

УДК 303.732.4

## Некомпенсаторная интегральная оценка качества работы центров обработки вызовов

Касаткин Ф. Ю.

**Постановка проблемы:** В условиях продолжающейся специальной военной операции остро актуальной практической задачей являются эффективные коммуникации с гражданами по широкому кругу вопросов мобилизации и прохождения воинской службы по контракту. Для этой цели Министерство обороны Российской Федерации в марте 2023 г. открыло соответствующую горячую линию с коротким номером 117 (Службу 117). Данная горячая линия организована по территориальному принципу: в каждом субъекте Российской Федерации создан собственный центр обработки вызовов (ЦОВ), обеспечивающий обработку вызовов, поступающих на номер 117 в данном субъекте. В настоящей работе описывается научно обоснованный подход к интегральной оценке качества услуг ЦОВ, позволяющий объективно оценивать реальное качество работы Службы 117 с точки зрения абонентов за счет индивидуального учета вклада каждого из оцениваемых параметров качества в итоговый общий показатель качества, а также максимального сохранения исходного объема информации о качестве услуг ЦОВ. **Методы:** некомпенсаторного порогового агрегирования, взвешенной суммы критерии, лексикографического упорядочения, лексиминной оптимизации, энтропийного анализа. **Результаты:** на базе метода некомпенсаторного порогового агрегирования предложена методика формирования интегрального показателя качества услуг ЦОВ Службы 117. На базе положений теории информации предложена и применена методика энтропийного анализа количества исходной информации и абсолютных и относительных ее потерь при формировании интегрального показателя качества услуг ЦОВ различными методами. Гипотеза исследования заключалась в том, что интегральный показатель качества услуг ЦОВ Службы 117, построенный методом некомпенсаторного порогового агрегирования, превосходит аналогичный интегральный показатель, построенный стандартным методом взвешенной суммы критерии, по различным критериям сравнения, имеющим практическое значение, а также может использоваться для решения аналогичных задач оценки качества услуг произвольных ЦОВ как военного, так и гражданского назначения. Предлагаемый интегральный показатель при практической апробации показывает большую на 17 % достоверность достижения реальной цели и меньшую на 22 % потерю исходной информации о качестве услуг ЦОВ, чем стандартно применяемая для данных целей альтернатива, прост и не требует специальных программных средств для практического применения. **Практическая значимость:** результаты исследования могут быть использованы как в организации работы Службы 117, так и для решения широкого круга других прикладных задач в гражданской сфере, которые могут быть сведены к решаемым в исследовании задачам.

**Ключевые слова:** Служба 117, центр обработки вызовов, интегральный показатель качества, некомпенсаторное пороговое агрегирование, лексиминная оптимизация, взвешенная сумма критерии, N-модель, энтропийный анализ, энтропия, количество информации, потеря информации.

---

### Библиографическая ссылка на статью:

Касаткин Ф. Ю. Некомпенсаторная интегральная оценка качества работы центров обработки вызовов // Системы управления, связи и безопасности. 2025. № 4. С. 200-243. DOI: 10.24412/2410-9916-2025-4-200-243

### Reference for citation:

Kasatkin F. Y. The non-compensatory integral quality evaluation of call centers' performance. *Systems of Control, Communication and Security*, 2025, no. 4, pp. 200-243 (in Russian). DOI: 10.24412/2410-9916-2025-4-200-243

## Введение

Задачи оценки качества обслуживания входящих телефонных вызовов в центрах обработки вызовов (ЦОВ) продолжают оставаться актуальными до настоящего времени. Это обусловлено тем, что для организаций – поставщиков услуг клиентам – физическим лицам прием входящих телефонных вызовов от клиентов является стандартным обратным каналом коммуникаций с клиентами. Для этого организаций используют ЦОВ. Способы организации ЦОВ различаются [1, 2]. Первый способ подразумевает собственный ЦОВ: и инфраструктура обработки вызовов, и собственный персонал. Второй – использование услуг специализированных организаций, которые обрабатывают входящие вызовы с использованием собственной инфраструктуры и персонала. Третий – комбинированный: операторы находятся в штате организаций, а инфраструктура обработки вызовов приобретается как услуга у поставщиков телекоммуникационных услуг. Также отличаются способы обработки вызовов. Традиционной является обработка вызовов операторами ЦОВ. Однако, практически все современные ЦОВ имеют также инструменты автоматизированной обработки вызовов [1, 2] – интерактивное голосовое меню, интерактивные голосовые помощники (роботы) и пр.

Независимо от принадлежности ЦОВ и способа организации обработки вызовов, организация, использующая ЦОВ, объективно заинтересована обеспечить максимально достижимое качество работы ЦОВ при фиксированных затратах на организацию его деятельности. Под качеством здесь понимается согласно [3] степень соответствия совокупности присущих ЦОВ характеристик требованиям цели обработки входящих вызовов. Эти требования определяет лицо, принимающее решения (ЛПР) организации, использующей ЦОВ.

В доступной отечественной и зарубежной литературе, посвященной ЦОВ, преимущественно производится анализ ЦОВ как систем массового обслуживания, а также синтез различных методик управления потоками обрабатываемых вызовов – динамическое управление численностью и графиком работы операторов ЦОВ, технические средства автоматизированной обработки вызовов и пр. При этом отсутствует научно обоснованный анализ качества обработки вызовов ЦОВ как объективной оценки удовлетворенности клиентов.

Для анализа качества обработки вызовов ЦОВ и планирования мероприятий по его максимизации требуется построение научно обоснованного интегрального показателя, обобщающего набор частных количественных показателей качества ЦОВ [4] в скалярную величину, численное значение которой необходимо и достаточно для ЛПР, чтобы сформировать научно достоверное (в соответствии с определением из [3]) суждение о качестве обработки вызовов ЦОВ (далее – качество ЦОВ). Таким образом, интегральный показатель должен быть количественной мерой качества ЦОВ, выражающей предпочтения ЛПР.

В практической сфере актуальность указанной задачи определяется тем, что Министерство обороны Российской Федерации в марте 2023 г. открыло единую территориально распределенную справочную службу по вопросам специальной военной операции (СВО) и военной службы по контракту – Служ-

бу 117 [5]. В каждом субъекте Российской Федерации создан собственный ЦОВ, обеспечивающий обработку вызовов, поступающих на номер 117 с территории субъекта. В условиях продолжающейся СВО более эффективная оценка качества услуг Службы 117 на базе научно-обоснованной методики и соответствующие корректирующие действия по повышению их качества являются остро актуальной практической задачей. Так как результат решения указанной задачи равно применим для эффективной оценки качества услуг произвольного ЦОВ, настоящая работа актуальна также в гражданской сфере для всех практических применений ЦОВ.

Материал работы декомпозирован на следующие подразделы:

1. Общая характеристика работы.
  - 1.1. Противоречие в науке и практике.
    - 1.1.1. Противоречие в науке.
    - 1.1.2. Противоречие в практике.
  - 1.2. Цель, задачи, гипотеза исследования.
    - 1.2.1. Цель исследования.
    - 1.2.2. Гипотеза исследования.
    - 1.2.3. Задачи исследования.
  - 1.3. Объект, предмет и границы исследования.
    - 1.3.1. Объект и предмет исследования.
    - 1.3.2. Границы исследования.
2. Модель ЦОВ.
  - 2.1. Формализация задачи моделирования.
  - 2.2. Формирование векторной оценки качества ЦОВ.
    - 2.2.1. Выбор частных оценок.
    - 2.2.2. Переход от численных частных оценок к ранговым.
3. Методика расчета интегрального показателя качества ЦОВ.
  - 3.1. Аксиоматическая база.
  - 3.2. Определение рейтинга векторной оценки методом некомпенсаторного порогового агрегирования.
  - 3.3. Расчет интегрального показателя качества обработки вызовов, сформированного методом некомпенсаторного порогового агрегирования.
  - 3.4. Случай неравного веса частных оценок качества.
4. Критерии оценки результатов моделирования.
5. Влияние вида интегрального показателя на возможность достижения реальной цели.
  - 5.1. Равный вес частных оценок качества.
  - 5.2. Неравный вес частных оценок качества.
6. Энтропийный анализ векторной оценки и интегральных показателей качества.
  - 6.1. Равный вес частных оценок качества.
    - 6.1.1. Энтропия и количество информации о  $z$  для интегрального показателя качества обработки вызовов, сформированного методом некомпенсаторного порогового агрегирования.

- 6.1.2. Энтропия и количество информации о  $z$  для интегрального показателя качества обработки вызовов, сформированного методом взвешенной суммы критерияев.
- 6.1.3. Анализ полученных результатов.
- 6.2. Неравный вес частных оценок качества.
7. Практическая проверка на эмпирических данных.
8. Выводы по исследованию.

## 1. Общая характеристика работы

### 1.1. Противоречие в науке и практике

#### 1.1.1. Противоречие в науке

Доступная литература предлагает значительное количество показателей качества ЦОВ. В ГОСТ [6] они именуются потребительскими свойствами ЦОВ. В работах [2, 7], они именуются метриками или Key Performance Indicators. Для каждого показателя качества предусматривается собственная методика формирования. Вместе с тем, во всем многообразии работ по предмету исследования отсутствует какой-либо метод формирования одномерного интегрального показателя качества ЦОВ, который позволял бы путем агрегации частных показателей качества получить значение, достаточно достоверно отражающее фактическое качество обработки вызовов ЦОВ. ГОСТ [6] вводит понятие интегральных показателей оценки качества. Однако, несмотря на название, показатели качества, определенные [6] как интегральные, фактически также являются частными и не характеризуют качество обработки вызовов ЦОВ в целом.

Так как интегральный показатель качества ЦОВ должен формироваться на основании научно обоснованных предпосылок, он будет научным результатом соответствующей теоретической работы. Его достоверность как научного результата согласно [3] будет закономерно обусловлена объективно существующими в соответствующей предметной области причинно-следственными связями в том случае, если он достаточно сильно коррелирует с объективной оценкой качества ЦОВ, осуществляемой согласно [6] путем запроса обратной связи о качестве обслуживания у клиентов, чьи входящие вызовы были обработаны ЦОВ.

Таким образом, достоверный интегральный показатель качества ЦОВ должен учитывать не только и не столько взгляды ЛПР на те частные показатели качества и их взаимосвязи, которые важны для организации, в которой работает ЛПР, а в первую очередь учитывать (непосредственно или опосредованно) интересы и потребности клиентов, вызовы которых обслуживает ЦОВ.

В общем виде решаемая научная задача выглядит как свертка частных показателей качества ЦОВ в одномерный интегральный показатель. Традиционный метод ее решения заключается в построении интегрального показателя качества ЦОВ с помощью линейной свертки, т. е. суммированием частных показателей качества ЦОВ с заданными удельными весами. Он всесторонне исследован в работе [8]. В силу широкой распространенности данный метод име-

ет множество названий. Далее для единообразия используется введенное в [8] название «Метод взвешенной суммы критериев» (МВСК).

Применение МВСК к объекту исследования рассмотрено автором в работе [9], а в работе [10] автор показывает практический пример применения интегрального показателя качества обработки вызовов центра обработки вызовов, сформированного методом взвешенной суммы критериев (ИПМВСК) для оценки качества реально существующего ЦОВ ресурсоснабжающей организации на протяжении 24-х месяцев.

Вместе с тем, в [8] показаны объективные недостатки ИПМВСК. Три основных из них:

1. Компенсаторный характер агрегирования, происходящий из неявного принятия гипотезы попарной независимости по предпочтению между частными показателями качества [11], которая справедлива отнюдь не для всех практически встречающихся случаев и требует достаточно объемных и сложных для практического применения процедур проверки, описанных в [11].
2. Неявное вынужденное принятие гипотезы о равномерности общей шкалы критериев при использовании ранговых (балльных) оценок либо приведении количественных оценок к единой шкале путем нормировки. Исходя из сути МВСК, значение ИПМВСК остается неизменным при уменьшении любого частного показателя из числа агрегируемых в ИПМВСК на некоторую величину и одновременном увеличении любого другого показателя на ту же величину независимо от начальных значений изменяемых показателей. То же относится и к ранговым оценкам [12]: например, «средний балл» по паре предметов с оценками (2; 5) идентичен «среднему баллу» по паре предметов с оценками (3; 4) – что должно означать для любого предмета равный прирост качества знаний при изменении оценки от 2 до 3 и от 4 до 5. Для указанных выше примеров, раскрытых в работах автора [9, 10] это означает, например, что изменение доли принятых ЦОВ вызовов, например, от 75 % до 80 % по общему улучшению качества ЦОВ должно быть эквивалентно изменению данной доли с 95% до 100%. Но большинство ЛПР с этим не согласится. В работе автора [14] показано, что зависимость себестоимости любых услуг от их качества монотонно возрастает и выпукла вниз – т.е., прирост указанной оценки с 95 % до 100 % обойдется заказчику услуг ЦОВ значительно дороже, чем прирост с 75 % до 80 %.
3. Необоснованное рассмотрение коэффициентов важности как количественных оценок важности критериев. Подробно данный вопрос разобран в [8].

Применительно к задаче оценки качества ЦОВ превалирует первый из указанных недостатков. Его можно наглядно показать на следующем упрощенном, но гипотетически возможном на практике примере. Предположим, что, интегральный показатель качества ЦОВ  $q(y_i)$  для  $i$ -го месяца формируется как сумма с равными удельными весами 0,5 двух частных оценок: процент принятых ЦОВ вызовов:  $y_{i1}$ , и доля клиентов, проблема которых была решена опера-

тором ЦОВ непосредственно во время разговора и не потребовала повторных звонков:  $y_{i2}$  (данные частные оценки предусмотрены ГОСТ [6], где они называются *ACD* и *FCR* соответственно). Формально имеем:

$$y_i = (y_{i1}; y_{i2}); q(y_i) = 0,5(y_{i1} + y_{i2}).$$

Поток вызовов в ЦОВ составляет 10 000 в месяц. Допустим, что в первый месяц ЦОВ принял половину всех вызовов (5 000 из 10 000), и половину проблем дозвонившихся клиентов (2 500 из 5 000) решил во время разговора с абонентом. В данном случае:

$$y_1 = (0,5; 0,5); q(y_1) = 0,5.$$

Во второй месяц ЦОВ принял всего один вызов из 10 000, но проблема дозвонившегося была решена во время разговора с абонентом. В этом случае:

$$y_2 = (0,0001; 1); q(y_2) = 0,50005 > q(y_1) = 0,5.$$

Значит, при фактическом бездействии ЦОВ во второй месяц (обработан 1 вызов из 10 000), интегральный показатель качества во втором месяце больше, чем в первом (в котором обработано 5 000 вызовов из 10 000).

Для проверки попарной независимости по предпочтению между частными показателями качества, входящими в состав ИПМВСК, требуется согласно [4, 11, 13] построить уровни безразличия обобщающей функции между всеми парами частных оценок и убедиться, что они представляются на координатной плоскости наклонными прямыми линиями. Это вызывает необходимость выполнения значительного объема аналитической работы, который не всегда возможен на практике в том числе ввиду труднопонятности требуемых для данной цели процедур для ЛПР, не обладающих знаниями в теории принятия решений.

Анализ данного вопроса показывает, что для ЛПР с достаточным практическим опытом чаще всего не составляет труда выбрать частные оценки качества ЦОВ и определить свои кардинальные предпочтения, то есть соотношение между численными значениями каждой частной оценки в отдельности и мнением о качестве ЦОВ в целом исходя только из значения данной частной оценки без учета значений других частных оценок (одномерное оценивание). По аналогии с [11], где вводится аналогичный по смыслу термин «маргинальная полезность», назовем данную связь маргинальным качеством ЦОВ по каждой из частных оценок. Пример определения маргинального качества для услуги общего вида приводится в работе автора [14].

При этом для большинства ЛПР затруднительно сформулировать свое мнение по поводу зависимости качества ЦОВ по одной из частных оценок от значений других оценок, т.е. условного качества. Чаще всего ЛПР не вникают в суть вопроса и автоматически принимают гипотезу о том, что маргинальное качество по каждой из оценок не зависит от значений других частных оценок, что как будто бы оправдывает применение МВСК. Вместе с тем, последовательное применение в диалоге с ЛПР правил проверки зависимости предпочтений по каждой частной оценке от значений остальных частных оценок (или, что то же самое, построения кривых безразличия – [11]) показывает, что это не так. В частности, ЛПР с большой вероятностью сообщит, что для него маргинальное качество ЦОВ линейно зависит от рассмотренной в работах автора [9, 10] частной оценки – доле зарегистрированных в системе управления взаимоотношени-

ями с клиентами (CRM – Customer Relationship Management) обращений. И уменьшение доли принятых ЦОВ вызовов со 100 % до 95 % будет вполне скомпенсировано для ЛПР увеличением доли зарегистрированных в CRM обращений с 95 % до 100 %. Но снижение доли принятых ЦОВ вызовов с 75 % до 70 % вообще не будет скомпенсировано для ЛПР никаким приростом доли зарегистрированных в CRM обращений, так как будет означать недостижение необходимой реальной цели (НРЦ) ЛПР (см. раздел. 2.1) – а это неприемлемо для ЛПР.

Построение кривых безразличия обобщающей функции для всех пар частных оценок описанным в [11] методом требует значительного объема работы с предпочтениями ЛПР с привлечением квалифицированного эксперта в теории принятия решений. Для примера рассмотрим ранговые частные оценки. Предположим, что имеется  $n = 3$  частных оценки, интервал значений каждой из которых делится на  $m = 4$  ранга (оценки от "неудовлетворительно" до "отлично"). Мощность множества  $Z$  всех возможных векторов ранговых оценок составит:

$$|Z| = m^n = 64.$$

Для полного анализа картины транзитивных [4, 11, 13, 15] предпочтений абсолютно рационального ЛПР, потребуется его ответ на вопросы эксперта о предпочтениях по каждой из возможных пар векторов  $z_i, z_j, i, j \in \{1, \dots, 64\}, i \neq j$ . Их количество равно  $|Z|(|Z| - 1) / 2 = 64 \cdot 63 / 2 = 2016$ .

