из полученных подобластей далее повторно строится и решается усиленная линейная релаксация.

Продолжая процесс пространственного ветвления, получаем наилучшее допустимое решение:

$$P_1 = 0,218 \text{ мВт}, \quad P_2 = 5,617 \text{ мВт}, \quad P_3 = 1,693 \text{ мВт}, \quad P_4 = 12,472 \text{ мВт.}$$

При этом суммарная мощность формируемых атакующих оптических сигналов составляет 20 мВт, то есть доступный энергетический ресурс используется полностью.

Для найденного распределения мощностей значения ЧВС-помехи во втором, третьем и четвёртом целевых оптических каналах составляют соответственно $P_2^n = 2,455 \cdot 10^{-3} \text{ мВт}$, $P_3^n = 4,431 \cdot 10^{-3} \text{ мВт}$, $P_4^n = 3,083 \cdot 10^{-3} \text{ мВт}$ и превы-

шают соответствующие пороги блокировки. В результате значения $OSNR$ данных каналов снижаются до $OSNR_2 = 13,99$ дБ, $OSNR_3 = 14,42$ дБ и $OSNR_4 = 15,95$ дБ соответственно, что приводит к их блокировке. Первый и пятый оптические каналы сохраняют работоспособность. Таким образом, максимальный ущерб для рассматриваемых исходных данных составляет $D^* = 90$ Гбит/с и соответствует одновременной блокировке каналов c_2, c_3 и c_4 .

В процессе решения было обработано 1405 узлов дерева пространственного ветвления. На момент завершения вычислений нижняя оценка, соответствующая лучшему найденному допустимому решению, составила $LB = 90$ Гбит/с, а глобальная верхняя оценка, определяемая решениями релаксированных задач в оставшихся активных узлах, – $UB = 90$ Гбит/с. Таким образом, оптимизационный разрыв $UB - LB$ стал равен нулю, что подтверждает глобальную оптимальность найденного решения.

Для дополнительной проверки полученного результата задача была также решена методом полного перебора значений мощностей на дискретной сетке с шагом 0,05 мВт. Наилучшее распределение мощностей на данной сетке составило:

$$P_1 = 0 \text{ мВт}, P_2 = 5,3 \text{ мВт}, P_3 = 1,8 \text{ мВт}, P_4 = 12,8 \text{ мВт}.$$

При этом было получено значение целевой функции $D^* = 90$ Гбит/с, совпадающее с глобальным оптимальным значением, найденным пространственным методом ветвей и границ.

Совпадение значений целевой функции, полученных двумя различными методами, является дополнительным подтверждением корректности разработанного алгоритма и его программной реализации. Вместе с тем полный перебор с шагом 0,05 мВт не является доказательством глобальной оптимальности исходной непрерывной задачи, поскольку исследуется только конечное множество точек пространства мощностей. Доказательство глобальной оптимальности обеспечивается пространственным методом ветвей и границ достижением условия $UB = LB$.

При этом совпадение оптимальных значений целевой функции не требует совпадения найденных векторов мощностей. Поскольку целевая функция определяется суммарной скоростью заблокированных каналов и имеет дискретный характер, различные распределения мощностей могут обеспечивать одно и то же максимальное значение ущерба.

Перейдём к численному моделированию спектрально-избирательных деструктивных воздействий с управляемыми центральными частотами и мощностями атакующих оптических сигналов. В отличие от рассмотренной ранее модели, в данном случае изменение центральных частот приводит к изменению частот продуктов ЧВС и, следовательно, состава продуктов, создающих помеху в полосе каждого целевого оптического канала. Поэтому на первом этапе необходимо определить множество релевантных троек атакующих оптических сигналов для каждого целевого канала.

Для целевых оптических каналов c_1, c_2, c_3, c_4 и c_5 сформируем множества релевантных троек. При фиксированной ширине атакующих оптических сигналов 12,5 ГГц и условии нахождения всего его спектра внутри $F_a = [193,100; 193,225]$ ТГц получаем $A = \{1, 2, \dots, 19\}$. Положим, что полоса фазового согласования не ограничивает свёрточную ширину, поэтому ширина спектра всех продуктов ЧВС равна $\Delta f_{ijk} = 37,5$ ГГц. Индексы центральных частот пяти целевых оптических каналов равны: $\nu_1 = 21$, $\nu_2 = 23$, $\nu_3 = 26$, $\nu_4 = 30$, $\nu_5 = 35$.