На практике такой объем работы по анализу предпочтений ЛПР невозможен. Поэтому вынужденной мерой является редукция пространства возможных состояний  $|Z|$  в некое множество  $|Z^*|$  меньшей мощности. Причем, крайне редко данная редукция производится осознанно, в соответствии с положениями теории выбора. Чаще всего она проводится интуитивно, для упрощения процедуры оценивания. Очень распространена редукция индивидуальной различимости частных оценок качества – векторы  $z_i, z_j$ , состоящие из одинаковых компонент (ранговых частных оценок качества), расположенных в разном порядке, приводятся к ранжированному вектору  $z^*$ . Как будет показано ниже, мощность множества  $|Z^*|$  при  $n = 3, m = 4$  равна 20. В этом случае количество пар  $z_i^*, z_j^*$  равно  $|Z^*|(|Z^*| - 1) / 2 = 190$ . Полный анализ предпочтений ЛПР для построения уровней безразличия обобщающей функции по всем парам частных оценок потребует ответы на 190 вопросов, что все равно слишком много для практики.

Допустим, что ЛПР соглашается на анализ предпочтений по частным оценкам – например, при использовании эвристических процедур построения кривых безразличия, описанных в [11] или определения отношения предпочтения по экстремальным значениям частных оценок, описанного в [15]. В случае ограниченной рациональности ЛПР (очень распространена нетранзитивность отношения безразличия – см. [13] и нетранзитивность отношения предпочтения – см. [15]), процесс в полном объеме потребуется итерационно повторить несколько раз до получения полностью непротиворечивых результатов. На практике такой объем работы либо редко бывает возможным, либо, ввиду недостаточной рациональности ЛПР, не приводит к непротиворечивым результатам даже при большом количестве итераций.

Именно это и вызывает столь широкое использование МВСК на практике – даже интуитивно осознавая объективную некомпенсированность частных оценок (или, что то же самое, явную зависимость между ними по предпочтению), ЛПР избегает детального анализа структуры своих предпочтений для ускорения и упрощения процедуры оценки с помощью общезвестного стандартного инструмента.

Следует также отметить, что предпочтения звонящих в ЦОВ абонентов, которые должны достоверно отражаться интегральным критерием качества ЦОВ, на практике зачастую показывают заведомо некомпенсаторный характер по различным частным оценкам. Например, в работе [16] автор показывает эмпирические данные, свидетельствующие о некомпенсаторном характере обработки обращений абонентов в ЦОВ автоматизированным сервисом и операторами: запрет операторам ЦОВ ресурсоснабжающей организации принимать показания приборов учета энергоресурса у абонентов привел к снижению месячного количества показаний приборов учета, принятых операторами, с 6 435 до 631, т.е. на 5 804. При этом количество показаний, принятых у абонентов автоматизированным сервисом телефонного самообслуживания, возросло с 40 012 до 41 208, т.е. всего на 1 196. Следовательно, только около 20 % абонентов скомпенсировало недоступность желаемой услуги от оператора ЦОВ ее получением через сервис самообслуживания. В данном случае частные оценки качества ЦОВ, характеризующие доступность операторов ЦОВ и работу автоматизированных сервисов самообслуживания, не компенсируют друг друга для большинства (около 80%) абонентов. В микроэкономике, по аналогии, услуги, не компенсирующие друг друга для потребителя, именуются индифферентами. При графическом отображении данной ситуации уровни безразличия обобщающей предпочтения абонентов функции вырождаются в прямые, практически параллельные оси координат.

Таким образом, применение широко распространенного ИПМВСК для оценки качества ЦОВ дает либо необоснованный (если структура предпочтений ЛПР не определена), либо недостоверный (когда предпочтения ЛПР в отношении частных оценок качества ЦОВ заведомо некомпенсаторные) результат. Широкое распространение МВСК, как указано в работе [8], связано с простотой его применения и отсутствием у ЛПР либо должных знаний о собственных предпочтениях, либо (если ЛПР явно осознает некомпенсаторный характер своих предпочтений) иных известных ему инструментов оценки, отвечающих его предпочтениям.

### 1.1.2. Противоречие в практике

Организации используют ЦОВ в качестве инструмента коммуникации со своими клиентами [2]. Достоверной в значении [3] оценкой качества ЦОВ при этом будет непосредственная фиксация мнения клиентов с обработкой полученной выборки стандартными статистическими инструментами. Однако, данная фиксация либо приводит к заведомо искаженным результатам (оценка качества получается смещенной), либо требует значительных ресурсов на полу-

чение оценки. Например, распространенная оценка абонентами качества обработки вызова путем нажатия соответствующей цифровой клавиши (см. [2]) заранее занижена, так как в силу психологических причин [17, 18] отрицательные оценки ставят значительно большая доля неудовлетворенных качеством клиентов, чем положительные – удовлетворенных. Обратный обзвон клиентов для получения их оценки удовлетворенности требует значительных ресурсов, которые для заказчика услуг ЦОВ могут оказаться неприемлемо высокими либо по его мнению не окупятся. Также, следует учитывать резкий рост числа телефонных мошенничеств за последние годы. По данным Всероссийского центра изучения общественного мнения [19], более 67 % россиян в 2024 году получали фейковые телефонные звонки. Это резко снижает уровень доверия к входящим звонкам с незнакомых абонентами номеров, побуждает большинство абонентов не принимать такие звонки, и делает репрезентативные опросы клиентов ЦОВ путем обратных звонков крайне ресурсозатратными.

Оценим возможный объем затрат на непосредственное определение качества ЦОВ путем обратного обзыва. Допустим, что ЦОВ в среднем принимает 10 000 вызовов в месяц. Объем репрезентативной выборки, позволяющей оценить качество ЦОВ со стандартной для социологических опросов доверительной вероятностью не менее 0,95 согласно [20] составит 385 абонентов. Однако, ввиду указанного выше резкого снижения доверия абонентов к звонкам с незнакомых номеров за последние годы, только малая доля абонентов ответит на опросные звонки. Согласно данным оператора сотовой связи Т2 [21], по итогам 2024 г. только 20,6 % российских абонентов были готовы ответить на звонки с незнакомых номеров. Это означает, что объем обратного обзыва, требуемого для получения репрезентативной выборки абонентов, составит не менее  $385/0,206 \approx 1900$  звонков. Как видно, по порядку величины данный объем сравним с общим объемом принятых ЦОВ за месяц вызовов. Также следует учитывать, что если значительная доля абонентов вообще не смогла установить соединение с ЦОВ (например, из-за перегруженности входящих линий ЦОВ в период наибольшей нагрузки), то номера телефонов данных абонентов не будут зафиксированы, и они заранее не попадут в опрос (хотя их мнение о качестве ЦОВ будет заранее негативным).

Таким образом, разработка методики формирования скалярного интегрального показателя качества ЦОВ на основе данных, получаемых техническими средствами ЦОВ, т.е. без дополнительных ресурсных затрат на получение обратной связи от клиентов на практике, позволила бы как адекватно (в значении согласно [3]) оценивать качество ЦОВ, так и проводить параметрическую оптимизацию качества его функционирования. Это подтверждает актуальность указанного вопроса как для науки, так и для практики.

## 1.2. Цель, задачи, гипотеза исследования

### 1.2.1. Цель исследования

Целью статьи является разработка научно обоснованной методики формирования и практического применения одномерного интегрального показателя качества ЦОВ, который будет лишен указанных выше недостатков ИПМВСК и при этом покажет не худшие, чем ИПМВСК, результаты по итогам теоретического рассмотрения и практической апробации по набору критериев, релевантных [3] объекту и предмету исследования.

### 1.2.2. Гипотеза исследования

В работе автора [16] предлагается вариант устранения описанных выше противоречий как в науке, так и в практике: метод некомпенсаторного порогового агрегирования (МНПА). Идея метода и аксиоматика функций предпочтения для частного случая  $m = 3$  изложены в работах [22–24]. В работе [25] предложен один из возможных видов функции предпочтения, не являющейся функцией перечисления, для произвольного натурального  $m$ . В работах [26–34] случай  $m = 3$  обобщается и развивается на основе новых идей для всех натуральных  $m$ , причем:

- в работах [26, 27] анонсированы аксиоматика функций предпочтения и явная формула для функции перечисления;
- в работах [28, 29] представлена аксиоматика функций предпочтения;
- в работах [30, 31] дано полное обоснование и доказательство явной формулы для функции перечисления;
- в работе [32] приведены алгоритмы восстановления вектора по его порядковому номеру при дискретном лексиминном и лексимаксном упорядочении компонент;
- в работах [33, 34] приведено практическое ранжирование альтернатив (качество успеваемости студентов).

МНПА избирательно применяется для решения различных задач ранжирования в различных предметных областях – измерение уровня развития крупных компаний [35], обработка результатов голосования [36], ранжирование научных работников по индексу цитирования [37], рейтинги субъектов РФ по качеству государственного управления [38], сравнение data-центров по качеству услуг [39] и др. Сравнительный анализ результатов, достигаемых с помощью интегральных показателей, формируемых МНПА и МВСК, приводится в работах [33, 34] для рейтингов успеваемости студентов высшей школы, а в работе [40] – для индексов социального благополучия детей в субъектах РФ. В материале [41] показаны преимущества МНПА перед МВСК для решения задачи, функционально аналогичной предмету настоящей работы: качественного сравнения векторных оценок на примере успеваемости учащихся, в том числе продемонстрировано превосходство МНПА как в части «... жесткого учета низких ('умалывающих качество') оценок», так и в части меньшей потери исходной информации о качестве знаний при скаляризации векторной оценки.

В настоящей работе показана методика построения интегрального показателя качества услуг центра обработки вызовов, сформированного методом некомпенсаторного порогового агрегирования (ИПМНПА), которая позволяет определять ординальные предпочтения ЛПР, т.е. оценивать качество ЦОВ по порядковой шкале и ранжировать по качеству итоги работы ЦОВ за различные отчетные периоды. При достаточно общих дополнительных условиях ИПМНПА может также являться количественной мерой качества обработки вызовов ЦОВ, то есть отражать кардинальные предпочтения ЛПР и определять экономически эффективную стоимость услуг ЦОВ в зависимости от их фактического качества (для случая закупки услуг ЦОВ). Гипотезой исследования является эквивалентность ИПМНПА и ИПМВСК по критериям:

- релевантность предмету исследования;
- возможность практической реализации с помощью стандартных программных средств;
- применимости для широкого класса аналогичных задач как военного, так и гражданского назначения;

а также превосходство ИПМНПА перед ИПМВСК по критериям:

- ширина диапазона оценок;
- корректное отражение достижения достаточной реальной цели ЛПР;
- минимизация потери исходной информации при скаляризации векторной оценки качества.

### 1.2.3. Задачи исследования

Для достижения цели исследования автор ставит и разрешает следующие частные задачи исследования:

1. Общее описание модели ЦОВ.
2. Определение условий выбора частных оценок качества ЦОВ.
3. Описание методики перехода от численных оценок к ранговым.
4. Описание методики формирования ИПМНПА для случаев равного и неравного веса частных оценок качества в интегральном показателе.
5. Сравнительный анализ влияния вида интегрального показателя на возможность достижения достаточной реальной цели ЛПР (ДРЦ; см. п. 9 подраздела 1.3.2) для случаев равного и неравного веса частных оценок качества в интегральном показателе.
6. Описание методики энтропийного анализа количества исходной информации в векторе ранговых оценок и ее редукции при скаляризации векторной оценки в интегральный показатель.
7. Применение методики энтропийного анализа для сравнительного анализа влияния вида интегрального показателя на относительную потерю исходной информации для случаев равного и неравного веса частных оценок качества в интегральном показателе.
8. Ретроспективный сравнительный анализ результатов применения ИПМНПА и ИПМВСК для оценки качества реального ЦОВ на эмпирических данных за 24 месяца для случая неравного веса частных оценок качества.

## 1.3. Объект, предмет и границы исследования

### 1.3.1. Объект и предмет исследования

Объектом настоящего исследования является обработка входящих вызовов в ЦОВ, а предметом исследования – оценка качества обработки входящих вызовов в ЦОВ (далее – оценка качества ЦОВ).

### 1.3.2. Границы исследования

В данной работе без ограничения общности рассматривается вариант реализации функциональности ЦОВ, при котором организация-заказчик приобретает услуги ЦОВ у специализированной организации-поставщика, которая самостоятельно организует ЦОВ под нужды заказчика, включая инфраструктуру и операторов ЦОВ. Границы исследования:

1. Все вызовы в ЦОВ обрабатываются операторами, автоматизированные средства обработки вызовов не применяются.
3. Расчетным периодом для построения интегрального показателя качества ЦОВ определен календарный месяц.
4. Заказчик приобретает услуги ЦОВ у специализированной организации-поставщика.
5. Рассчитанное по итогам каждого отчетного периода значение показателя используется при приемке оказанных услуг.
6. Если за расчетный месяц значение интегрального показателя качества ЦОВ не достигает установленного в договоре на оказание услуг ЦОВ максимума, заказчик применяет к организации – поставщику услуг ЦОВ меры стимулирующего характера (штрафные санкции), связанные монотонной возрастающей функциональной зависимостью с величиной отклонения по качеству.
7. Предпочтения ЛПР по каждой из по частным оценкам качества зависят от значений других частных оценок и носят некомпенсаторный характер. При этом информация о виде кривых безразличия [11], построенных для всех пар частных оценок качества, отсутствует.
8. Априорная информация о распределении частных оценок качества ЦОВ отсутствует.
9. Интересам ЛПР в наибольшей степени отвечают значения частных оценок качества, одновременно находящиеся примерно в середине интервала значений, определенных ЛПР для каждой из них: ДРЦ, определенная интервальным ограничительным критерием согласно [4, 14]). Данный критерий применительно к услугам ЦОВ подробно обоснован в работе автора [14]. Методика определения ЛПР границ интервалов значений для частных оценок будет раскрыта ниже в разделе 2.1.

Данный предмет исследования с несущественными для цели и задач настоящей работы вариациями воспроизводит существующий ЦОВ ресурсоснабжающей организации (далее – заказчика), который использовался в качестве прототипа при моделировании.

## 2. Модель ЦОВ

На верbalном уровне построение модели ЦОВ звучит следующим образом:

1. Выбор набора частных оценок качества ЦОВ и определение диапазонов их значений.
2. Формирование порядковой шкалы для каждой частной оценки с целью перехода от численных частных оценок к ранговым.
3. Определение рейтинга ранговой частной оценки качества ЦОВ.
4. Формирование ИПМНПА.

### 2.1. Формализация задачи моделирования

Предметом моделирования является фактическое качество ЦОВ  $x_i$ , определяемое по итогам  $i$ -го отчетного периода. Положим  $j$  – продолжительность действия договора на услуги ЦОВ, исчисленная в отчетных периодах. Все реализации  $x_i; i \in \{1, \dots, j\}$  принадлежат множеству  $X$  возможных реализаций и являются подлежащими сравнению альтернативами. В общем случае  $x_i$  – вектор субъективных оценок качества ЦОВ абонентами по важным с их точки зрения критериям: доступность (возможность соединиться с оператором с приемлемым временем ожидания), эффективность (получение требуемого ответа) и пр.

Как указывалось выше, фактическое качество ЦОВ  $x_i$  можно непосредственно оценить только путем обратного обзвона репрезентативной выборки абонентов, чьи вызовы были обслужены ЦОВ в  $i$ -м отчетном периоде. Однако, как показано в разделе 1.1.3, данное мероприятие либо невозможно к осуществлению, либо требует слишком больших ресурсных затрат. Это означает, что ЛПР должен определить признаки, по которым можно сделать достоверную согласно [3] оценку качества ЦОВ, используя имеющуюся в наличии информацию. Для этого ЛПР определяет набор из  $n$  частных оценок качества ЦОВ  $y = (y_1, \dots, y_n)$ , доступных к получению техническими средствами ЦОВ без дополнительных ресурсных затрат.

Целью моделирования является нахождение эффективной согласно [3] методики сравнения качества ЦОВ по итогам всех отчетных периодов, т.е. определения ординальных предпочтений ЛПР. Для принятия решения об относительном качестве ЦОВ по итогам одного конкретного отчетного периода, т.е. определения «места», которое оценка качества ЦОВ за данный период заняла в упорядоченном по возрастанию качества ряду возможных значений (см. п. 1 раздела 7), определяется значение интегрального показателя качества ЦОВ за каждый отчетный период путем нормировки рейтинга данного периода к максимально возможному рейтингу.

При этом  $y_j$  в общем случае имеют разную физическую природу, разную размерность и разные шкалы. Поэтому после выбора частных оценок, как указано в [4], необходимо установить границы  $y_{j \min}, y_{j \max}$  шкалы значений каждой из частных оценок:  $y_j \in [y_{j \min}; y_{j \max}]; j \in \{1, \dots, n\}$ .

Следует отметить, что установленные границы шкалы значений для каждой частной оценки не обязательно совпадают с ее физическими границами. ЛПР для каждого признака самостоятельно определяет нижнюю и верхнюю

границу шкалы, в пределах которой условия договора на услуги ЦОВ считаются выполненными, а услуга ЦОВ – оказанной. Например, для частной оценки – доли принятых операторами ЦОВ вызовов от общего количества поступивших в ЦОВ вызовов физическая верхняя граница равна 1, т.е. 100%, а физическая нижняя граница равна 0. Но при этом ЛПР может определить и включить в договор на услуги ЦОВ требование о нижней границе данной частной оценки, например, 0,75, т.е. 75 %. Для частной оценки – средней продолжительности разговора операторов ЦОВ с абонентами верхняя граница формально равна наибольшей продолжительности смены оператора ЦОВ. Но ЛПР в качестве верхней границы шкалы для данной частной оценки устанавливает максимально приемлемое для него значение (на практике – не более 5 минут).

Границы шкал  $y_{j \min}$ ,  $y_{j \max}$  для всех  $j \in \{1, \dots, n\}$  согласно [4] являются НРЦ ЛПР для того, чтобы работа ЦОВ могла считаться ЛПР как минимум удовлетворительной. В противоположность НРЦ, ниже в разделе 5.1 вводится интервальный ограничительный критерий для векторной оценки, являющийся для ЛПР *достаточным* для оценки качества ЦОВ *в целом* как "хорошо" – т.е. определяющий ДРЦ ЛПР.