Для референсной полосы 12,5 ГГц условие (23) превращается в $|i + j - k - \nu_q| < 4$, а поскольку все индексы целые, $|i + j - k - \nu_q| \leq 3$. Следовательно, все множества релевантных троек можно полностью задать так:

$$\begin{aligned} U_1 &= \{(i, j, k) : 1 \leq i \leq j \leq 19, 1 \leq k \leq 19, 18 \leq i + j - k \leq 24\}, \\ U_2 &= \{(i, j, k) : 1 \leq i \leq j \leq 19, 1 \leq k \leq 19, 20 \leq i + j - k \leq 26\}, \\ U_3 &= \{(i, j, k) : 1 \leq i \leq j \leq 19, 1 \leq k \leq 19, 23 \leq i + j - k \leq 29\}, \\ U_4 &= \{(i, j, k) : 1 \leq i \leq j \leq 19, 1 \leq k \leq 19, 27 \leq i + j - k \leq 33\}, \\ U_5 &= \{(i, j, k) : 1 \leq i \leq j \leq 19, 1 \leq k \leq 19, 32 \leq i + j - k \leq 38\}. \end{aligned}$$

В итоге множества релевантных троек содержат: $|U_1| = 533$, $|U_2| = 454$, $|U_3| = 302$, $|U_4| = 148$, $|U_5| = 34$ комбинации для целевых оптических каналов.

После того как для каждого целевого оптического канала сформированы множества релевантных троек U_q , для каждой тройки $(i, j, k) \in U_q$ могут быть предварительно вычислены параметры, определяющие вклад соответствующего продукта ЧВС в суммарную помеху: коэффициент спектрального перекрытия ρ_{ijk}^q и коэффициент нелинейного взаимодействия K_{ijk} , учитывающий параметры ВОЛС, фазовое рассогласование и эффективность формирования продукта ЧВС. В результате мощность ЧВС-помехи в референсной полосе q -го целевого оптического канала может быть представлена в виде суммы вкладов только релевантных троек.

С учётом того, что множество допустимых индексов центральных частот составляет $A = \{1, 2, \dots, 19\}$, для каждой допустимой частотной позиции $d \in A$, введем бинарную переменную $x_d \in \{0, 1\}$ определяющая факт формирования атакующего оптического сигнала на соответствующей центральной частоте. Таким образом, рассматриваемая оптимизационная модель содержит 19 бинарных переменных x_d . Непрерывным переменным P_d , характеризующим мощности атакующих сигналов, соответствуют те же 19 частотных позиций.

В результате целевая функция – минимизация суммарной мощности атакующих оптических сигналов:

$$\min_{P, x} \sum_{d=1}^{19} P_d.$$

Для попытки одновременной блокировки всех пяти каналов, первая проверяемая комбинация имеет вид $C^{(0)} = C$.

Для пяти целевых каналов условия блокировки принимают вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{(i,j,k) \in U_1} \rho_{ijk}^1 K_{ijk} P_i P_j P_k \geq Q_1^{\text{бл}}, \\ \sum_{(i,j,k) \in U_2} \rho_{ijk}^2 K_{ijk} P_i P_j P_k \geq Q_2^{\text{бл}}, \\ \sum_{(i,j,k) \in U_3} \rho_{ijk}^3 K_{ijk} P_i P_j P_k \geq Q_3^{\text{бл}}, \\ \sum_{(i,j,k) \in U_4} \rho_{ijk}^4 K_{ijk} P_i P_j P_k \geq Q_4^{\text{бл}}, \\ \sum_{(i,j,k) \in U_5} \rho_{ijk}^5 K_{ijk} P_i P_j P_k \geq Q_5^{\text{бл}}. \end{array} \right.$$

Дополнительно, для каждой из 19 частотных позиций:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq P_1 \leq 20x_1, \\ 0 \leq P_2 \leq 20x_2, \\ \dots \\ 0 \leq P_{19} \leq 20x_{19}. \end{array} \right.$$

Для конфликтующих спектральных позиций ограничения имеют вид.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_2 + x_3 \leq 1, \\ \dots \\ x_{18} + x_{19} \leq 1. \end{array} \right.$$

Полученная оптимизационная задача решалась пространственным методом ветвей и границ, с использованием выпуклой релаксации на основе выражений (21)-(22). В заключительных перспективных узлах нижняя оценка требуемой мощности достигла $LB = 19,978$ мВт, однако допустимого целочисленного решения исходной нелинейной задачи найдено не было. После дальнейшего разбиения все оставшиеся подобласти оказались недопустимыми так как значение LB превышало бюджет мощности 20 мВт, вследствие чего комбинация $C^{(0)}$ была признана недостижимой и исключена.

Поиск был продолжен для следующей комбинации $C^{(1)} = \{c_5\}$, соответствующей ущербу $D = 100$ Гбит/с. На раннем этапе пространственного метода ветвей и границ было найдено допустимое решение исходной нелинейной задачи с суммарной мощностью атакующих сигналов

$$P_{\Sigma}^* = 19,787 \text{ мВт} < P_{\max} = 20 \text{ мВт}.$$

При этом ненулевые мощности имели только два атакующих сигнала: $P_6 = 6,596$ мВт на частоте $f_6 = 193,1375$ ТГц и $P_{19} = 13,192$ мВт на частоте $f_{19} = 193,21875$ ТГц. Рассчитанная мощность ЧВС-помехи в пятом канале со-

ставила $P_5^n = 1,0503 \cdot 10^{-3}$ мВт, что превышает порог его блокировки. Следовательно, канал c_5 может быть заблокирован при допустимом энергетическом бюджете, поэтому уровень ущерба $D = 100$ Гбит/с признаётся достижимым.

После установления достижимости 100 Гбит/с алгоритм проверил промежуточные более высокие уровни $D = 150, 120, 110$ Гбит/с. Поскольку ни для одной из соответствующих комбинаций целевых каналов не было найдено допустимой конфигурации атакующих сигналов при ограничении $P_{\max} = 20$ мВт, максимальным достижимым ущербом осталось значение $D^* = 100$ Гбит/с.

Моделирование спектрально-избирательных деструктивных воздействий с управлением мощностью, центральными частотами и шириной спектра атакующих оптических сигналов не приводится в данной статье, поскольку последовательность формирования и решения оптимизационной задачи аналогична предыдущим двум моделям. Результаты вычислительного эксперимента, в котором в качестве дополнительного параметра рассматривались три возможных значения ширины спектра сигнала атакующих оптических сигналов, позволили получить конфигурацию воздействия, обеспечивающую блокировку целевых каналов с суммарной скоростью передачи данных $D^* = 110$ Гбит/с.

Выводы

В работе разработана обобщенная модель спектрально-избирательных деструктивных воздействий в ОТС СН, основанных на формировании продуктов ЧВС в условиях ограниченного доступа противника к спектральным и энергетическим ресурсам ВОЛС.

Научная новизна работы заключается в том, что предложен подход к количественной оценке спектрально-избирательного деструктивного воздействия, учитывающий частотное положение, ширину спектра и мощность продуктов ЧВС, а также степень их перекрытия с референсной полосой целевых оптических каналов. В качестве показателя ущерба используется суммарная скорость передачи данных в каналах, для которых вследствие ЧВС-помехи значение OSNR снижается ниже требуемого уровня.

Разработанная обобщенная модель содержит взаимно вложенные модели деструктивных воздействий, различающиеся набором параметров атакующих оптических сигналов, доступных для управления. Последовательно рассмотрены случаи управления только мощностями сигналов; мощностями и центральными частотами; мощностями, центральными частотами и шириной спектра. Такое представление позволяет оценивать потенциальный ущерб в зависимости от возможностей противника по управлению выделенным ему спектральным ресурсом.