## 2.2. Формирование векторной оценки качества ЦОВ

### 2.2.1. Выбор частных оценок

Частные оценки следует выбирать по трем критериям:

- 1) они должны формироваться техническими средствами ЦОВ в автоматизированном режиме;
- 2) они в соответствии с [8, 11, 12] должны отражать субъективные представления ЛПР о том, какие именно характеристики работы ЦОВ наиболее важны для абонентов;
- 3) все они должны быть слабо коррелированы между собой. В работе [4] предлагается критерий слабой коррелированности: для всех пар частных оценок  $y_i, y_j$  значение модуля линейного коэффициента корреляции Пирсона  $|r(y_i, y_j)| < 0,6$ .

Пример интуитивного выбора вектора частных оценок  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_4)$  для реального ЦОВ ресурсоснабжающей организации приведен в работе автора [10]:

1.  $y_1 = a_1/a$ , где  $a_1$  – общее количество принятых ЦОВ за расчетный период вызовов, а  $a$  – общее количество поступивших в ЦОВ вызовов, т.е.  $y_1$  – это доля принятых ЦОВ вызовов. Данная частная оценка на практике является обязательной метрикой для любого ЦОВ [1, 2, 7];
2.  $y_2$  – количество дней в отчетном месяце, в которые операторы ЦОВ приняли менее 75% вызовов. Данный выбор (см. [10]) был обусловлен возможностью ситуации, когда по итогам расчетного периода значение  $y_1$  будет находиться в разрешенной зоне, однако, количество дней, в которые требуемая заказчику доля абонентов не смогла получить услугу, будет неприемлемо большим для заказчика. Если поставщик услуг ЦОВ не увеличивает количество операторов ЦОВ в день наибольшей

нагрузки (ДНН; для ресурсоснабжающей компании это 5–7 дней после получения абонентами квитанций за потребленный энергетический или коммунальный ресурс), то ввиду особо высокой нагрузки доля принятых вызовов будет неприемлемо низкой для заказчика. При этом в оставшиеся дни месяца при сниженной нагрузке то же количество операторов сможет обеспечить долю принятых вызовов не ниже требуемой заказчиком. Однако, в силу психологических причин большинство абонентов, вызовы которых не были обслужены в ЦОВ в ДНН, не будут совершать повторные попытки по окончании ДНН, но останутся неудовлетворенными отсутствием обслуживания;

3.  $y_3 = d/a_1$ , где  $d$  – суммарная продолжительность всех принятых операторами вызовов. Таким образом,  $y_3$  – это средняя продолжительность разговора оператора ЦОВ с клиентом. Причины выбора  $y_3$ : заказчик оплачивает услуги ЦОВ с поминутной тарификацией и заинтересован в минимизации своих затрат за счет снижения  $y_3$ ; чем быстрее был обслужен вызов абонента, тем больше абонент удовлетворен (при прочих равных).
4.  $y_4 = e/a_1$ , где  $e$  – суммарное количество карточек обращения, созданных операторами в CRM, т.е.  $y_4$  – это доля принятых ЦОВ вызовов, для которых операторы создали карточки обращений в CRM. С помощью  $y_4$  поставщик услуг ЦОВ стимулируется к обязательному созданию карточек обращений для каждого принятого вызова – заказчик при необходимости (жалобы, анализ квалификации операторов ЦОВ и пр.) осуществляет постобработку обращений абонентов в CRM, и без карточек обращений постобработка невозможна.

В работе автора [10] рассчитаны линейные коэффициенты корреляции Пирсона  $r(y_i, y_j)$  для всех пар фактических значений описанных выше частных оценок по архивным данным реального ЦОВ ресурсоснабжающей организации за 24 месяца (2023-2024 гг.). Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Линейные коэффициенты корреляции частных оценок

$r(y_i, y_j)$		$j$			
		1	2	3	4
$i$	1	1	-	-	-
	2	-0,92	1	-	-
	3	0,31	-0,03	1	-
	4	-0,09	0,16	0,14	1

Из таблицы 1 видно, что интуитивный выбор набора частных оценок лишь частично соответствует третьему критерию:  $y_1$  и  $y_2$  сильно коррелированы (выделено цветом). Частная оценка  $y_2$  избыточна, ее следует исключить из состава  $y$ . Если же для ЛПР  $y_1$  имеет большее значение, чем  $y_3$  и  $y_4$ , можно увеличить удельный вес  $y_1$  в интегральном показателе качества, применяя для ИПМВСК неравные веса частных оценок [8], а для ИПМНПА – методику формирования рейтингового индекса с учетом весов [33] и  $N$ -модель [12]. Данный вопрос будет рассмотрен в разделе 3.4.

## 2.2.2. Переход от численных частных оценок к ранговым

Предлагаемый автором для предмета исследования МНПА агрегирует ранговые частные оценки. Поэтому следующим шагом после выбора частных оценок и определения диапазонов их значений  $y_{j,\min}, y_{j,\max} | y_j \in [y_{j,\min}; y_{j,\max}]$ ;  $j \in \{1, \dots, n\}$  является переход от численных частных оценок  $y_j$  к ранговым  $z_j$ ;  $j \in \{1, \dots, n\}$ . Для этого требуется определить количество рангов  $m$  – значений соответствующей оценки на порядковой шкале. Например, для действовавшей в РФ до конца 2024 г. пятибалльной шкалы школьных оценок это значения от 1 до 5. При этом количество рангов для каждой частной оценки одинаково и равно  $m$ . Таким образом, все  $z_j \in \{1, \dots, m\}$ .

Ниже предлагается решение этой задачи для оценки качества ЦОВ. Вектор  $z = (z_1, z_2, z_3)$  – это результат ранжирования вектора частных оценок  $y$ , описанного в разделе 2.2.1. Для ранжирования необходимо определить границы рангов для каждой частной оценки  $y_1, y_2, y_3$ .

В работе автора [14] показано, что для одномерной численной оценки качества услуг  $y$  наиболее эффективным видом функции качества  $q(y)$  по критерию ценности услуги, определяемой как мультипликативная обобщающая функция  $q(y)$ , является линейная зависимость  $q(y) = ay + b$ . Исходя из слабой коррелированности выбираемых для оценки качества ЦОВ частных оценок  $y_i$  (см. раздел 2.2.1), в качестве логического продолжения предложенного в [14] подхода на многомерный случай векторной численной оценки качества  $y$  далее принимается линейная зависимость рангов частных оценок от их численных значений: диапазон значений каждой из частных оценок делится на  $m$  равных интервалов (тем самым маргинальное качество вдоль шкалы каждой из оценок  $y_i$  изменяется линейно с декрементом  $\Delta y_i$ ). Определив границы рангов для каждой частной оценки, определяем ранги для всех  $j \in \{1; \dots, m\}$ . Для положительно ориентированных [8]  $y_i$ :

$$z_i = j, \text{ если } y_{i,\min} + (j-1)\Delta y_i < y_i \leq y_{i,\min} + j\Delta y_i.$$

Для отрицательно ориентированных [8]  $y_i$ :

$$z_i = j, \text{ если } y_{i,\max} - j\Delta y_i < y_i \leq y_{i,\max} - (j-1)\Delta y_i.$$

Здесь полагается, что в соответствии с разделом 2.1  $y_{\min}, y_{\max}$  выбраны ЛПР как НРЦ: минимально приемлемая и максимально приемлемая (либо максимально возможная) границы значений каждой из частных оценок. В описанном выше векторе частных оценок  $(y_1, y_2, y_3)$ , оценки  $y_1$  и  $y_3$  ориентированы положительно. Для них при  $i \in \{1; 3\}$ :

пусть  $\Delta y_i = (y_{i,\max} - y_{i,\min}) / (m-1)$ ; для всех  $j \in \{2; \dots, m\}$ :

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{если } y_i \leq y_{i,\min} \\ j, & \text{если } y_{i,\min} + (j-2)\Delta y_i < y_i \leq y_{i,\min} + (j-1)\Delta y_i \end{cases} \quad (1)$$

Оценка  $y_2$  ориентирована отрицательно. Для нее:

пусть  $\Delta y_i = (y_{i,\max} - y_{i,\min}) / (m-2)$ ;

для всех  $j \in \{2, \dots, m-1\}$ :

$$z_2 = \begin{cases} 1, & \text{если } y_2 > y_{2\max} \\ j, & \text{если } y_{2\max} - (j-1)\Delta y_2 < y_2 \leq y_{2\max} - (j-2)\Delta y_2 \\ m; & y_2 \leq y_{2\min} \end{cases} \quad (2)$$

С учетом вышеизложенного, для описанного выше вектора частных оценок  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$  при  $m = 4$ :

$$y_{1\max} = 1; y_{1\min} = 0,75; \Delta y_1 = 0,083; \quad (3)$$

$$y_{2\max} = 3,5 \text{ мин.}; y_{2\min} = 2,5 \text{ мин.}; \Delta y_2 = 0,5 \text{ мин.}; \quad (4)$$

$$y_{3\max} = 1; y_{3\min} = 0,7; \Delta y_3 = 0,1. \quad (5)$$

Исходя из (1) ..., (5), получаем:

$$z_1 = \begin{cases} 4, & \text{если } y_1 \in (0,917;1]; \\ 3, & \text{если } y_1 \in (0,833;0,917]; \\ 2, & \text{если } y_1 \in (0,75;0,833]; \\ 1, & \text{если } y_1 \leq 0,75. \end{cases}$$

$$z_2 = \begin{cases} 4, & \text{если } z_2 \leq 2,5; \\ 3, & \text{если } z_2 \in (2,5;3]; \\ 2, & \text{если } z_2 \in (3;3,5]; \\ 1, & \text{если } z_2 > 3,5. \end{cases}$$

$$z_3 = \begin{cases} 4, & \text{если } z_3 \in (0,9;1]; \\ 3, & \text{если } z_3 \in (0,8;0,9]; \\ 2, & \text{если } z_3 \in (0,7;0,8]; \\ 1, & \text{если } z_3 \leq 0,7. \end{cases}$$

В результате нами определен вектор  $\mathbf{z}$  ранговой оценки качества услуг ЦОВ с  $n = 3$  и  $m = 4$ . В общем случае значения  $n$  и  $m$  выбираются ЛПР заказчика услуг исходя из своих предпочтений, экспертного опыта и эмпирических соображений. Например, в материале [42] приводятся 11 частных оценок качества ЦОВ, которые позволяют оценивать качество ЦОВ по разным аспектам. Значение  $m$  на практике может выбираться от 3 до 10.

### 3. Методика расчета интегрального показателя качества ЦОВ

Для устранения указанных в разделе 1.1.2 недостатков МВСК автор предлагает рассчитывать значение интегрального показателя качества ЦОВ с помощью МНПА. Полное описание метода для произвольного количества оценок  $m$ , включая аксиоматику и расчетные формулы для решения прямой и обратной задачи, дано в работах [25–32].

Научная новизна предлагаемого автором подхода заключается в применении метода некомпенсаторного порогового агрегирования для решения практической задачи в новой для него предметной области, где он ранее не применялся, а также в применении методов теории информации для анализа редукции

исходной информации при переходе от векторной оценки к интегральному показателю.

### 3.1. Аксиоматическая база

Краткое описание МНПА следующее. Имеются векторы ранговых частных оценок  $z_1 = (z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1n})$ ,  $z_2 = (z_{21}, z_{22}, \dots, z_{2n})$ ,  $z_3 = (z_{31}, z_{32}, \dots, z_{3n})$ , ..., полученные путем ранжирования векторов частных показателей качества  $y_1 = (y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n})$ ,  $y_2 = (y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n})$ ,  $y_3 = (y_{31}, y_{32}, \dots, y_{3n})$ , ..., соответствующих альтернативам  $x_1, x_2, x_3, \dots$ . Векторы  $z_k \in Z$  состоят из  $n$  оценок, принимающих целочисленные значения (ранги) от 1 до  $m$ . Далее, если не указано иное, полагаем  $n = 3$ ,  $m = 4$ . Ранговая шкала предпочтений положительно направлена, т. е. 1 – это наихудшее значение, а  $m$  – наилучшее. МНПА устанавливает на множестве  $Z$  всех векторов  $z$  нестрогий порядок путем однозначного сопоставления каждому вектору  $z_k$  его рейтинга  $r(z_k)$ , определяемого на основе описанных в [26, 28, 29] аксиом:

1. Попарная компенсируемость оценок. Данная аксиома подразумевает равный удельный вес (т.е. анонимность или одинаковую качественную полезность [8]) для ЛПР каждой частной оценки  $y_i$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$  в составе  $y$  и, соответственно, анонимность ранговых оценок  $z_i$  в составе  $z$ . Определим функцию  $w_j(z)$  для всех  $j \in \{1, \dots, m\}$ :

$$w_j(z) = |\{1 \leq i \leq n: z_i = j\}|. \quad (6)$$

Таким образом,  $w_j(z)$  – это количество компонент  $z$ , равных  $j$ .

Если для  $z_1, z_2 \in Z$  выполняется условие:  $w_j(z_1) = w_j(z_2)$  для всех  $j = 1, 2, \dots, m-1$ , то  $z_1 \sim z_2$ , и  $r(z_1) = r(z_2)$ . Например, векторы  $(1, 3, 2, 2)$ ,  $(3, 1, 2, 2)$ ,  $(2, 1, 3, 2)$ ,  $(3, 2, 2, 1)$  и т.д. эквивалентны по предпочтению, из чего следует, что они имеют одинаковый рейтинг. В практическом применении удобно использовать для построения и анализа оценок ранжированные векторы  $z^*$ , в которых компоненты упорядочены по неубыванию. Например, для указанного выше примера векторы  $(1, 3, 2, 2)$ ,  $(3, 1, 2, 2)$ ,  $(2, 1, 3, 2)$ ,  $(3, 2, 2, 1)$  эквивалентны по предпочтению ранжированному вектору  $z^* = (1, 2, 2, 3)$ .

2. Парето-доминирование. Если  $z_1, z_2 \in Z$  и  $z_1 > z_2$  (это означает, что у  $z_1$  все компоненты кроме одной не меньше, чем у  $z_2$ , а оставшаяся компонента вектора  $z_1$  больше, чем оставшаяся компонента вектора  $z_2$ ), то  $r(z_1) > r(z_2)$ . Например,  $z_1 = (1, 2, 3, 1)$ ;  $z_2 = (1, 2, 4, 1)$ ;  $r(z_1) > r(z_2)$ .
3. Пороговая некомпенсируемость. Определим функцию  $W_k(z)$  для  $k \in \{1, \dots, m\}$ :

$$W_k(z) = \sum_{j=1}^k w_j(z). \quad (7)$$

Таким образом,  $W_k(z)$  – это количество компонент  $z$  со значениями от 1 до  $k$ .  $W_m(z) = n$ . Если для  $k \in \{3, \dots, m\}$  и  $z_1, z_2 \in Z$  выполняется набор условий:

- $w_j(z_1) = w_j(z_2)$  для всех  $j \in \{1, \dots, m-k\}$  (при  $k = m$  это условие отсутствует);
- $w_{m-k+1}(z_1) + 1 = w_{m-k+1}(z_2) \neq n - W_{m-k}(z_2)$ ;

- $W_{m-k+1}(z_1) + w_{m-k+2}(z_1) = n$ ;
  - $W_{m-k+1}(z_2) + w_m(z_2) = n$ ,
- то  $r(z_1) > r(z_2)$ .

Аксиома 3, в частности, означает, что вектор, все компоненты которого равны 2, предпочтительнее, чем вектор, у которого все компоненты кроме одной равны  $m$ , и оставшаяся компонента равна 1. Таким образом, если  $z_1 \in \{(1, 4, 4, 4); (4, 1, 4, 4); (4, 4, 1, 4); (4, 4, 4, 1)\}$  и  $z_2 = (2, 2, 2, 2)$ , то  $z_1 \prec z_2$ . Расчет по приведенной ниже формуле (9) показывает, что  $r(z_1) = 20$ ;  $r(z_2) = 21$ . В практическом смысле это означает, что при применении данного метода «пропал» по одной из частных оценок не может быть скомпенсирован максимальными значениями остальных частных оценок. По данной причине метод получил название некомпенсаторного [28, 29].

Отметим, что, пороговое правило аналогично действует для всех «пороговых» векторов, состоящих из одинаковых оценок. Исходя из описанного выше метода лексиминного упорядочения, для любых значений  $n, m > 2$  и для всех  $j \in \{2, \dots, m-1\}$  вектор  $z_1 = (j, j, \dots, j)$  всегда будет следовать сразу за вектором  $z_2 = (j-1, m, \dots, m)$  в упорядоченном ряду всех ранжированных векторов. Следовательно, для таких  $z_1, z_2$  всегда справедливо  $z_1 \succ z_2$ , и  $r(z_1) = r(z_2) + 1$ . Например, для  $z_1 = (3, 3, 3, 3) \succ z_2 = (2, 4, 4, 4)$  расчет по приведенной ниже формуле (9) показывает, что  $r(z_1) = 31$ ;  $r(z_2) = 30$ .

Примем во внимание, что:

- 1) из аксиомы 1 непосредственно следует, что для всех векторов  $z$ , порождающих ранжированный вектор  $z^*$ ,  $r(z) := r(z^*)$ . Таким образом, определив рейтинг некоего ранжированного вектора, мы одновременно определяем рейтинг всех векторов, которые его порождают. Соответственно, далее (если не указано иное) вместо  $r(z^*)$  используется обозначение  $r(z)$  с опущенным знаком ранжирования;
- 2) Минимальный рейтинг  $r_{\min} = 1$  для любых  $n, m$  соответствует вектору  $z_{\min} = (1, \dots, 1)$ ;
- 3) Максимальный рейтинг  $r_{\max}$  соответствует вектору  $z_{\max} = (m, m, \dots, m)$  и определяется по формуле из работ [28, 29]:

$$r_{\max} = |Z^*| = \frac{(n+m-1)!}{n!(m-1)!} = C_{n+m-1}^{m-1} = \frac{(n+m-1)!}{n!(m-1)!}. \quad (8)$$

### 3.2. Определение рейтинга векторной оценки методом НПА

Для произвольного ранжированного вектора ранговых оценок  $z^*$  с заданными значениями  $n$  и  $m$  рейтинг  $r(z)$  может быть найден двумя способами.