Задача определения наихудшего реализуемого деструктивного воздействия формализована как задача смешанного целочисленного нелинейного программирования. Для её решения предложено использование пространственного метода ветвей и границ с построением выпуклых релаксаций нелинейных про-

изведений, что обеспечивает возможность определения глобально оптимального решения. Для моделей с управляемым спектральным положением сигналов введены ограничения спектральной совместимости, представляемые с использованием интервального графа и его максимальных клик.

Вычислительный эксперимент показал существенную зависимость потенциального ущерба от числа параметров атакующих сигналов, доступных для управления. При ограничении суммарной мощности атакующих сигналов величиной 20 мВт для модели с управлением только мощностью максимальный ущерб составил 90 Гбит/с. Предоставление возможности изменения центральных частот увеличило максимальный достижимый ущерб до 100 Гбит/с, а совместное управление мощностью, центральной частотой и шириной спектра – до 110 Гбит/с.

Для модели с управлением мощностями глобальная оптимальность полученного решения подтверждена совпадением верхней и нижней оценок пространственного метода ветвей и границ. Дополнительная проверка методом полного перебора с шагом 0,05 мВт дала то же максимальное значение ущерба – 90 Гбит/с, что подтверждает корректность разработанного алгоритма и его программной реализации.

Полученные результаты показывают, что при совместном использовании спектральных ресурсов ВОЛС ограничение только суммарной мощности вводимых в линию оптических сигналов не исключает возможность формирования эффективных спектрально-избирательных деструктивных воздействий. Повышение степени свободы пользователя при формировании оптических сигналов внутри выделенного ему спектрального диапазона приводит к расширению множества реализуемых сценариев воздействия и может увеличивать потенциальный ущерб целевым оптическим каналам.

Заключение

В работе представлен новый подход к моделированию спектрально-избирательных деструктивных воздействий в ОТС СН, использующих совместно предоставляемые спектральные ресурсы ВОЛС. В отличие от подходов, основанных преимущественно на анализе непосредственного попадания помехового сигнала в полосу целевого канала, разработанная обобщённая модель учитывает возможность внеполосного воздействия за счёт нелинейного взаимодействия оптических сигналов и формирования продуктов ЧВС.

Разработанная обобщённая модель позволяет связывать параметры формируемых противником оптических сигналов с мощностью ЧВС-помехи в референсных полосах целевых каналов, изменением их OSNR и результирующим ущербом, определяемым суммарной скоростью передачи данных в заблокированных каналах. Последовательное расширение множества управляемых параметров от мощности к центральной частоте и ширине спектра позволило сформировать семейство взаимно вложенных моделей, соответствующих различным возможностям противника.

Результаты численного моделирования показывают, что потенциальный ущерб определяется не только располагаемым энергетическим ресурсом, но и возможностью управления спектральной конфигурацией атакующих сигналов.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что обеспечение спектральной изоляции пользователей в системах, реализующих концепцию «спектр как услуга», не должно ограничиваться контролем выхода излучения за границы выделенного диапазона и контролем суммарной оптической мощности. Необходимо учитывать возможность формирования внутри разрешённого спектрального ресурса конфигураций сигналов, способных посредством нелинейных эффектов создавать помеховые компоненты в спектральных диапазонах других пользователей.

Разработанная обобщённая модель может быть использована для оценки уязвимости спектральных ресурсов ОТС СН, определения потенциально опасных спектральных конфигураций и обоснования требований к граничному контролю параметров пользовательских оптических сигналов. Перспективным направлением дальнейших исследований является разработка методов распределения спектральных ресурсов и формирования ограничений на параметры пользовательских сигналов, обеспечивающих снижение максимально возможного ущерба от спектрально-избирательных воздействий при сохранении преимуществ гибкого использования оптического спектра.