Первый способ – лексиминное упорядочение [29] всех  $z^*_i, i \in \{1, \dots, r_{\max}\}$ :  $z_j$  предпочтительнее  $z_k$  ( $j \neq k, j, k \in \{1, \dots, |Z^*|\}$ ), если  $z^*_j$  Парето-доминирует над  $z^*_k$  (см. аксиому 2 в разделе 3.1). После упорядочения каждому  $z^*_i \in Z^*$ ;  $i \in \{1, \dots, |Z^*|\}$  присваивается рейтинг  $r(z^*_i) \in \{1, \dots, r_{\max}\}$ , соответствующий номеру  $z^*_i$  в упорядоченном ряду от  $z_{\min}$  до  $z_{\max}$ . Для этого следует:

1) исходя из заданных значений  $n$  и  $m$ , выписать все возможные значения ранжированных векторов рейтинговых оценок  $z_k^*$ ;  $k \in \{1, \dots, r_{\max}\}$ , где  $r_{\max}$  определяется по формуле (8);

2) упорядочить все  $z_k^*$  по возрастанию предпочтения в соответствии с описанными выше аксиомами. Алгоритм упорядочения описан в [28, 29]: необходимо последовательно выписывать один за другим все  $z^* \in Z^*$  вида

$$(1, \dots, \underbrace{1}_{n-n_1}, \underbrace{2, \dots, 2}_{n_1-n_2}, \underbrace{3, \dots, 3}_{n_2-n_3}, \dots, \underbrace{m-1, \dots, m-1}_{n_{m-2}-n_{m-1}}, \underbrace{m, \dots, m}_{n_{m-1}}),$$

где  $0 \leq n_1 \leq n$ ,  $0 \leq n_2 \leq n_1$ ,  $0 \leq n_3 \leq n_2, \dots, 0 \leq n_{m-2} \leq n_{m-3}$ ,  $0 \leq n_{m-1} \leq n_{m-1}$ , а число под каждой из фигурных скобок означает длину соответствующего подвектора, состоящего из одинаковых оценок. Последовательность, в которой выписываются указанные выше векторы, идет слева направо:  $n_1$  последовательно принимает значения  $0, 1, \dots, n$ . Для каждого фиксированного значения  $n_1$ ,  $n_2$  последовательно принимает все значения  $0, 1, \dots, n_1$ . Для каждого фиксированного  $n_1$  и  $n_2$ ,  $n_3$  последовательно принимает все значения  $0, 1, \dots, n_2$ , и т.д.;

3) присвоить каждому из упорядоченных векторов  $z_k^*$  рейтинг  $r(z_k) \in \{1, \dots, r_{\max}\}$ , соответствующий его порядковому номеру после лексиминного упорядочения.

Описанный способ позволяет достаточно быстро рейтинговать все  $z_k^*$ , проведя лексиминное упорядочение вручную (при небольших значениях  $n$ ,  $m$ ) либо средствами Microsoft Excel или его российских аналогов. Результат рейтингования для  $n = 3$ ,  $m = 4$  приведен в таблице 2 на с. 21.

Второй способ позволяет аналитически вычислить рейтинг  $r(z)$  для любых  $n, m > 2$ . Алгоритм вычисления  $r(z)$  приводится в работах [29, 27, 31]:

$$r(z) = \sum_{i=1}^{m-2} C_{n-W_i(z)+m-i-1}^{m-i} + w_m(z) + 1. \quad (9)$$

Здесь  $C_a^b = \frac{a!}{b!(a-b)!}$  – число сочетаний из  $a$  по  $b$ , доопределенное значением  $C_a^{a+1} = 0$ ;  $a \in \{0, \dots, m-1\}$ ;  $w_m(z)$  определена по формуле (6), а  $W_i(z)$  – по (7).

Формула для вычисления  $r(z)$  для  $n = 3$ ,  $m = 4$  приведена в работе [28]:

$$r(z) = \frac{(3-w_1(z))(4-w_1(z))(5-w_1(z))}{6} + \frac{(w_3(z)+w_4(z)+1)(w_3(z)+w_4(z)+2)}{2} - w_3(z) \quad (10)$$

### 3.3. Расчет ИПМНПА

Как видно из (8),  $r_{\max}(z)$  определяется значениями  $n$  и  $m$ . Для практического применения удобен показатель, нормированный к диапазону  $[0; 1]$ . Определим ИПМНПА  $q_1(z)$  следующим образом:

$$q_1(z) = (r(z) - 1) / (r_{\max} - 1). \quad (11)$$

Значение ИПМНПА при росте рейтинга  $r(z)$  от 1 до  $r_{max}(z)$  линейно возрастает от 0 до 1 с инкрементом  $1 / (r_{max}(z) - 1)$ . Для определенного в разделе 2.2.2 вектора  $z$  округленные до 0,01 значения  $r(z)$  и  $q_1(z)$  приведены в таблице 2, где рейтинги рассчитаны по (10), а значения ИПМНПА – по (11).

Таблица 2 – Рейтинги и значения ИПМНПА для  $n = 3$  и  $m = 4$

$z^*$	(1; 1; 1)	(1; 1; 2)	(1; 1; 3)	(1; 1; 4)	(1; 2; 2)	(1; 2; 3)	(1; 2; 4)	(1; 3; 3)	(1; 3; 4)	(1; 4; 4)
$r(z)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_1(z)$	0	0,05	0,11	0,16	0,21	0,26	0,32	0,37	0,42	0,47
$z^*$	(2; 2; 2)	(2; 2; 3)	(2; 2; 4)	(2; 3; 3)	(2; 3; 4)	(2; 4; 4)	(3; 3; 3)	(3; 3; 4)	(3; 4; 4)	(4; 4; 4)
$r(z)$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$q_1(z)$	0,53	0,58	0,63	0,68	0,74	0,79	0,84	0,89	0,95	1

### 3.4. Случай неравного веса частных оценок качества

Стандартная методика формирования ИПМНПА в соответствии с аксиомой 2 из раздела 3.1 подразумевает равный вес (неразличимость) частных оценок качества  $y_i$  и соответствующих им компонент  $z_i$  в итоговом рейтинге  $r(z)$  и значении ИПМНПА  $q(z)$ . Вместе в тем, в ряде частных случаев ЛПР может принять решение о приоритетности тех или иных частных оценок качества для оценки фактических реализаций  $x_i$ . Например, для рассматриваемого в настоящей работе примера ЦОВ, если основной проблемой является затруднительность соединения абонента с операторами ЦОВ (из-за слишком большого времени ожидания в очереди звонков в час наибольшей нагрузки), то для ЛПР частная оценка  $y_1$  может иметь больший приоритет (т. е. удельный вес в интегральном рейтинге качества услуг ЦОВ), чем  $y_2$  и  $y_3$  из рассмотренного выше примера. В случае если при прочих равных основной приоритет ЛПР – экономия затрат на услуги ЦОВ, очевидно, что больший приоритет получит частная оценка качества  $y_2$ . Далее предполагается, что ЛПР в соответствии с [12] явно определил для себя относительную важность каждой из частных оценок в составе интегрального показателя качества ЦОВ.

В случае применения ИПМВСК данная задача решается согласно [8] через назначение соответствующих значений удельных весов соответствующих частных оценок. Обозначим  $q_2(z)$  ИПМВСК для вектора  $z = (z_1, z_2, z_3)$  и аналогично ИПМНПА нормируем  $q_2(z)$  к диапазону  $[0; 1]$ :

$$q_2(z) = \omega_1 z_1 + \omega_2 z_2 + \omega_3 z_3 - a.$$

Для случая равных весов всех частных оценок качества при  $m = 4$ :

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1 / 9; a = 1 / 3;$$

$$q_2(z) = (z_1 + z_2 + z_3 - 3) / 9. \quad (12)$$

Если для ЛПР оценка «Доступность ЦОВ» вдвое важнее, чем другие оценки, то:

$$\omega_1 = 2\omega_2 = 2\omega_3; \omega_2 = \omega_3 = 1 / 12; \omega_1 = 1 / 6; a = 1 / 3;$$

$$q_2(z) = z_1 / 6 + z_2 / 12 + z_3 / 12 - 1 / 3 = (2z_1 + z_2 + z_3 - 4) / 12. \quad (13)$$

Для определения ИПМНПА, следуя предложенной в работах [33, 34] методике формирования рейтингового индекса с учетом весов, применим описанную в работе [12]  $N$ -модель, в которой важность каждой частной оценки  $z_i$  вы-

ражается натуральным числом  $\beta_i$ ;  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Все  $\beta_i$  формируют вектор важности  $N = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ , что и дало название модели. Сформируем из вектора  $z$  расширенный вектор  $g$ :

$$g = \underbrace{(z_1, \dots, z_1)}_{\beta_1}, \underbrace{(z_2, \dots, z_2)}_{\beta_2}, \dots, \underbrace{(z_n, \dots, z_n)}_{\beta_n};$$

$$\dim(g) = \beta_1 + \dots + \beta_n = n'. \quad (14)$$

Таким образом, каждая из частных ранжированных оценок  $z_i$  включается  $\beta_i$  раз в состав расширенного вектора  $g$ . В разделе 2.2.1 описан случай, когда  $y_1$  для ЛПР вдвое важнее, чем  $y_2$  и  $y_3$ . Для него:

$$N = (2, 1, 1); g = (z_1, z_1, z_2, z_3); n' = 4.$$

$N$ -модель также можно расширить на случай, когда  $\beta_i$  – положительные рациональные числа. Для этого следует привести все  $\beta_i$  к общему знаменателю и сформировать новый вектор важности  $N'$  из числителей получившихся дробей.

Следует учесть, что применение  $N$ -модели для формирования ИПМНПА имеет два отличия от случая равного веса частных оценок. Во-первых, ранжированный вектор  $z^*$  становится неэквивалентен по предпочтению исходному вектору  $z$  (если  $z \neq z^*$ ). Поэтому необходимо сначала определить согласно (14) вектор  $g$  из вектора  $z$ ; далее лексикографически ранжировать  $g$ , получив из него ранжированный вектор  $g^*$ ; затем определить рейтинг  $r(z) := r(g^*)$  и ИМПНПА  $q_1(z) := q_1(g^*)$ .

Во-вторых, расчет  $r(g^*)$  по формуле (9) в общем случае может не обеспечить указанный в разделе 3.3 рост  $q_1(z)$  с постоянным инкрементом. Для некоторых сочетаний  $n, m, N$  в множество  $G^*$  всех векторов  $g^*$  войдут не все ранжированные векторы  $h^* \in H^*$ , которые можно построить из  $n'$  компонент с оценками от 1 до  $m$  (таким образом,  $G^* \subset H^*$ ).

Обозначим для  $j \in \{1; n'\}$ ,  $k \in \{1, \dots, m\}$ :

$$\beta_{\max} = \max(\beta_j); \beta_{\min} = \min(\beta_j);$$

$$w_{\max}(h^*) = \max\{w_k(h^*)\};$$

$$w_{\min}(h^*) = \min\{w_k(h^*)\} \neq 0.$$

Определенные по (6)  $w_{\max}(h^*)$  и  $w_{\min}(h^*)$  представляют собой максимальное и минимальное количество одинаковых значений оценок в составе  $h^* \in H^*$ .

Из (14) следует, что для любого  $g^* \in G^*$ ,  $w_{\max}(g^*) \geq \beta_{\max}$ . Следовательно, если для некоторого  $h^* \in H^*$ ,  $w_{\max}(h^*) < \beta_{\max}$ , то  $h^* \notin G^*$ . Например, для рассматриваемого в настоящей работе вектора  $z$ ,  $n = 3$ ,  $m = 4$ ,  $N = (2, 1, 1)$ ,  $n' = 4$ . Найденное по формуле (8) значение  $r_{\max} = 35 = |H^*|$ . Но вектор  $h^* = (1, 2, 3, 4)$  не входит в  $G^*$ , так как для него  $w_{\max}(h^*) = 1 < \beta_{\max} = 2$ . Поэтому:

$$|G^*| = |H^*| - 1 = 34. \quad (15)$$

Аналогично, если  $\beta_{\min} > 1$  и  $w_{\min}(h^*) < \beta_{\min}$ , то  $h^* \notin G^*$ . Например, для  $N = (2, 3, 2)$  векторы  $h^* = (1, 2, 2, 3, 3, 4, 4)$ ;  $(1, 1, 2, 3, 3, 3, 4)$  и любые другие, в составе которых одно или несколько значений оценок встречаются только один раз, не могут входить в  $G^*$ , так как для них  $w_{\min}(h^*) = 1 < \beta_{\min} = 2$ .

Нестрогое верbalное описание достаточного условия вхождения произвольного  $h^*$  в  $G^*$  при заданных  $N, n, m, k \in \{1; m\}, j \in \{1; n'\}$ : это возможность получить все ненулевые значения  $w_k(h^*)$  из линейных комбинаций  $\beta_j$  без повторов: каждое из ненулевых  $w_k(h^*)$  должно равняться либо какому-либо из  $\beta_j$ , либо сумме нескольких значений  $\beta_j$ . При этом каждое из значений  $\beta_j$  должно формировать только одно значение  $w_k(h^*)$ , то есть использоваться только один раз.

Детальное исследование состава множества исключений  $H^* \setminus G^*$  для общего случая выходит за рамки настоящей работы. На практике для расчета ИПМНПА в случае  $N$ -модели можно использовать следующий алгоритм:

- 1) сформировать для всех  $z \in Z$  векторы  $\mathbf{g}$ ;
- 2) отранжировать все  $\mathbf{g}$ , сформировав таким образом множество  $G^*$ ;
- 3) прямым подсчетом, не используя формулу (8), определить значение  $r_{max}$ ;
- 4) для всех  $\mathbf{g}^* \in G^*$  определить значения  $r(z) := r(\mathbf{g}^*)$  первым из указанных в разделе 3.2 способов, не используя формулу (9);
- 5) по формуле (11) вычислить значения ИПМНПА  $q_1(z) := q_1(\mathbf{g}^*)$ .

Эти операции относительно несложно выполняются средствами Microsoft Excel либо его российских аналогов.

Рейтинги и значения ИПМНПА для для  $n = 3, m = 4, N = (2, 1, 1)$  приведены в таблице 3 (округление до 0,01). Вектор  $(1, 2, 3, 4)$  входит в  $H^*$ , но не входит в  $G^*$  (соответствующие клетки таблицы 3 перечеркнуты);  $r_{max} = 34$  – см. (15). Применение указанного выше алгоритма для определения  $r(\mathbf{g}^*)$  позволило обеспечить постоянный инкремент  $q_1(z) = 1 / (r_{max} - 1) = 1 / 33$ .

Таблица 3 – Рейтинги  $r(z)$  и значения ИПМНПА  $q_1(z)$

$\mathbf{g}^*$	(1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 2)	(1, 1, 1, 3)	(1, 1, 1, 4)	(1, 1, 2, 2)	(1, 1, 2, 3)	(1, 1, 2, 4)	(1, 1, 3, 3)
$r(\mathbf{g}^*)$	1	2	3	4	5	6	7	8
$q_1(z)$	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21
$\mathbf{g}^*$	(1, 1, 3, 4)	(1, 1, 4, 4)	(1, 2, 2, 2)	(1, 2, 2, 3)	(1, 2, 2, 4)	(1, 2, 3, 3)	(1, 2, 3, 4)	(1, 2, 4, 4)
$r(\mathbf{g}^*)$	9	10	11	12	13	14		15
$q_1(z)$	0,24	0,27	0,3	0,33	0,36	0,39		0,42
$\mathbf{g}^*$	(1, 3, 3, 3)	(1, 3, 3, 4)	(1, 3, 4, 4)	(1, 4, 4, 4)	(2, 2, 2, 2)	(2, 2, 2, 3)	(2, 2, 2, 4)	(2, 2, 3, 3)
$r(\mathbf{g}^*)$	16	17	18	19	20	21	22	23
$q_1(z)$	0,45	0,48	0,52	0,55	0,58	0,61	0,64	0,67
$\mathbf{g}^*$	(2, 2, 3, 4)	(2, 2, 4, 4)	(2, 3, 3, 3)	(2, 3, 3, 4)	(2, 3, 4, 4)	(2, 4, 4, 4)	(3, 3, 3, 3)	(3, 3, 3, 4)
$r(\mathbf{g}^*)$	24	25	26	27	28	29	30	31
$q_1(z)$	0,7	0,73	0,76	0,79	0,82	0,85	0,88	0,91
$\mathbf{g}^*$	(3, 3, 4, 4)	(3, 4, 4, 4)	(4, 4, 4, 4)					
$r(\mathbf{g}^*)$	32	33	34					
$q_1(z)$	0,94	0,97	1					

#### 4. Результаты моделирования

Для оценки достижения цели работы рассматриваются результаты сравнительного моделирования интегрального показателя качества услуг ЦОВ двумя методами: ИПМНПА и ИПМВСК. Каждый из интегральных показателей моделировался и анализировался для двух случаев: равный вес частных оценок и  $N$ -модель с  $N = (2, 1, 1)$ . База для моделирования: множество  $Z$  значений описанного в разделе 2.2.2 вектора частных оценок качества ЦОВ  $z$ .

Теоретическая проверка включает в себя:

- 1) определение достаточной реальной цели ЛПР;
- 2) сравнительный анализ влияния вида интегрального показателя на возможность ее достижения;
- 3) сравнение потерь информации о  $z$  при скаляризации вектора частных оценок в одномерный интегральный показатель.

Практическая проверка заключается в сравнении результатов ретроспективной оценки качества услуг реального ЦОВ на основе эмпирических данных за 24 месяца. Как указывалось в п. 7 раздела 1.3.2, моделирование и анализ результатов проводятся исходя из некомпенсаторного характера предпочтений ЛПР.