Литература

1. Бойко А. П., Одоевский С. М., Стародубцев Ю. И. Повышение пропускной способности оптических транспортных сетей специального назначения за счёт эффективного использования арендуемых спектральных ресурсов // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические средства противодействия терроризму. 2025. № 3–4 (201–202). С. 85–92.
2. Макаренко С. И. Модели системы связи в условиях преднамеренных дестабилизирующих воздействий и ведения разведки. – СПб.: Научные технологии, 2020. – 337 с.
3. Resilience, civil preparedness and Article 3 // North Atlantic Treaty Organization (NATO) [Электронный ресурс]. 2024. – URL: <https://www.nato.int/en/what-we-do/deterrence-and-defence/resilience-civil-preparedness-and-article-3> (дата обращения 23.08.2026).
4. The Telecom Sector's Contribution to Europe's Security and Resilience // Copenhagen Economics; commissioned by Connect Europe [Электронный ресурс]. 2025. 42 p. – URL: https://connecteurope.org/sites/default/files/2025-10/Resilience%20and%20security%20study_CopenhagenEconomics%20for%20Connect%20Europe_Oct2025.pdf (дата обращения 23.08.2026).
5. Kaeval K., Grobe K., Elbers J. P. Operation of optical spectrum as a service in disaggregated and multi-operator environments [Invited] // Journal of Optical Communications and Networking. 2025. Vol. 17. No. 1. P. A46–A58. DOI: 10.1364/JOCN.534118.

6. Kaeval K., Grobe K., Elbers J.-P., Griesser H., Eiselt M., Autenrieth A. Characterization of the optical spectrum as a service // *Journal of Optical Communications and Networking*. 2022. Vol. 14. No. 5. P. 398–410. DOI: 10.1364/JOCN.454158.
7. Бойко А. П., Одоевский С. М., Ясинский С. А. Модель деструктивных воздействий на основе нелинейных эффектов в волоконно-оптических линиях связи с гибкой сеткой частот // *Электросвязь*. 2026. № 4. С. 15–24. DOI: 10.34832/ELSV.2026.78.4.002.
8. Dahan D., Mahlab U. Security threats and protection procedures for optical networks // *IET Optoelectronics*. 2017. Vol. 11. P. 186–200. DOI: 10.1049/iet-opt.2016.0150.
9. Skorin-Kapov N., Furdek M., Zsigmond S., Wosinska L. Physical-layer security in evolving optical networks // *IEEE Communications Magazine*. 2016. Vol. 54. No. 8. P. 110–117. DOI: 10.1109/MCOM.2016.7537185.
10. Zhu J., Zhao B., Lu W., Zhu Z. Attack-aware service provisioning to enhance physical-layer security in multi-domain EONs // *Journal of Lightwave Technology*. 2016. Vol. 34. No. 11. P. 2645–2655. DOI: 10.1109/JLT.2016.2541779.
11. Bensalem M., Brasileiro Í., Drummond A., Jukan A. Embedding jamming attacks into physical layer models in optical networks // *Proceedings of the International Conference on Optical Network Design and Modeling (ONDM 2020)*. Barcelona, Spain, 2020. P. 1–6. DOI: 10.23919/ONDM48393.2020.9132999.
12. Ren S., Zhang Y., Wang J., Zhang J., Rao X. Research on high power intra-channel crosstalk attack in optical networks // *Proceedings of SPIE. Fourth International Conference on Optical and Photonics Engineering*. 2017. Vol. 10250. Art. 102502G. DOI: 10.1117/12.2266850.
13. Kanaev A. K., Ivanin A. N. On approaches to modeling the functioning of transport communication networks in the context of network and computer attacks based on Markov process theory // *Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2020)*. Saint Petersburg, Russia, 2020. Art. 9131431. DOI: 10.1109/WECONF48837.2020.9131431.
14. Канаев А. К., Привалов А. А., Иванин А. Н. Имитационная модель функционирования транспортной сети связи в условиях реализации сетевых и компьютерных атак // *Информация и космос*. 2020. № 1. С. 18–26.
15. Канаев А. К., Иванин А. Н., Соколов А. С., Щербак К. П. Нейросетевой анализ спектральных загрязнений в интересах обеспечения устойчивости оптических сетей связи // *Информация и космос*. 2025. № 4. С. 6–11.
16. Российский рынок DWDM: «лямбда за сервис» // ИКС-Медиа [Электронный ресурс]. 05.02.2020. – URL: <https://www.iksmedia.ru/articles/5643321-Rossijskij-rynok-DWDM-lyambda-za.html> (дата обращения 23.08.2026).
17. Recommendation ITU-T G.694.1. Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid. Geneva: International Telecommunication Union, 2020.
18. Agrawal G. P. *Fiber-Optic Communication Systems*. 5th ed. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2021. – 544 p.
19. Agrawal G. P. *Nonlinear Fiber Optics*. – 6th ed. – Amsterdam: Academic Press, 2019. – 728 p.