## 5. Влияние вида интегрального показателя на возможность достижения реальной цели

### 5.1. Равный вес частных оценок качества

Как указано в п. 9 раздела 1.3.2, ДРЦ ЛПР в отношении векторной оценки качества ЦОВ  $u$  и полученной из нее ранговой векторной оценки  $z$ , в отличие от описанных в разделах 2.1, 2.2 НРЦ, определяемых для каждой частной оценки  $u_i$  в отдельности, заключается согласно [14] в достижении значений всех частных оценок качества ЦОВ, по возможности близких к середине интервалов их значений. Разделим множество  $Z^*$  на три непересекающихся блока оценок:  $B_1 \cup B_2 \cup B_3 = Z^*$ . Блок  $B_1$  включает в себя те  $z^*$ , для которых ДРЦ не достигнута (качество недостаточно). Блок  $B_2$  включает в себя те  $z^*$ , для которых ДРЦ достигнута (качество достаточно). Блок  $B_3$  включает в себя те  $z^*$ , для которых ДРЦ превзойдена (качество избыточно): из-за указанного в п. 6 раздела 1.3.2 роста цены услуги при росте качества, для оценок из  $B_3$  переплата за прирост качества по мнению ЛПР избыточна по отношению к достигаемому эффекту (см. работу автора [14]).

Сокращенно запишем вектор из  $n$  оценок  $(k, \dots, k)$  как  $k^n$ . К блоку  $B_1$  принадлежат векторы  $z^* < ([m/2]^n)$ , где  $[\cdot]$  означает целую часть числа. К блоку  $B_2$  принадлежат векторы  $([m/2]^n) \leq z^* \leq ([m/2 + 1]^n)$ , а к блоку  $B_3$  – векторы  $z^* > ([m/2 + 1]^n)$ . Для  $n = 3, m = 4$ :  $B_2 = \{(2, 2, 2), \dots, (3, 3, 3)\}, |B_2| = 7$ . ДРЦ соответствует  $r(z) \in \{11, \dots, 17\}$  и  $q_1(z) \in [0,53; 0,84]$ .

Значение ИПМВСК  $q_2(z)$  найдем по формуле (12). Для  $z^* = \min(B_2), q_{2H}(z) = 0,33$ ; для  $z^* = \max(B_2), q_{2B}(z) = 0,67$ .

Однако, в силу природы ИПМВСК, для  $z^* \in B_2, q_2(z)$  растет немонотонно:  $\max\{q_2(z): z^* \in B_2\} = 0,78 > q_{2B}(z)$ .

Сравним  $q_1(z)$  и  $q_2(z)$ , для всех  $z^* \in Z^*$ . Результаты приведены на рис. 1. Нижняя и верхняя граница реальной цели ЛПР на нем отражены красной и зеленой вертикальными линиями. Из анализа графиков видно, что  $q_1(z)$  в силу (11) линейно растет при росте  $r(z)$ . При этом  $q_2(z)$  растет существенно нелинейно.

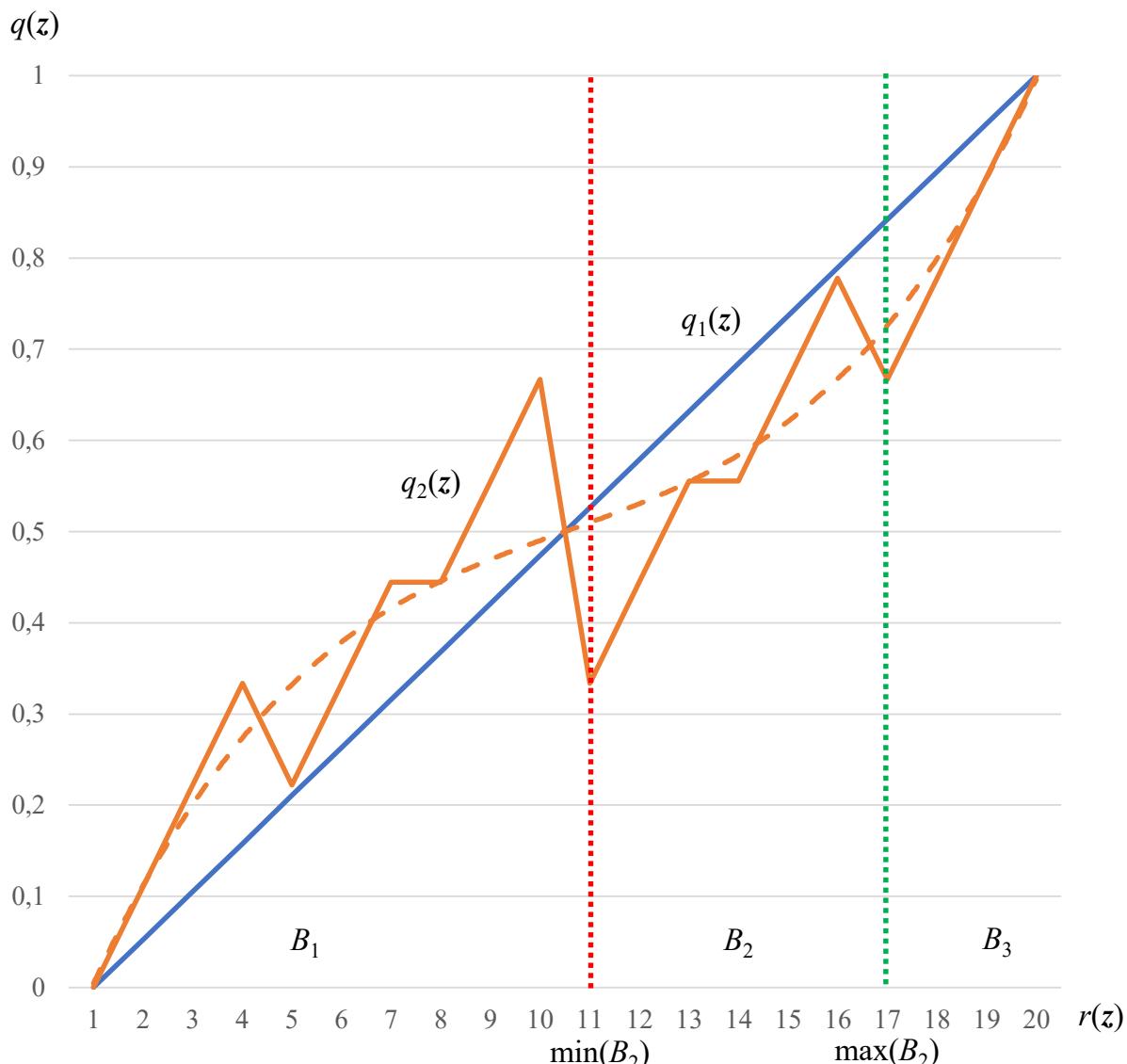


Рис. 1. Значения  $q_1(z)$  и  $q_2(z)$  для  $n = 3$ ;  $m = 4$

Линия тренда  $q_2(z)$  (показана пунктиром) при  $r(z) \leq 10$  выпуклая вверх, а при  $r(z) > 10$  выпуклая вниз. Это означает, что векторы оценок с  $r(z) \leq r_{max} / 2$  ИПМВСК переоценивает по сравнению с ИПМНПА, а оценки с  $r(z) > r_{max} / 2$  недооценивает. Как следствие, ввиду обозначенной в п. 6 раздела 1.3.2 и подробно раскрытой в работе автора [14] причинно-следственной связи между качеством и стоимостью услуг ЦОВ, при использовании ИПМВСК реальная цель ЛПР будет достигнута с меньшей вероятностью, чем при использовании ИПМНПА – в случае ИПМВСК поставщик может получать больше за услугу с худшим качеством (и меньшей себестоимостью), чем в случае ИПМНПА.

Эта особенность ИПМВСК наглядно проявляется на границах ДРЦ. Для  $z^* = (1, 4, 4) \in B_1$ :  $r(z) = 10$ ;  $q_2(z) = 0,67$ . А для  $z = (2, 2, 2) \in B_2$ :  $r(z) = 11$ ;  $q_2(z) = q_{2H}(z) = 0,33$ . Здесь ИПМВСК в силу компенсаторного характера оценивает недостижение реальной цели в два раза выше, чем достижение. То же относится и к верхней границе реальной цели: для  $z^* = (2, 4, 4) < \max(B_2)$ :  $r(z) = 16$ ;  $q_2(z) = 0,78$ . А для  $z = (3, 3, 3) = \max(B_2)$ :  $r(z) = 17$ ;  $q_2(z) = q_{2B}(z) =$

$= 0,67$ . Вектор, не достигающий верхней границы ДРЦ, имеет большее значение  $q_2(z)$ , чем вектор на верхней границе ДРЦ.

Как следствие при прочих равных условиях применение ИПМНПА обеспечивает более вероятное достижение реальной цели ЛПР, чем ИПМВСК. По данному критерию  $q_1(z) > q_2(z)$ .

Проанализируем априорную достоверность отражения достижения ДРЦ. В силу природы ИПМНПА, в границах исследования он по определению корректно отразит ее достижение. Проанализируем априорную достоверность отражения достижения ДРЦ для ИПМВСК. Для этого:

- 1) сформируем множество  $Z$  векторов  $z^*$  для  $n = 3; m = 4$ ;
- 2) сформируем множество  $Z^*$  ранжированных векторов  $z^*$ ;
- 3) определим для каждого ранжированного вектора  $z_j^*; j \in \{1, \dots, r_{max}\}$  его кратность  $k_j$  как количество различных векторов  $z_{ij} \in Z; i \in \{1, \dots, k_j\}$ ,  $z_{ij} \sim z_j^*$ . Например, для  $z_8^* \sim \{(1, 3, 3); (3, 1, 3); (3, 3, 1)\}$ ,  $k = 3$ .
- 4) определим  $q_2(z)$  для всех  $z^*$ ;
- 5) проверим кратность случаев корректного отображения достижения/недостижения ДРЦ:

$$\begin{aligned} z^* \in B_1 \wedge q_2(z) &< q_{h2} \\ z^* \in B_2 \wedge q_{h2} &\leq q_2(z) \leq q_{b2}; \\ z^* \in B_3 \wedge q_2(z) &> q_{b2}; \end{aligned}$$

- 6) проверим кратность случаев некорректного отображения достижения/недостижения ДРЦ:

$$\begin{aligned} z^* \in B_1 \wedge q_2(z) &\geq q_{h2}; \\ z^* \in B_2 \wedge q_2(z) &< q_{h2}; \\ z^* \in B_2 \wedge q_2(z) &> q_{b2}; \\ z^* \in B_3 \wedge q_2(z) &\leq q_{b2}; \end{aligned}$$

В таблице 4 приведены кратности и значения ИПМВСК для всех  $z^* \in Z$ .

Таблица 4 – Кратности и значения ИПМВСК для равного веса оценок

$z^*$	(1; 1; 1)	(1; 1; 2)	(1; 1; 3)	(1; 1; 4)	(1; 2; 2)	(1; 2; 3)	(1; 2; 4)	(1; 3; 3)	(1; 3; 4)	(1; 4; 4)
$k$	1	3	3	3	3	6	6	3	6	3
$q_2(z)$	0,00	0,11	0,22	0,33	0,22	0,33	0,44	0,44	0,56	0,67
$z^*$	(2; 2; 2)	(2; 2; 3)	(2; 2; 4)	(2; 3; 3)	(2; 3; 4)	(2; 4; 4)	(3; 3; 3)	(3; 3; 4)	(3; 4; 4)	(4; 4; 4)
$k$	1	3	3	3	6	3	1	3	3	1
$q_2(z)$	0,33	0,44	0,56	0,56	0,67	0,78	0,67	0,78	0,89	1,00

Из таблицы 4 видно, что ИПМВСК обеспечивает с учетом кратности:

- 1) корректное отображение достижения/недостижения ДРЦ для 34 исходных векторов (выделение зеленым);
- 2) ложное достижение ДРЦ для 27 исходных векторов (выделение розовым);
- 3) ложное превышение верхней границы ДРЦ для 3 исходных векторов (выделение голубым).

Следовательно, для 30 из 64 (или 47 %) исходных векторов ИПМВСК недостоверно отражает достижение/недостижение ДРЦ. По данному критерию  $q_1(z) > q_2(z)$ .

## 5.2. Неравный вес частных оценок качества

Исходя из определения блоков  $B_1, B_2, B_3$ , данного в разделе 5.1, для  $N$ -модели с  $\beta = (2, 1, 1)$ :  $B_2 = \{(2, 2, 2, 2), \dots, (3, 3, 3, 3)\}; |B_2| = 11$ . Это соответствует ДРЦ  $r(z) = r(\mathbf{g}^*) \in \{20, \dots, 30\}$  и  $q_1(z) = q_1(\mathbf{g}^*) \in [0,58; 0,88]$  (см. таблицу 3 на с. 23). Значение ИПМВСК  $q_2(z)$  для границ ДРЦ найдем по формуле (13):  $q_{2H}(z) = 0,33$ ;  $q_{2B}(z) = 0,67$ . Сравним  $q_1(z)$  и  $q_2(z)$  для всех  $r(z)$ . Результаты приведены на рис. 2.

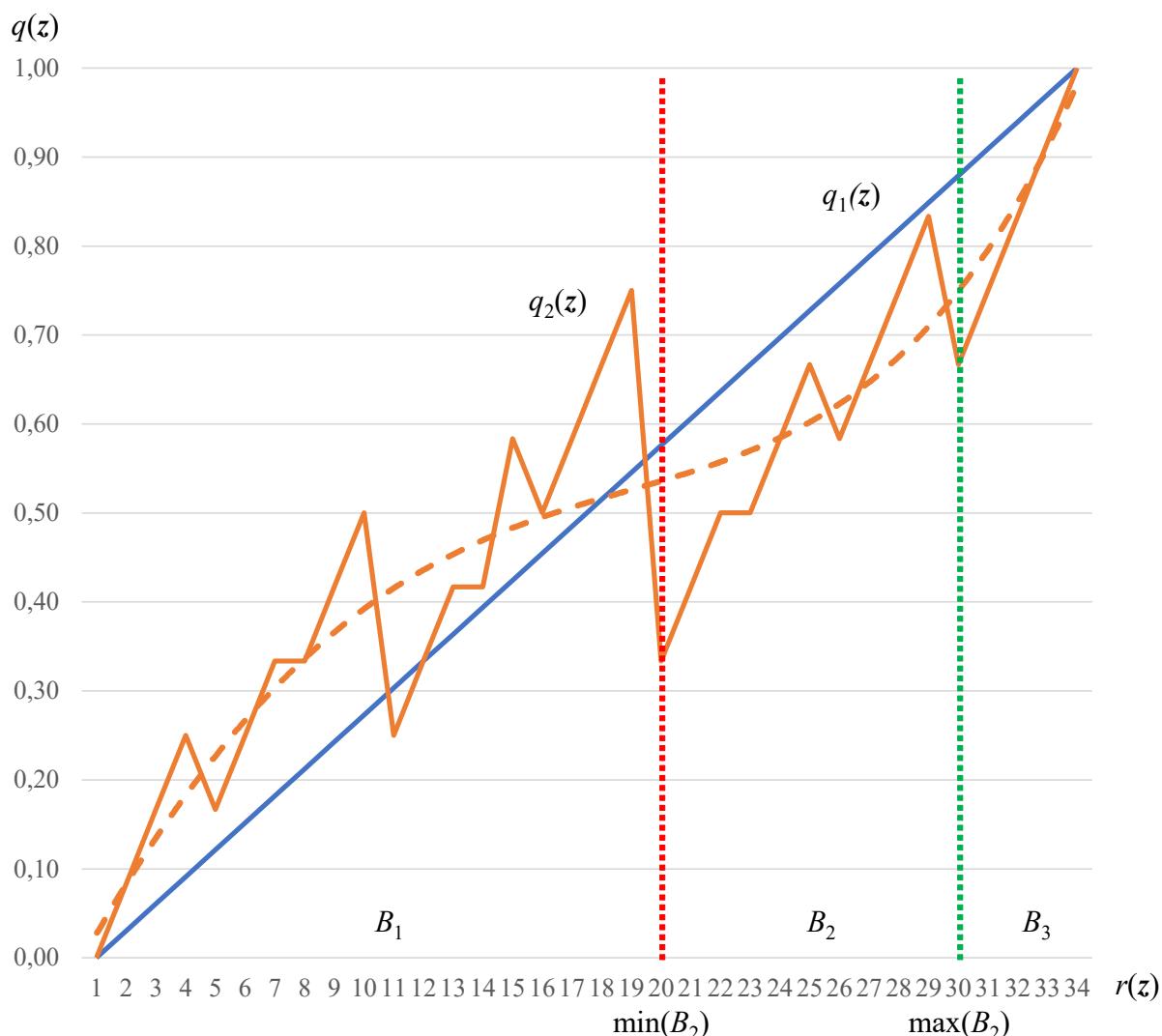


Рис. 2. Значения  $q_1(z)$  и  $q_2(z)$  для  $n = 3; m = 4; \beta = (2, 1, 1)$

Сравнивая его с рис. 1 (см. с. 25), видно, что качественно картина и следующие из нее выводы те же. Однако, в силу удвоения  $z_1$  в составе  $\mathbf{g}$  размах отклонений значений ИПМВСК от линии его тренда еще больше. Например, согласно (13) вектору  $\mathbf{z} = (4, 1, 4)$  с  $q_2(z) = 0,75$  соответствует вектор  $\mathbf{g}^* = (1, 4, 4, 4) \in B_1, r(\mathbf{z}) = 19$ ; При этом вектору  $\mathbf{z} = (2, 2, 2)$  с  $q_2(z) = q_{2H}(z) = 0,33$

соответствует вектор  $\mathbf{g}^* = (2, 2, 2, 2) \in B_2$ ,  $r(z) = 20$ . Здесь ИПМВСК оценивает недостижение реальной цели в  $0,75 / 0,33 = 2,3$  раза выше, чем достижение.

То же относится и к верхней границе реальной цели: вектору  $z = (4, 2, 4)$  с  $q_2(z) = 0,83$  соответствует вектор  $\mathbf{g}^* = (2, 4, 4, 4) < \max(B_2)$ ,  $r(z) = 29$ . При этом вектору  $z = (3, 3, 3)$  с  $q_2(z) = q_{2B}(z) = 0,67$  соответствует вектор  $\mathbf{g}^* = (3, 3, 3, 3) = \max(B_2)$ ,  $r(z) = 20$ . Здесь вектор, не достигающий верхней границы ДРЦ, имеет большее значение  $q_2(z)$ , чем вектор на верхней границе ДРЦ.