20. Meyer C. A., Floudas C. A. Trilinear monomials with positive or negative domains: facets of the convex and concave envelopes. In: Floudas C. A., Pardalos P. M. (eds.) *Frontiers in Global Optimization*. Boston, MA: Springer, 2003. P. 327–352. DOI: 10.1007/978-1-4613-0251-3_18.
21. Floudas C. A., Akrotirianakis I. G., Caratzoulas S. et al. Global optimization in the 21st century: advances and challenges // *Computers & Chemical Engineering*. 2005. Vol. 29. Iss. 6. P. 1185–1202. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2005.02.006.
22. Tawarmalani M., Sahinidis N. V. Global optimization of mixed-integer nonlinear programs: a theoretical and computational study // *Mathematical Programming*. 2004. Vol. 99. No. 3. P. 563–591. DOI: 10.1007/s10107-003-0467-6.
23. Golumbic M. C. *Algorithmic Graph Theory and Perfect Graphs*. – 2nd ed. – Amsterdam: Elsevier, 2004. – Vol. 57.
24. Gavril F. Algorithms for minimum coloring, maximum clique, minimum covering by cliques, and maximum independent set of a chordal graph // *SIAM Journal on Computing*. 1972. Vol. 1. No. 2. P. 180–187. DOI: 10.1137/0201013.

References

1. Boyko A. P., Odoevsky S. M., Starodubtsev Yu. I. Povyshenie propusknoi sposobnosti opticheskikh transportnykh setei spetsial'nogo naznacheniiia za schet effektivnogo ispol'zovaniia arenduemykh spektral'nykh resursov. *Voprosy oboronnoi tekhniki. Seriya 16: Tekhnicheskie sredstva protivodeistviia terrorizmu*, 2025, no. 3–4 (201–202), pp. 85–92 (in Russian).
2. Makarenko S. I. *Modeli sistemy svyazi v usloviakh prednamerennykh destabiliziruiushchikh vozeistvii i vedeniia razvedki [Models of communication systems under intentional destabilizing impacts and intelligence operations]*. Saint Petersburg, Naukoemkie Tekhnologii Publ., 2020. 337 p. (In Russian).
3. Resilience, civil preparedness and Article 3. *North Atlantic Treaty Organization (NATO)*, 2024. Available at: <https://www.nato.int/en/what-we-do/deterrence-and-defence/resilience-civil-preparedness-and-article-3> (accessed 23 August 2026).
4. *The Telecom Sector's Contribution to Europe's Security and Resilience*. Copenhagen Economics; commissioned by Connect Europe, 2025. 42 p. Available at: https://connecteurope.org/sites/default/files/2025-10/Resilience%20and%20security%20study_CopenhagenEconomics%20for%20Connect%20Europe_Oct2025.pdf (accessed 23 August 2026).
5. Kaeval K., Grobe K., Elbers J.-P. Operation of optical spectrum as a service in disaggregated and multi-operator environments [Invited]. *Journal of Optical Communications and Networking*, 2025, vol. 17, no. 1, pp. A46–A58. DOI: 10.1364/JOCN.534118.
6. Kaeval K., Grobe K., Elbers J.-P., Griesser H., Eiselt M., Autenrieth A. Characterization of the optical spectrum as a service. *Journal of Optical Communications and Networking*, 2022, vol. 14, no. 5, pp. 398–410. DOI: 10.1364/JOCN.454158.