Приведенные выше примеры показывают, что компенсаторное свойство МВСК в случае неравного веса частных оценок качества еще больше затрудняет достижение ДРЦ, чем в случае их равного веса:  $q_1(z) > q_2(z)$

Аналогично рассмотренному в разделе 5.1, проанализируем априорную достоверность отражения достижения ДРЦ для ИПМВСК. Так как ИПМВСК рассчитывается непосредственно по исходному вектору  $z$ , результаты для случая  $N$ -модели тождественны результатам для случая равного веса частных оценок (см. таблицу 4 на с. 26): для 30 из 64 (47 %) исходных векторов  $z$  ИПМВСК недостоверно отражает достижение/недостижение ДРЦ. По данному критерию  $q_1(z) > q_2(z)$ .

## 6. Энтропийный анализ интегральных показателей

### 6.1. Равный вес частных оценок качества

Формирование интегрального показателя обоих видов предполагает переход от векторных оценок  $z \in Z$  к численным значениям интегрального показателя  $q(z) \in \mathbb{R}$ , то есть скаляризацию векторов  $z$ . При этом происходит сокращение количества исходной информации о фактическом качестве работы ЦОВ  $x$ , которое содержалось в исходном векторе  $z$ . Для случая равного веса частных оценок это вызвано анонимностью частных оценок  $z_i$  (свертка во взвешенную сумму для ИПМВСК или редукция множества  $z$  во множество  $z^*$  для ИПМНПА). В рассматриваемом случае  $n = 3$ ,  $m = 4$ ,  $|Z| = m^n = 64$ ; для ИПМВСК  $q_2(z) \in Q$ ,  $|Q| = 10$  (это видно из таблицы 2 на с. 20); для ИПМНПА  $|Z^*| = r_{max} = 20$ . За счет снижения размерности интегрального показателя (от  $n$  до 1) происходит потеря исходной информации, содержащейся в  $z$ .

Так как  $|Q| < |Z^*| < |Z|$ , можно предположить, что применение МВСК приводит к большей потере исходной информации, чем применение МНПА. Хотя данная гипотеза кажется интуитивно верной, для корректного сравнения ИПМНПА и ИПМВСК по критерию потери информации при скаляризации необходимо определить и сравнить данную потерю количественно.

Обозначим  $I(q, z)$  количество информации о  $z$ , содержащееся в интегральном показателе  $q(z)$ . Для определения  $I(q, z)$  воспользуемся научным аппаратом теории информации. В работах [43–45] вводится и явно определяется понятие количества информации. Интересующее нас  $I(q, z)$  находится по формуле из указанных работ:

$$I(q, z) = H(z) - H_q(z), \quad (16)$$

где  $H(z)$  – априорная информационная энтропия вектора  $z$ , а  $H_q(z)$  – его же условная информационная энтропия при условии, что значение  $q$  известно.

Для определения  $H_q(z)$  рассмотрим два случайных события: появление конкретной реализации  $z_i$  вектора  $z$  и  $q(z_i)$  – появление конкретного значения интегрального показателя качества  $q$ . Наступление события  $z$  полностью определяет исход события  $q$ : зная конкретное значение  $z_i$ , мы непосредственно находим по нему значение  $q(z_i)$ . Как указано в [44], в данном случае имеет место равенство  $H_q(z) = H(z) - H(q)$ .

Следовательно, формула (16) преображается в

$$I(q, z) = H(z) - (H(z) - H(q)) = H(q), \quad (17)$$

так что количество информации об исходном векторе ранжированных оценок, содержащееся в интегральном показателе  $q(z)$ , равно информационной энтропии  $H(q)$  самого интегрального показателя. Определим  $H(q_1)$  и  $H(q_2)$ .

### 6.1.1. Энтропия и количество информации о $z$ для ИПМНПА

Так как априорная информация о распределении компонент  $y$  и, следовательно,  $z$  отсутствует (см. п. 8 раздела 1.3.2), а компоненты вектора  $y$  слабо коррелированы (см. раздел 2.2.1), положим, что все частные оценки в составе  $z$  распределены независимо с дискретным равномерным распределением на интервале значений  $\{1, 2, \dots, m\}$ . Тогда распределение случайного вектора  $z$  на множестве его возможных значений  $Z$  также будет дискретным равномерным:

$$p(z_j) = 1/|Z| = p \text{ для всех } j \in \{1; \dots, |Z|\}. \quad (18)$$

В рассматриваемом случае  $n = 3$ ,  $m = 4$ ,  $|Z| = 64$ ;  $p = 1/64 \approx 0,0156$ .

Для определения энтропии  $H(q_1)$  ИПМНПА определим априорную вероятность появления каждого ранжированного вектора  $z_j^* \in Z^*; j \in \{1; r_{\max}\}$ . Для этого с учетом определенной в разделе 5.1 и указанной в таблице 4 кратности  $k_j$ :  $p(z_j^*) = k_j p$ . Результаты приведены в таблице 5 ( $p(z^*)$  округлены до 0,0001).

Таблица 5 – ИПМНПА: кратности  $z$  и вероятности появления  $z^*$

$z^*$	(1; 1; 1)	(1; 1; 2)	(1; 1; 3)	(1; 1; 4)	(1; 2; 2)	(1; 2; 3)	(1; 2; 4)	(1; 3; 3)	(1; 3; 4)	(1; 4; 4)
$k$	1	3	3	3	3	6	6	3	6	3
$p(z^*)$	0,0156	0,0469	0,0469	0,0469	0,0469	0,0938	0,0938	0,0469	0,0938	0,0469
$z^*$	(2; 2; 2)	(2; 2; 3)	(2; 2; 4)	(2; 3; 3)	(2; 3; 4)	(2; 4; 4)	(3; 3; 3)	(3; 3; 4)	(3; 4; 4)	(4; 4; 4)
$k$	1	3	3	3	6	3	1	3	3	1
$p(z^*)$	0,0156	0,0469	0,0469	0,0469	0,0938	0,0469	0,0156	0,0469	0,0469	0,0156

Так как  $z_j^*$  и  $q_1$  взаимно-однозначно связаны для всех  $j$ , ожидаемое значение случайной величины  $q_1$  будет определено значением  $z^*$ , и наоборот. Как указано в [45], в данном случае  $H(q_1) = H(z^*)$ . Следовательно, согласно (17),  $I(q_1, z) = H(z^*)$ . Определим  $I(q_1, z)$  по классической формуле Шеннона из [44]:

$$I(q_1, z) = H(z^*) = -\sum_{j=1}^{20} p(z_j^*) \text{lb } p(z_j^*) = 4,14 \text{ бит.} \quad (19)$$

### 6.1.2. Энтропия и количество информации о $z$ для ИПМВСК

Для определения энтропии  $H(q_2)$  ИПМВСК сформируем и проанализируем множество  $Q$  всех значений  $q_2(z)$ :

- 1) сформируем множество  $Z$  векторов  $z$ ;
- 2) определим для каждого  $z \in Z$  значение  $q_2(z)$  по формуле (12), сформировав таким образом  $Q$ ;
- 3) определим для каждого значения  $q_{2i}(z) \in Q, i \in \{1, \dots, |Q|\}$ :
  - 3.1) его кратность  $b_i$  как количество исходных векторов  $z_{ij}; j \in \{1, \dots, b_i\}$ , порождающих данное значение  $q_{2i}(z)$ ;
  - 3.2) априорную вероятность его появления как  $p_i = b_i p$ , где  $p$  определена по (18);

Результаты для рассматриваемого случая  $n = 3, m = 4$  приведены в таблице 6 ( $q_{2i}(z)$  округлены до 0,001, а  $p_i$  – до 0,0001).

Таблица 6 – ИПМВСК: кратности и вероятности появления  $q_2(z)$

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$q_{2i}(z)$	0	0,111	0,222	0,333	0,444	0,556	0,667	0,778	0,889	1
$b_i$	1	3	6	10	12	12	10	6	3	1
$p_i$	0,0156	0,0469	0,0938	0,1563	0,1875	0,1875	0,1563	0,0938	0,0469	0,0156

Определим  $I(q_2, z)$  по формуле Шеннона:

$$I(q_2, z) = H(q_2) = -\sum_{j=1}^{10} p_i \ln p_i = 2,98 \text{ бит.} \quad (20)$$

### 6.1.3. Анализ полученных результатов

Итогом проделанной работы является количество информации об исходном векторе  $z$ , которое дает нам рассчитанное по нему значение  $q_1(z)$  и  $q_2(z)$ . Из него следует, что гипотеза, сформулированная по результатам качественного анализа (см. раздел 6.1), подтвердилась:

$$I(q_1, z) = 4,14 \text{ бит} > I(q_2, z) = 2,98 \text{ бит.}$$

Однако, для определения предпочтения между  $q_1$  и  $q_2$  по критерию  $I(q, z)$  данная информация необходима, но недостаточна. Требуется также определить степень относительной потери информации  $\Delta I / I$  при переходе  $z \rightarrow q$  для принятия ЛПР решения, является ли различие в данной относительной потере значимым или нет. Например, разницу в потере информации в  $\Delta I_2 - \Delta I_1 / I = 0,01$  ЛПР может посчитать несущественной ( $q_1 \sim q_2$ ), но  $\Delta I_2 - \Delta I_1 / I = 0,1$  – уже существенной ( $q_1 > q_2$ ). Для определения относительной потери следует определить количество информации, изначально содержащейся в  $z$ , и соотнести с ним  $I(q_1, z)$  и  $I(q_2, z)$ .

Следует отметить, что описанная в разделе 2.2 методика выбора частных оценок  $y_i$  и формирования из них вектора ранжированных частных оценок  $z$  одинакова для обоих интегральных показателей. Поэтому исходное полное количество информации  $I(z)$  в  $z$  согласно [44] будет равно энтропии  $H(z)$ . Как ука-

зано в разделе 6.1.1, все значения  $z_i$  полагаются равновероятными, и  $H(z)$  определяется по формуле Хартли [44]:

$$I(z) = H(z) = \text{lb} (|Z|) = \text{lb} (m^n) = n \text{lb} (m) = 3 \text{lb} (4) = 6 \text{ бит.}$$

Обозначим потерю информации при скаляризации  $z \rightarrow q$  за  $\Delta I(q, z)$ :

$$\Delta I(q, z) = H(z) - I(q, z).$$

Для ИПМНПА:

$$\Delta I(q_1, z) = H(z) - I(q_1, z) = 6 - 4,14 = 1,86 \text{ бит}; \Delta I_1 / I = 0,31;$$

для ИПМВСК:

$$\Delta I(q_2, z) = H(z) - I(q_2, z) = 6 - 2,98 = 3,02 \text{ бит}; \Delta I_2 / I = 0,50.$$

Следовательно, ИПНПА оставляет в распоряжении ЛПР на 19 % больше исходной информации о векторе  $z$ , чем ИПМВСК:  $(\Delta I_2 - \Delta I_1) / I = 0,19 = 19 \%$ .

Данная разница является значимой на практике. Следовательно, по рассмотренному критерию  $q_1(z) > q_2(z)$ .

Следует отметить, что данный результат был получен в границах исследования, в которых распределение компонент  $z$  предполагалось дискретным равномерным. Доказательство справедливости  $I(q_1, z) < I(q_2, z)$  при произвольном невырожденном априорном распределении компонент  $z$  выходит за рамки настоящей работы. Однако, при наличии у ЛПР априорной информации о распределении компонент  $z$  можно по описанной выше методике показать, что данное соотношение справедливо. В разделе 7 это будет показано на апостериорных исходных данных.

## 6.2. Неравный вес частных оценок качества

Проведем аналогичную описанной в предыдущем разделе процедуру для случая  $N$ -модели с  $n = 3$ ,  $m = 4$ ,  $\beta = (2, 1, 1)$ . Здесь кратность  $k'$  определяет количество различных векторов  $z$ , порождающих данный вектор  $g^*$ . Опуская выкладки, ниже в таблице 7 и таблице 8 (см. с. 32) представлены полученные результаты (вероятности округлены до 0,0001).

Таблица 7 – ИПМНПА: кратности и вероятности появления  $g^*$

$g^*$	(1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 2)	(1, 1, 1, 3)	(1, 1, 1, 4)	(1, 1, 2, 2)	(1, 1, 2, 3)	(1, 1, 2, 4)	(1, 1, 3, 3)
$k'$	1	2	2	2	2	2	2	2
$p(g^*)$	0,0156	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313
$g^*$	(1, 1, 3, 4)	(1, 1, 4, 4)	(1, 2, 2, 2)	(1, 2, 2, 3)	(1, 2, 2, 4)	(1, 2, 3, 3)	(1, 2, 4, 4)	(1, 3, 3, 3)
$k'$	2	2	2	2	2	2	2	2
$p(g^*)$	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313
$g^*$	(1, 3, 3, 4)	(1, 3, 4, 4)	(1, 4, 4, 4)	(2, 2, 2, 2)	(2, 2, 2, 3)	(2, 2, 2, 4)	(2, 2, 3, 3)	(2, 2, 3, 4)
$k'$	2	2	2	1	2	2	2	2
$p(g^*)$	0,0313	0,0313	0,0313	0,0156	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313
$g^*$	(2, 2, 4, 4)	(2, 3, 3, 3)	(2, 3, 3, 4)	(2, 3, 4, 4)	(2, 4, 4, 4)	(3, 3, 3, 3)	(3, 3, 3, 4)	(3, 3, 4, 4)
$k'$	2	2	2	2	2	1	2	2
$p(g^*)$	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0313	0,0156	0,0313	0,0313
$g^*$	(3, 4, 4, 4)	(4, 4, 4, 4)						
$k'$	2	1						
$p(g^*)$	0,0313	0,0156						

Определим  $I(q_1, z)$  аналогично (19):

$$I(q_1, z) = H(q_1) = -\sum_{j=1}^{34} p_i \text{lb } p_i = 5,06 \text{ бит.}$$

Таблица 8 – ИПМВСК: кратности  $z_j$  и вероятности появления  $q_2(z_j)$

$i$	1	2	3	4	5	6	7
$q_2(z)$	0	0,083	0,167	0,25	0,333	0,417	0,5
$b_i$	1	2	4	6	7	8	8
$p_i$	0,0156	0,0313	0,0625	0,0938	0,1094	0,125	0,125
$i$	8	9	10	11	12	13	
$q_2(z)$	0,583	0,667	0,75	0,833	0,917	1	
$b_i$	8	7	6	4	2	1	
$p_i$	0,125	0,1094	0,0938	0,0625	0,0313	0,0156	

Определим  $I(q_2, z)$  аналогично (20):

$$I(q_2, z) = H(q_2) = -\sum_{j=1}^{13} p_i \text{lb } p_i = 3,46 \text{ бит.}$$

Количество информации в исходном векторе  $z$ , равное его энтропии, не изменилось:  $I(z) = H(z) = 6$  бит.

Получаем:

$$\Delta I(q_1, z) = 6 - 5,06 = 0,94 \text{ бит}; \Delta I_1 / I = 0,16;$$

$$\Delta I(q_2, z) = 6 - 3,46 = 2,54 \text{ бит}; \Delta I_2 / I = 0,42;$$

$$(\Delta I_2 - \Delta I_1) / I = 0,26 = 26 \text{ \%}.$$

Видно, что за счет применения  $N$ -модели потеря информации при редукции  $z \rightarrow q$  меньше для обоих методов, чем в случае равного веса частных оценок качества. Это обусловлено различимостью частной оценки  $z_1$  от  $z_2$  и  $z_3$  за счет удвоения  $z_1$  при формировании  $g$  из  $z$ . При этом разница между  $\Delta I_1 / I$  и  $\Delta I_2 / I$  возрастает: в случае равного веса частных оценок качества  $(\Delta I_2 - \Delta I_1) / I = 19 \text{ \%}$ , а для  $N$ -модели  $(\Delta I_2 - \Delta I_1) / I = 26 \text{ \%}$ . Таким образом, предпочтение  $q_1(z) > q_2(z)$  по рассматриваемому критерию в случае  $N$ -модели сохраняется, при этом степень превосходства  $q_1(z)$  над  $q_2(z)$  по нему растет.

## 7. Практическая проверка на эмпирических данных

Для практической проверки результатов моделирования разработанная модель была апробирована на эмпирических данных – статистике реального ЦОВ ресурсоснабжающей организации за 24 месяца (2023–2024 гг.). Из имеющегося набора данных были выбраны три показателя для формирования вектора  $y = (y_1, y_2, y_3)$  в соответствии с разделом 2.2.1 и его ранжировке в  $z = (z_1, z_2, z_3)$  в соответствии с разделом 2.2.2. Так как для ЛПР частная оценка  $z_1$  более значима, чем  $z_2$  и  $z_3$  (как указывалось в разделе 2.2.1, это ранее опосредованно учитывалось введением дополнительной частной оценки, сильно коррелированной с  $y_1$ ), при ретроспективном расчете  $q_1(z)$  использовалась  $N$ -модель с  $N = (2, 1, 1)$ , а  $q_2(z)$  рассчитывался по формуле (13). Для анализа влияния вида интегрального показателя на результат оценки качества услуг ЦОВ в каждом из проанализированных месяцев был введен показатель "Рейтинг месяца"  $R(q_1), R(q_2)$ , который определяет нестрогий убывающий порядок ранжирования отчетных периодов по значению ИПМНПА и ИПМВСК соответственно: одинаковому инте-

гральному показателю качества соответствует одинаковый рейтинг; меньшие значения рейтинга означают лучшее качество, и наоборот. Результаты апробации приведены в таблице 9; агрегированные показатели – в таблице 10.

Таблица 9 – Результаты апробации модели на эмпирических данных

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>z</i>												
$z_1$	2	4	4	4	3	3	2	3	1	1	3	1
$z_2$	2	3	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4
$z_3$	2	4	4	4	3	3	2	3	1	1	3	1
<i>g</i>												
$g_1$	2	4	4	4	3	3	2	3	1	1	3	1
$g_1$	2	4	4	4	3	3	2	3	1	1	3	1
$g_2$	2	3	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4
$g_3$	2	4	4	4	3	3	2	3	1	1	3	1
<i>q</i>												
$q_1$	0,61	0,82	0,85	0,97	0,91	0,94	0,73	0,91	0,27	0,24	0,88	0,27
$q_2$	0,42	0,75	0,83	0,92	0,75	0,83	0,67	0,75	0,5	0,42	0,67	0,5
Рейтинг месяца												
$R(q_1)$	14	10	9	1	4	2	12	4	17	20	8	17
$R(q_2)$	17	5	2	1	5	2	10	5	14	17	10	14
Месяц	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
<i>z</i>												
$z_1$	1	1	1	3	3	3	3	2	1	2	2	1
$z_2$	3	4	3	2	3	4	3	3	1	1	1	1
$z_3$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
<i>g</i>												
$g_1$	1	1	1	3	3	3	3	2	1	2	2	1
$g_1$	1	1	1	3	3	3	3	2	1	2	2	1
$g_2$	3	4	3	2	3	4	3	3	1	1	1	1
$g_3$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
<i>q</i>												
$q_1$	0,24	0,27	0,24	0,79	0,91	0,94	0,91	0,70	0,09	0,36	0,36	0,09
$q_2$	0,42	0,5	0,42	0,67	0,75	0,83	0,75	0,58	0,25	0,42	0,42	0,25
Рейтинг месяца												
$R(q_1)$	20	17	20	11	4	2	4	13	23	15	15	23
$R(q_2)$	17	14	17	10	5	2	5	13	23	17	17	23

Таблица 10 – Агрегированные показатели по результатам апробации

1. Статистические характеристики				
$r(q_1, q_2)$	$q_{cp1}$	$q_{cp2}$	$\delta(q_1)$	$\delta(q_2)$
0,93	0,60	0,59	0,32	0,19
2. Рейтингование месяцев				
$R(q_1) \geq R(q_2)$	Кол-во месяцев	Доля месяцев, %	$q_{cp1}$	$q_{cp2}$
$R(q_1) < R(q_2)$	8	33	0,73	0,62
$R(q_1) > R(q_2)$	10	42	0,47	0,57
$R(q_1) = R(q_2)$	6	25	0,62	0,61

3. Корректность отражения попадания $z$ в границы достаточной реальной цели для $q_2$		
	Кол-во месяцев	Доля месяцев, %
Корр. отобр-е	14	58
Некорр. вкл-е	8	33
Некорр. прев-е	2	9
4. Потеря информации при скаляризации $z \rightarrow q$		
	$z$	
Кол-во уник. значений в выборке	$I(z)$ , бит	
15	3,72	
	$q_1$	
Кол-во уник. значений в выборке	$I(z, q_1)$ , бит	$\Delta I_1$ , бит
14	3,61	0,11
	$q_2$	
Кол-во уник. значений в выборке	$I(z, q_2)$ , бит	$\Delta I_2$ , бит
8	2,78	0,94
		$\Delta I_2 / I, \%$
		25

Из анализа данных в таблицах 9 и 10 следуют выводы:

1. Сильная корреляция между  $q_1$  и  $q_2$  (линейный коэффициент корреляции Пирсона  $r(q_1, q_2) = 0,93$ ) и близость их средних значений ( $q_{cp1} = 0,60$ ;  $q_{cp2} = 0,59$ ) свидетельствуют, что оба интегральных показателя в целом схожим образом отражают тренд качества ЦОВ по месяцам. Следует отметить, что как МНПА, так и МВСК отражают только ординальные предпочтения ЛПР. При этом среднее значение  $q_{cp1}$  и  $q_{cp2}$  характеризует усредненную по выборке степень достижения ДРЦ, которой отвечает  $z \in \{(2^3), \dots, (3^3)\}$  и  $q_1(z) \in [0,58; 0,88]$ . Для ИПМНПА среднее по выборке значение  $q_{cp1} = 0,60$  означает, что в среднем за период ретроспективной оценки ДРЦ достигалась (ближе к нижней границе). При этом для использования  $q_1(z)$  с целью оценки абсолютного качества ЦОВ (в том числе для расчета штрафа за недостаточное качество – см. работу автора [14]) необходимо ввести дополнительные (весьма общие) условия относительно кардинальных предпочтений ЛПР. Данная тема будет раскрыта в последующих работах автора.
2. Среднеквадратическое отклонение (далее – СКО)  $\delta q_1$  значительно больше, чем СКО  $\delta q_2$  (0,32 и 0,19 соответственно):  $(\delta q_1 - \delta q_2) / \delta q_2 = 0,58 = 58\%$ . Это свидетельствует о большем на 58 % динамическом диапазоне оценок, который обеспечивает ИПМНПА по сравнению с ИПМВСК при примерно одинаковом среднем значении (см. п. 1). При этом больший динамический диапазон оценок относится к тому же диапазону фактических значений  $z$ . Таким образом, ИПМНПА в качестве «измерительного инструмента», используя метрологическую терминологию, обеспечивает по сравнению с ИПМВСК более «растянутую» в области ожидаемых значений  $z$  (т.е., ДРЦ) шкалу измерений, что позволяет ЛПР более детально анализировать причины отклонения фактического значения  $z$  от желаемого и принимать корректирующие меры.
3. Некомпенсаторный характер ИПМНПА наглядно проявляется в разнице между  $q_1$  и  $q_2$  в месяцы 1, 9, 12, 13, 21, 24.

4. Из общего объема выборки в 24 месяца, в 8 месяцах (33 %) ИПМНПА обеспечил большие рейтинги отчетных периодов по качеству, чем ИПМВСК. При этом среднее значение  $q_1$  за эти 8 месяцев равно  $0,73 > 0,5$ . В 10 месяцах (42 %) ИПМНПА обеспечил меньшие рейтинги отчетных периодов по качеству, чем ИПМВСК. При этом среднее значение  $q_1$  за эти 8 месяцев равно  $0,47 < 0,5$ . Таким образом, в полном соответствии с теоретическими результатами (см. раздел 5 и линию тренда  $q_2$  на рис. 2), ИПМВСК в границах исследования обеспечивает не соответствующее предпочтениям ЛПР завышение значений оценки  $q_2$  относительно  $q_1$  для  $z < r_{\max} / 2$  (почти половина выборки) и так же необоснованное занижение значений оценки  $q_2$  относительно  $q_1$  для  $z \geq r_{\max} / 2$  (треть выборки). Однаковые по сравнению с МНПА рейтинги отчетных периодов были обеспечены МВСК только для 25 % выборки. Таким образом, в 75 % случаев ИПМНПА обеспечил более достоверное отражение предпочтений ЛПР, чем ИПМВСК.
5. По критерию попадания исходного вектора ранговых оценок в границы ДРЦ, описанному в разделе 5, ИПМНПА обеспечил достоверное отображение по определению. При этом ИПМВСК обеспечил:
  - а) корректное отображение попадания/непопадания в границы ДРЦ для 14 исходных векторов;
  - б) ложное достижение достаточной реальной цели для 8 исходных векторов;
  - в) ложное превышение верхней границы ДРЦ для 2 исходных векторов.Таким образом, для 10 из 24 (42 %) исходных векторов ИПМВСК недостоверно отразил попадание исходных векторов в границы ДРЦ.
6. Разница в абсолютной и удельной потере количества информации, содержащейся в исходном векторе ранговых оценок  $z$  при его скаляризации в  $q_1$  и  $q_2$  для апостериорной информации примерно та же, что и для априорной. Качественно это проявляется в редукции 15 исходных уникальных значений  $z$  в 14 уникальных значений  $q_1$  и 8 уникальных значений  $q_2$ . Количественно относительная потеря информации составляет 3 % для  $q_1$  против 25 % для  $q_2$ . Таким образом, для рассмотренных апостериорных данных ИПМНПА сохраняет на 22 % больше исходной информации о векторе  $z$ , чем ИПМВСК.
7. Из результатов проверки на апостериорных данных следует, что по всем рассмотренным критериям так же, как и по результатам теоретического рассмотрения,  $q_1 > q_2$ .

## 8. Выводы по исследованию

По итогам проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Для оценки качества услуг ЦОВ впервые применен метод непараметрического порогового агрегирования в отличие от традиционно применяющегося для данной цели метода взвешенной суммы критериев.

2. Впервые применен энтропийный анализ для количественной оценки абсолютной и относительной потери исходной информации при скаляризации векторной оценки качества в интегральный показатель качества.
3. В границах исследования ИПМНПА превосходит ИПМВСК по всем проанализированным критериям как априорно (по результатам моделирования), так и апостериорно (по результатам ретроспективного анализа на практических архивных данных). Степень количественно определенного превосходства ИПМНПА над ИПМВСК:
  - 58 % по динамическому диапазону оценок;
  - 75 % по критерию достоверности отражения предпочтений ЛПР;
  - 42 % по достоверности отражения попадания ранговой векторной оценки в границы достаточной реальной цели ЛПР;
  - 22 % по критерию утраты исходной информации из векторной оценки.
4. Гипотеза исследования подтверждена: ИПМНПА обеспечивает решение всех задач исследования и полное достижение цели исследования.
5. Разработанная методика расчета ИПМНПА пригодна для практического применения с применением программного обеспечения Microsoft Excel либо его российских аналогов, не требуя специальных знаний ЛПР и (или) специализированного программного обеспечения. При необходимости разработанная методика легко алгоритмизируется для встраивания соответствующих скриптов в прикладное программное обеспечение заказчика.
6. Предложенная в работе методика оценки качества услуг ЦОВ с помощью ИПМНПА относится не только к случаю закупок услуг ЦОВ военного назначения для нужд Службы 117, но равно применима к оценке качества услуг любых ЦОВ гражданского назначения.

В дальнейшем предложенный в настоящей работе ИПМНПА будет использован автором для расширения предложенного в работе [14] понятия одномерной функции качества на случай многомерных векторных оценок качества в рамках ценностной концепции управления качеством путем экономической стимуляции поставщика услуг. Разработанная методика, помимо услуг ЦОВ, имеет перспективы широкого применения в различных областях хозяйственной деятельности гражданской сферы.

*Автор выражает благодарность доктору технических наук профессору С.И. Макаренко и доктору физико-математических наук профессору В.В. Чистякову. Профессору С.И. Макаренко как научному руководителю автора – за мотивацию и требовательность, побудившие автора превратить идеи и догадки в научную работу. Профессору В.В. Чистякову как создателю метода порогового некомпенсаторного агрегирования в законченном виде – за пристальное внимание к данной работе и доброжелательные советы, позволившие автору значительно лучше понять предметную область и глубже ее проработать.*

## Литература

1. Организация Call-центра (колл-центра) с нуля // Компания «Связькомплект»: официальный сайт [Электронный ресурс]. 28.08.2025 – URL: <https://skomplekt.com/organizaciya-call-centra-s-nulya/> (дата обращения 28.08.2025).
2. Самолюбова А. Б. Call-Center на 100 %. Практическое руководство по созданию Центра обработки вызовов. – М.: Альпина Паблишер, 2010. – 533 с.
3. Макаренко С. И. Справочник научных терминов и математических обозначений. – СПб.: Наукоемкие технологии, 2025. – 348 с.
4. Микони С. В. Теория принятия управленческих решений: Учебное пособие. – СПб.: Лань, 2015. – 448 с.
5. Официальный Телеграм-канал Министерства обороны РФ [Электронный ресурс]. 28.08.2025 – URL: [https://t.me/mod\\_russia/24565](https://t.me/mod_russia/24565) (дата обращения 28.08.2025).
6. ГОСТ Р 55540-2013 Качество услуги «Услуга центра обработки вызовов». Показатели качества. – М.: Стандартинформ, 2014. – 11 с.
7. Cleveland B., Mayben J. Call Center Management on Fast Forward. Call Center Paperback. – Annapolis, Md.: Call Center Press, 1999. – 281 р.
8. Подиновский В. В., Потапов М. А. Метод взвешенной суммы критериев в анализе многокритериальных решений: Pro et Contra // Бизнес-информатика. 2013. № 3 (25). С. 41–48.
9. Касаткин Ф. Ю. Актуальность интегральной оценки качества обслуживания входящих вызовов в контакт–центре // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. VII Международная научно–техническая и научно–методическая конференция; сб. науч. ст. в 4 т. – СПб.: СПбГУТ, 2023. т. 4. С. 81–87.
10. Касаткин Ф. Ю. Интегральный критерий качества обслуживания входящих вызовов в контакт – центре // Инновационные исследования: опыт, проблемы внедрения результатов и пути решения: сборник статей Международной научно–практической конференции, Тюмень, 17 февраля 2025 года. – Уфа: ООО "ОМЕГА САЙНС", 2025. – С. 22–27.
11. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения. Пер. с англ. под ред. И. Ф. Шахнова. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
12. Подиновский В. В. Идеи и методы теории важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. – М.: Наука, 2019. – 103 с.
13. Фишберн П. С. Теория полезности для принятия решений. Пер. с англ. Под ред. Н. Н. Воробьева. – М.: Наука, 1981. – 352 с.
14. Касаткин Ф. Ю. Об эффективном виде функции качества во взаимоотношениях заказчика и поставщика продукции военного назначения // Системы управления, связи и безопасности. 2025. № 3. С. 232–268. DOI: 10.24412/2410-9916-2025-3-232-268.
15. Ларичев О. И. Объективные модели и субъективные решения. – М.: Наука, 1987. – 144 с.

16. Касаткин Ф. Ю. Некомпенсаторное агрегирование для интегральной оценки качества обслуживания входящих вызовов в контакт-центре // Моделирование современных информационных систем в условиях цифровой трансформации: [электронный сборник трудов II Международной научно-практической конференции], Санкт-Петербург, 12–13 декабря 2024 г. Под ред. Е. А. Благовещенской, Л. М. Божко, Ю. А. Дорофеевой, С. Г. Ермакова. – СПб.: ПГУПС, 2025. – С. 84–88.
17. Психология жалобы: почему люди пишут негативные отзывы // Маркетинговая компания MarkWay: официальный сайт [Электронный ресурс]. 28.08.2025 – URL: <https://markway.ru/blog/psychologiya-zhaloby-pochemu-lyudi-pishut-negativnye-otzyvy/> (дата обращения 28.08.2025).
18. Ушенин М. Как клиенты оценивают работу нашей службы поддержки // Компания Webassyst: официальный сайт [Электронный ресурс]. 28.08.2025 – URL: <https://www.webasyst.ru/about/> (дата обращения 28.08.2025).
19. Телефонное мошенничество: мониторинг // Компания ВЦИОМ: официальный сайт [Электронный ресурс]. 28.08.2025 – URL: <https://wciom.ru/analytical-reviews/analytical-reviews/analiticheskii-obzor/telefonnoe-oshennichestvo-monitoring> (дата обращения 28.08.2025).
20. Паниотто В. И., Максименко В. С. Количественные методы в социологических исследованиях. – Киев: Наукова думка, 1982. – 272 с.
21. Только 20,6% клиентов ответят на вызов с незнакомого номера – исследование T2 // Forbes.ru: официальный сайт [Электронный ресурс]. 28.08.2025. – URL: <https://www.forbes.ru/novosti-kompaniy/532941-tol-ko-20-6-klientov-otvetat-na-vyzov-s-neznakomogo-nomera-issledovanie-t2> (дата обращения 28.08.2025).
22. Алескеров Ф. Т., Якуба В. И. Метод порогового агрегирования трехградационных ранжировок // Доклады академии наук. 2007. Т. 413. № 2. С. 181–183.
23. Алескеров Ф. Т., Юзбашев Д. А., Якуба В. И. Пороговое агрегирование трехградационных ранжировок // Автоматика и телемеханика. 2007. № 1. С. 117–152.
24. Aleskerov F., Yakuba V., Yuzbashev D. A 'threshold aggregation' of three-graded rankings // Math. Social Science. 2007. Vol. 53. P. 106–110.
25. Подиновский В. В. Многокритериальные задачи с однородными равноценными критериями // Журнал вычислительной математики и математической физики 1975. Т. 15. № 2. С. 330–344.
26. Калягин В. А., Чистяков В. В. Модель некомпенсаторного агрегирования с произвольным набором оценок // Доклады Академии Наук. 2008. Т. 421. № 5. С. 607–610.
27. Чистяков В. В. Функция перечисления в многокритериальной задаче порогового агрегирования // Труды Математического центра им. Н.И. Лобачевского. Теория функций, ее приложения и смежные вопросы. Материалы 9-ой международной Казанской летней научной школы-конференции. – Казань: Изд-во Казан. Матем. об-во, 2009. Т. 38. – С. 304–306.