7. Boiko A. P., Odоеvsky S. M., Yasinsky S. A. Model of destructive impacts based on nonlinear effects in fiber-optic communication lines with a flexible frequency grid. *Elektrosvyaz*, 2026, no. 4, pp. 15–24. DOI: 10.34832/ELSV.2026.78.4.002 (In Russian).
8. Dahan D., Mahlab U. Security threats and protection procedures for optical networks. *IET Optoelectronics*, 2017, vol. 11, pp. 186–200. DOI: 10.1049/iet-opt.2016.0150.
9. Skorin-Kapov N., Furdek M., Zsigmond S., Wosinska L. Physical-layer security in evolving optical networks. *IEEE Communications Magazine*, 2016, vol. 54, no. 8, pp. 110–117. DOI: 10.1109/MCOM.2016.7537185.
10. Zhu J., Zhao B., Lu W., Zhu Z. Attack-aware service provisioning to enhance physical-layer security in multi-domain EONs. *Journal of Lightwave Technology*, 2016, vol. 34, no. 11, pp. 2645–2655. DOI: 10.1109/JLT.2016.2541779.
11. Bensalem M., Brasileiro Í., Drummond A., Jukan A. Embedding jamming attacks into physical layer models in optical networks. *Proceedings of the International Conference on Optical Network Design and Modeling (ONDM 2020)*, Barcelona, Spain, 2020, pp. 1–6. DOI: 10.23919/ONDM48393.2020.9132999.
12. Ren S., Zhang Y., Wang J., Zhang J., Rao X. Research on high power intra-channel crosstalk attack in optical networks. *Proceedings of SPIE. Fourth International Conference on Optical and Photonics Engineering*, 2017, vol. 10250, art. 102502G. DOI: 10.1117/12.2266850.
13. Kanaev A. K., Ivanin A. N. On approaches to modeling the functioning of transport communication networks in the context of network and computer attacks based on Markov process theory. *Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2020)*, Saint Petersburg, Russia, 2020, art. 9131431. DOI: 10.1109/WECONF48837.2020.9131431.
14. Kanaev A. K., Privalov A. A., Ivanin A. N. Simulation model of backhaul network operation under network and computer attacks. *Informatsiya i Kosmos*, 2020, no. 1, pp. 18–26 (In Russian).
15. Kanaev A. K., Ivanin A. N., Sokolov A. S., Shcherbak K. P. Neural network analysis of spectral contamination in the interests of ensuring the resilience of optical communication networks. *Informatsiya i Kosmos*, 2025, no. 4, pp. 6–11 (In Russian).
16. Rossiiskii rynek DWDM: «lambda za servis» [Russian DWDM market: “lambda as a service”]. *IKS-Media*. 05.02.2020. Available at: <https://www.iksmedia.ru/articles/5643321-Rossiiskij-rynok-DWDM-lyambda-za.html> (accessed 23 August 2026) (in Russian).
17. Recommendation ITU-T G.694.1. *Spectral Grids for WDM Applications: DWDM Frequency Grid*. Geneva, International Telecommunication Union, 2020.
18. Agrawal G. P. *Fiber-Optic Communication Systems*. 5th ed. Hoboken, John Wiley & Sons, 2021. 544 p.
19. Agrawal G. P. *Nonlinear Fiber Optics*. 6th ed. Amsterdam, Academic Press, 2019. 728 p.
20. Meyer C. A., Floudas C. A. Trilinear monomials with positive or negative domains: facets of the convex and concave envelopes. In: Floudas C. A., Pardalos P. M.

(eds.) *Frontiers in Global Optimization*. Boston, MA: Springer, 2003. P. 327–352. DOI: 10.1007/978-1-4613-0251-3_18.

21. Floudas C. A., Akrotirianakis I. G., Caratzoulas S. et al. Global optimization in the 21st century: advances and challenges. *Computers & Chemical Engineering*, 2005, vol. 29, iss. 6, pp. 1185–1202. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2005.02.006.

22. Tawarmalani M., Sahinidis N. V. Global optimization of mixed-integer nonlinear programs: a theoretical and computational study. *Mathematical Programming*, 2004, vol. 99, no. 3, pp. 563–591. DOI: 10.1007/s10107-003-0467-6.

23. Golumbic M. C. *Algorithmic Graph Theory and Perfect Graphs*. 2nd ed. Amsterdam, Elsevier, 2004, vol. 57.

24. Gavril F. Algorithms for minimum coloring, maximum clique, minimum covering by cliques, and maximum independent set of a chordal graph. *SIAM Journal on Computing*, 1972, vol. 1, no. 2, pp. 180–187. DOI: 10.1137/0201013.