28. Калягин В. А., Чистяков В. В. Аксиоматическая модель некомпенсаторного агрегирования. Препринт WP7/2009/01. Серия WP7 «Теория и практика общественного выбора». – М.: ГУ ВШЭ, 2009. – 76 с.
29. Aleskerov F. T., Chistyakov V. V., Kalyagin V.A. Social threshold aggregations // Social Choice and Welfare. 2010. Vol. 35. № 4, P. 627–646.
30. Aleskerov F. T., Chistyakov V. V. The threshold decision making // Procedia Computer Science. 2013. Vol. 17. P. 1103-1106.
31. Aleskerov F. T., Chistyakov V. V. The threshold decision making effectuated by the enumeration preference function // International Journal of Information Technology and Decision Making. 2013. Vol. 12. № 6. P. 1201-1222.
32. Chistyakov V. V., Chumakova K. O. Restoring indifference classes via ordinal numbers under the leximin and leximax preference orderings // Журнал Новой экономической ассоциации. 2018. № 3 (39). С. 12–31.
33. Гончаров А. А., Чистяков В. В. Агрегирование предпочтений без учета компенсаций и рейтингование. Препринт WP7/2009/01. Серия WP7 «Математические методы анализа решений в экономике, бизнесе и политике». – М.: ГУ ВШЭ, 2010. – 40 с.
34. Гончаров А. А., Чистяков В. В. Рейтингования без компенсаций и их применение // Проблемы управления. 2012. № 2. С. 45–52.
35. Вереникин А. О., Маханькова Н. М., Вереникина А. Ю. Измерение устойчивости развития крупных российских компаний // Российский журнал менеджмента. 2021. № 19 (3). С. 237–287.
36. Алескеров Ф. Т., Скринская Т. П., Якуба В. И. Об одном методе построения распределения голосов избирателей по агрегированной оценке качества жизни населения // III международная конференция "Идентификация систем и задачи управления". SICPRO'2004. – М.: ИПУ РАН, 2004. – С. 79.
37. Алескеров Ф. Т., Катаева Е. С., Писляков В. В., Якуба В. И. Оценка вклада научных работников методом порогового агрегирования // Управление большими системами: сборник трудов. 2013. № 44. С. 172–189.
38. Алескеров Ф. Т., Головщинский К. И., Клименко А. В. Оценки качества государственного управления. Препринт WP8/2006/02. – М.: ГУ ВШЭ, 2006. – 36 с.
39. Разумников С. В. Некомпенсаторное агрегирование и рейтингование провайдеров облачных услуг // Доклады ТУСУР. 2018. Т. 21. № 4. с. 63–69.
40. Вайншток А. П., Юрков Е. Ф., Юдина Т. Н., Якуба В. И. Применение модели порогового агрегирования показателей для оценивания индекса детского благополучия в субъектах РФ // Информационные процессы. 2022. Т. 22. № 2. С. 102–110.
41. Чистяков В. В. Измерить качество количеством // Междисциплинарный семинар «Категории хаоса и порядка в естественных и гуманитарных науках» 17.02.2022, Нижний Новгород [Электронный ресурс]. 06.11.2025. – URL: <https://publications.hse.ru/pubs/share/direct/1099096796.pdf> (дата обращения 06.11.2025).
42. Davis L., Main K. 11 Essential Call Center Metrics And KPIs // Forbes.com: официальный сайт [Электронный ресурс]. 28.08.2025. – URL:

<https://www.forbes.com/advisor/business/software/call-center-metrics/> (дата обращения 28.08.2025).

43. Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия «Количество информации» // Проблемы передачи информации. 1965. Т. 1. № 1. С. 3–11.

44. Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. – М.: Наука, 1973. – 512 с.

45. Блинова И. В., Попов И. Ю. Теория информации. Учебное пособие. – СПб.: Университет ИТМО, 2018. – 84 с.

## References

1. Organizatsiya Call-tsentrata (koll-tsentrata) s nulya [Organization of a call center from scratch]. *Kompaniya «Svyazkomplekt»: ofitsialnii sait* [Svyazkomplekt Company: official website]. Available at: <https://skomplekt.com/organizatciya-call-centra-s-nulya/> (accessed 28.08.2025) (in Russian).
2. Samolyubova A. B. *Call-Center na 100 %*. Prakticheskoe rukovodstvo po sozdaniyu Tsentrata obrabotki vizovov [Call-Center 100%. A Practical guide to Creating a Call Center]. Moscow, Alpina Publ., 2010, 533 p. (in Russian).
3. Makarenko S. I. *Handbook of scientific terms and mathematical notation*. Saint Petersburg, Naukoemkie Tehnologii Publ., 2025. 348 p. (in Russian).
4. Mikoni S. V. *Teoriya prinyatiya upravlencheskikh reshenii* [Theory of managerial decision making]. Saint Petersburg, Lan Publ., 2015. 448 p. (in Russian).
5. The official Telegram channel of the Russian Ministry of Defense. Available at: [https://t.me/mod\\_russia/24565](https://t.me/mod_russia/24565) (accessed 28.08.2025) (in Russian).
6. State Standard 55540-2013. The quality of the "Call Center Service". Quality indicators. Moscow, Standartinform Publ., 2014. 11 p. (in Russian).
7. Cleveland B., Mayben J. *Call Center Management on Fast Forward. Call Center Paperback*. Annapolis, Md., Call Center Press, 1999. 281 p.
8. Podinovskii V. V., Potapov M. A. Metod vzveshennoi summi kriteriev v analize mnogokriterialnikh reshenii: Pro et Contra [Weighted sum of criteria method in multicriteria decision analysis: Pro et Contra]. *Biznes informatika*, 2013, no. 3 (25), pp. 41-48 (in Russian).
9. Kasatkin F. Yu. The topicality of an integrated assessment of the quality of service of incoming calls in a contact center. *12<sup>th</sup> International Conference on Advanced Infotelecommunications ICAIT 2023*. Saint Petersburg, Saint Petersburg State University of Telecommunications, 2023, vol. 4, pp. 81-87 (in Russian).
10. Kasatkin F. Yu. Integral criteria of quality of service of incoming calls in a contact center. *Innovatsionnie issledovaniya: opit, problemi vnedreniya rezul'tatov i puti resheniya: sbornik statei Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Innovative Research: Experience, Problems of Implementation of Results and Solutions: collection of articles of the International Scientific and Practical Conference], Ufa, OMEGA SAINS Co Ltd, 2025, pp. 22-27 (in Russian).
11. Keeney R. L., Raiffa H. *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. John Wiley & Sons Inc., 1976. 569 p.

12. Podinovskii V. V. *Idei i metodi teorii vazhnosti kriteriev v mnogokriterialnikh zadachakh prinyatiya reshenii* [Ideas and methods of the theory of the importance of criteria in multi-criteria decision-making tasks]. Moscow, Nauka Publ., 2019. 103 p. (in Russian).
13. Fishburn P. C. *Utility Theory for Decision Making*. John Wiley & Sons Inc., 1970. 246 p.
14. Kasatkin F. Y. On the effective form of quality function in the relationship between the customer and the supplier of military products. *Systems of Control, Communication and Security*, 2025, no. 3, pp. 232–268. (in Russian). DOI: 10.24412/2410-9916-2025-3-232-268.
15. Larichev O. I. *Obektivnie modeli i subektivnie resheniya* [Objective models and subjective decisions]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 144 p. (in Russian).
16. Kasatkin F. Y. Non-compensatory aggregation for the integral assessment of the quality of service of incoming calls in a contact center. *Modelirovaniye sovremenikh informatsionnykh sistem v usloviyakh tsifrovoi transformatsii: elektronnyi sbornik trudov II Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Sankt-Peterburg, 12–13 dekabrya 2024 g. Pod red. Ye. A. Blagoveshchenskoi, L. M. Bozhko, Yu. A. Dorofeevoi, S. G. Yermakova* [Modeling of modern information systems in the context of digital transformation: electronic proceedings of the II International Scientific and Practical Conference, St. Petersburg, December 12-13, 2024 Edited by Blagoveshchenskaya E. A., Bozhko L. M., Dorofeeva Yu. A., Ermakov S. G.]. Saint-Petersburg, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, 2025, pp. 84–88 (in Russian).
17. Psikhologiya zhalobi: pochemu lyudi pishut negativnie otzivi [Psychology of complaint: Why people write negative reviews]. *Marketingovaya kompaniya MarkWay: ofitsialnii sait* [MarkWay Marketing Company: official website]. Available at: <https://markway.ru/blog/psihologiya-zhaloby-pochemu-lyudi-pishut-negativnye-otzyvy/> (accessed 28.08.2025) (in Russian).
18. Ushenin M. Kak klienti otsenivayut rabotu nashei sluzhbi podderzhki [How do customers rate the work of our support team]. *Kompaniya Webassyst: ofitsialnii sait* [Webassyst Company: official website]. Available at: <https://www.webassyst.ru/about/> (accessed 28.08.2025) (in Russian).
19. Telefonnoe moshennichestvo: monitoring [Phone fraud: monitoring]. *Kompaniya VTsIOM: ofitsialnii sait* [VTsIOM Company: official website]. Available at: <https://wciom.ru/analytical-reviews/analiticheskii-obzor/telefonnoe-oshennichestvo-monitoring> (accessed 28.08.2025) (in Russian).
20. Paniotto V. I., Maksimenko V. S. *Kolichestvennie metodi v sotsiologicheskikh issledovaniyakh* [Quantitative methods in sociological research]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1982, 272 p. (in Russian).
21. Tolko 20,6% klientov otvetyat na vizov s neznakomogo nomera – issledovanie T2 [Only 20.6% of customers will answer a call from an unknown number – T2 study]. *Forbes.ru: official site*. Available at: <https://www.forbes.ru/novosti-kompaniy/532941-tol-ko-20-6-klientov-otvetat-na-vyzov-s-neznakomogo-nomera-issledovanie-t2> (accessed 28.08.2025) (in Russian).

22. Aleskerov F. T., Yakuba V. I. Metod porogovogo agregirovaniya trekhgradatsionnikh ranzhirovok [A method of threshold aggregation of three-graded rankings]. *Dokl akademii nauk*, 2007, vol. 413, no. 2, pp. 181–183 (in Russian).
23. Aleskerov F. T., Yakuba V. I., Yuzbashev D. A. Porogovoe agregirovanie trekhgradatsionnikh ranzhirovok [A threshold aggregation' of three-graded rankings]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2007, no. 1, pp. 117–152 (in Russian).
24. Aleskerov F. T., Yakuba V. I., Yuzbashev D. A 'Threshold Aggregation' of Three-graded Rankings. *Math. Social Science*, 2007, vol. 53, pp. 106–110.
25. Podinovskii V. V. Mnogokriterialnie zadachi s odnorodnimi ravnotsennimi kriteriyami [Multi-criteria tasks with homogeneous equivalent criteria]. *Zhurnal vichislitelnoi matematiki i matematicheskoi fiziki*, 1975, vol. 15, no. 2. pp. 330–344 (in Russian).
26. Chistyakov V. V., Kalyagin V. A. Model nekompensatornogo agregirovaniya s proizvolnym naborom otsenok [A non-compensatory aggregation model with an arbitrary set of estimates]. *Dokl akademii nauk*, 2008, vol. 421, no. 5, pp. 607–610 (in Russian).
27. Chistyakov V. V. Funktsiya perechisleniya v mnogokriterialnoi zadache porogovogo agregirovaniya [The enumeration function in the multi-criteria threshold aggregation problem]. *Trudi Matematicheskogo tsentra im. N.I. Lobachevskogo. Teoriya funktsii, yee prilozheniya i smezhnie voprosi. Materiali 9-oi mezhdunarodnoi Kazanskoi letnei nauchnoi shkoli-konferentsii* [Proceedings of the N.I. Lobachevsky Mathematical Center. Theory of functions, its applications and related issues. Proceedings of the 9th International Kazan Summer Scientific School-Conference], Kazan, Kazan. matem. ob-vo Publ., 2009, vol. 38, pp. 304–306 (in Russian).
28. Chistyakov V. V., Kalyagin V. A. *An Axiomatic Model of Non-compensatory Aggregation: Working paper WP7/2009/01*. Moscow, State University – Higher School of Economics, 2009, 76 p. (in Russian).
29. Aleskerov F. T., Chistyakov V. V., Kalyagin V. A. Social Threshold Aggregations. *Social Choice and Welfare*, 2010, vol. 35, no. 4, pp. 627–646.
30. Aleskerov F. T., Chistyakov V. V. The Threshold Decision Making. *Procedia Computer Science*, 2013, vol. 17, pp. 1103–1106.
31. Aleskerov F. T., Chistyakov V. V. The Threshold Decision Making Effectuated by the Enumeration Preference Function. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 2013, vol. 12, no. 6, pp. 1201–1222.
32. Chistyakov V. V., Chumakova K. O. Restoring Indifference Classes via Ordinal Numbers under the Leximin and Leximax Preference Orderings. *The Journal of the New Economic Association*, 2018, no. 3 (39), pp. 12–31. DOI: 10.31737/2221-2264-2018-39-3-1.
33. Chistyakov V. V., Goncharov A. A. *Aggregation of Preferences under no Compensations and Ratings: Working paper WP7/2010/04*. Moscow, Publishing House of the University – Higher School of Economics, 2010. 40 p.
34. Chistyakov V. V., Goncharov A. A. Reitingovaniya bez kompensatsii i ikh primenenie [Ratings without compensation and their application]. *Control Sciences*, 2012, no. 2, pp. 45–52 (in Russian).

35. Verenikin A. O. Makhankova N. A., Verenikina A. Y. Measuring Sustainability of Russian Largest Companies. *Russian Management Journal*, 2021, no. 19 (3), pp. 237–287 (in Russian).
36. Aleskerov F. T., Skrinskaya T. P., Yakuba V. I. Ob odnom metode postroeniya raspredeleniya golosov izbiratelei po agregirovannoi otsenke kachestva zhizni naseleniya [About one method of constructing the distribution of votes based on an aggregated assessment of the quality of life of the population]. *III mezhdunarodnaya konferentsiya "Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya" SICPRO' 2004* [III International Conference "Identification of systems and management tasks" SICPRO' 2004]. Moscow, Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences, 2004, p. 79 (in Russian).
37. Aleskerov F. T., Kataeva E. S., Pislyakov V. V. Yakuba V. I. Evaluation of Scientists' Output Using the Method of Threshold Aggregation. *Upravlenie bolshimi sistemami: sbornik trudov* [Management of large systems: collection of works], 2013, no. 44, pp. 172–189 (in Russian).
38. Aleskerov F. T., Golovshchinskii K. I., Klimenko A. V. *Otsenki kachestva gosudarstvennogo upravleniya. Preprint WP8/2006/02* [Assessment of the quality of public administration. Preprint WP8/2006/02]. Moscow, State University – Higher School of Economics, 2006. 36 p. (in Russian).
39. Razumnikov S. V. Noncompensatory aggregation and rating of cloud service providers. *Doklady TUSUR* [Reports of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics], 2018, vol. 21, no. 4, pp. 63–69 (in Russian).
40. Vaynshtok A. P., Yurkov E. F., Yudina T. N., Yakuba V. I. Implementation of the Threshold Aggregation Model for Estimation of the Child Well-Being Index in the Subjects of RF. *Informatsionnie protsessi*, 2022, vol. 22, no. 2, pp. 102–110 (in Russian).
41. Chistyakov V. V. *Izmerit' kachestvo kolichestvom* [To evaluate quality by quantity]. *Mezhdisciplinarnii seminar «Kategorii khaosa i poryadka v yestestvennykh i gumanitarnikh naukakh» 17/02/2022, Nizhni Novgorod* [Interdisciplinary Seminar "Categories of Chaos and Order in the Natural Sciences and Humanities" 17/02/2022, Nizhny Novgorod]. Available at: <https://publications.hse.ru/pubs/share/direct/1099096796.pdf> (accessed 06.11.2025) (in Russian).
42. Davis L., Main K. 11 Essential Call Center Metrics and KPIs. Available at: <https://www.yorbep.com/advisor/business/soyftware/call-center-metrics/> (accessed 08.04.2025).
43. Kolmogorov A. N. Tri podkhoda k opredeleniyu ponyatiya «Kolichestvo informatsii» [Three approaches to defining the concept of "Quantity of information"]. *Problemi peredachi informatsii*, 1965, vol. 1, no. 1, pp. 3–11 (in Russian).
44. Yaglom A. M, Yaglom I. M. *Veroyatnost i informatsiya* [Probability and information]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 512 p. (in Russian).
45. Blinova I. V., Popov I. Yu. *Teoriya informatsii* [Information theory]. Saint-Petersburg, ITMO University, 2018. 84 p. (in Russian).

Статья поступила 26 октября 2025 г.

## Информация об авторе

Касаткин Феликс Юрьевич – соискатель ученой степени кандидата технических наук. Начальник управления информационных технологий и связи. ООО «Газпром межрегионгаз Санкт-Петербург». Область научных интересов: теория принятия решений; теория важности критериев; теория управления качеством. E-mail: fkasatkin@yandex.ru

Адрес: 190000, Россия, г. Санкт-Петербург, Конногвардейский б-р, 17.

## The non-compensatory integral quality evaluation of call centers' performance

F. Yu. Kasatkin

**Problem statement:** In the context of the ongoing special military operation, effective communication with citizens on a wide range of issues of mobilization and military service under contract is an urgent practical task. For this purpose, the Ministry of Defense of the Russian Federation opened a corresponding hotline with the short number 117 (117 Service) in March 2023. This hotline is organized according to the territorial principle: each subject of the Russian Federation has its own call center, which handles calls received at number 117 in this subject of the Russian Federation. This paper describes a scientifically based approach to the integral quality evaluation of call centers' performance, which provides objective evaluation of the actual performance of 117 Service from the point of view of subscribers by individually accounting the contribution of every partial quality estimation being convoluted to an integral quality indicator, as well as maximizing the initial amount of information about call centers' performance. **Methods:** nonparametric threshold aggregation, weighted sum of criteria, lexicographic ordering, leximine optimization, entropy analysis. **Results:** based on the method of nonparametric threshold aggregation, a methodology for the formation of an integral indicator of 117 Service performance is proposed. Based on the provisions of information theory, a method of entropy analysis of the amount of initial information and its absolute and relative losses is proposed and applied in the formation of an integral indicator of call centers' performance by various methods. The hypothesis of the study was that the integral indicator of 117 Service performance, constructed by means of nonparametric threshold aggregation, surpasses the similar integral indicator, constructed by the standard method of weighted sum of criteria, according to various comparison criteria of practical importance, and can also be used to solve similar problems of assessing the quality of services of arbitrary service centers, both military and for civilian purposes. The proposed integral indicator, when tested in practice, shows a 17% higher reliability of achieving the real goal and a 22% lower loss of initial information about call centers' performance than the alternative standardly used for these purposes, is simple and does not require special software tools for practical use. **Practical significance:** the results of the study can be used both in organizing the work of 117 Service and for solving a wide range of other applied tasks in the civil sphere, which can be reduced to the tasks being solved in the study.

**Keywords:** Service 117, call center, integral quality indicator, non-compensatory threshold aggregation, lexical optimization, weighted sum of criteria, N-model, entropy analysis, entropy, amount of information, information loss.

## Information about the author

Feliks Yurievich Kasatkin – candidate for a PhD degree. Head of IT department. Gazprom mezhregiongaz Saint Petersburg LLC. Field of research: decision theory; criteria importance theory; quality management theory. E-mail: fkasatkin@yandex.ru

Address: Russia, 190000, Saint Petersburg, Konnogvardeysky brd, 17.