Статья поступила 5.09.2026 г.

Информация об авторах

Бойко Алексей Павлович – кандидат технических наук, доцент. Докторант кафедры сетей связи и систем коммутации. Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного. Область научных интересов: анализ и синтез оптических транспортных сетей специального назначения; деструктивные воздействия в оптических сетях связи. E-mail: varenuxa89@gmail.com

Одоевский Сергей Михайлович – доктор технических наук, профессор. Профессор кафедры сетей связи и систем коммутации. Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного. Область научных интересов: анализ и синтез мультисервисных сетей связи специального назначения. E-mail: odse2017@mail.ru

Стародубцев Юрий Иванович – доктор технических наук, профессор. Профессор кафедры безопасности инфокоммуникационных систем специального назначения. Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного. Область научных интересов: обеспечение устойчивости и информационной безопасности систем и сетей связи специального назначения, защита телекоммуникационных систем от компьютерной разведки и кибератак. E-mail: prof.starodubtsev@gmail.com

Адрес: 194064, Россия, г. Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3.

Generalized model of spectrally selective destructive impacts on special-purpose optical transport networks

A. P. Boiko, S. M. Odoevsky, Y. I. Starodubtsev

Problem statement: the development of the concept of shared use of spectral resources in fiber-optic communication links, including “Optical Spectrum as a Service”, raises issues of ensuring the security and resilience of optical transport networks when independent users are granted access to separate portions of the optical spectrum. Restrictions on the spectrum and power of user signals do not eliminate the possibility of affecting other users’ channels due to the generation of four-wave mixing products. Therefore, there is a need to assess potential damage and determine the most harmful configurations of attacking optical signals. **Objective:** the objective of this study is to develop a generalized mathematical model of spectrally selective destructive impacts that enables the maximum damage to target optical channels to be determined under the adversary’s limited spectral and power resources. **Methods:** the methods used include mathematical modeling of four-wave mixing, mixed-integer nonlinear programming, and the spatial branch-and-bound method. The aggregate data rate of blocked optical channels is used as the damage metric. **Novelty:** A generalized model of spectrally selective destructive impacts is developed. The model is represented as a nested family of specific models corresponding to a successive expansion of an adversary’s capabilities to control the average power, center frequency, and spectral width of attacking optical signals. The model accounts for the out-of-band impact of four-wave mixing products on target optical channels. **Result:** The computational experiment has shown that expanding the adversary’s capabilities to control the spectral and power parameters of attacking optical signals generally increases the maximum achievable damage to target optical channels. **Practical significance:** The developed generalized model can be used to assess the vulnerability of optical transport networks and to substantiate requirements for monitoring the parameters of user optical signals when fiber-optic link spectrum resources are shared.

Keywords: optical transport network, spectral resource, destructive impact, four-wave mixing, non-linear effects, OSNR, mathematical modeling, spatial branch-and-bound method.

Information about Authors

Alexey Pavlovich Boiko – Ph.D. of Engineering Sciences, Associate Professor. Doctoral Student at the Department of Communication Networks and Switching Systems. Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny. Field of research: analysis and synthesis of special-purpose optical transport networks; destructive impacts on optical communication networks. E-mail: varenysxa89@gmail.com

Sergey Mikhailovich Odoevsky – Dr. habil. of Engineering Sciences, Full Professor. Professor at the Department of Communication Networks and Switching Systems. Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny. Field of research: analysis and synthesis of special-purpose multiservice communication networks. E-mail: odse2017@mail.ru

Yury Ivanovich Starodubtsev – Dr. habil. of Engineering Sciences, Full Professor. Professor at the Department of Security of Special-Purpose Infocommunication Systems. Military Academy of Communications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny. Field of research: resilience and information security of special-purpose communication systems and networks; protection of telecommunication systems against computer intelligence and cyberattacks. E-mail: prof.starodubtsev@gmail.com

Address: 194064, Russia, Saint-Petersburg, Tihoreckiy prospekt, 3.