УДК 629.73-519

Имитационная модель движения беспилотного летательного аппарата типа квадрокоптер

Тельный А. В., Монахов М. Ю.

Актуальность. *Наиболее распространенными беспилотными летательными аппаратами (БпЛА) в настоящее время валяются квадрокоптеры. Развитие технологий открывает большие перспективы полезного применения таких БпЛА в интересах мониторинга больших пространств, исследования труднодоступных территорий, автоматической доставки, интернета вещей (IoT), деструктивных воздействий, организации каналов утечки информации, диверсий, саботажа и др. Для анализа и оценки применения БпЛА в различных сферах деятельности необходима имитационная модель визуализации движения БпЛА на экране дисплея. Модель должна отображать положение БпЛА в пространстве аналогично изображению от видеокамеры с учетом массогабаритных характеристик, параметров двигателей и винтов, типов управляющих воздействий оператора реальных БпЛА. Однако на сегодняшний день такая модель отсутствует.* ***Цель работы*** *– создание имитационной модели визуализации движения БпЛА типа квадрокоптер в режиме реального времени на экране дисплея на основе расчетов координат этого БпЛА, воспроизводящая его массогабаритные характеристики, параметры двигателей и винтов и типы управляющих воздействий оператора.* ***Результаты и их новизна.*** *Научной новизной работы является имитационная модель визуализации полета БпЛА в режиме реального времени при его движении по априорно неизвестной для наблюдателя траектории, когда на БпЛА подаются случайные по своему характеру управляющие воздействия.* ***Практическая значимость.*** *Результаты исследования могут быть полезны для: тестирования средств управления БпЛА: построения моделей автопилотов и алгоритмов облета препятствий БпЛА; тестирования средств обнаружения, распознавания (классификации), повышения точности позиционирования и ориентации БпЛА; обучения операторов БпЛА.*

Ключевые слова: *беспилотный летательный аппарат, имитационная модель полета, квадрокоптер, визуализация полета.*

Введение

Многообразие физических принципов полета БпЛА определяет вариативность их кинематических и динамических моделей. В данной работе рассматривается наиболее распространенный на сегодняшний день вид БпЛА – мультироторные БпЛА с четырьмя винтами.

Для формирования моделей местоположения квадрокоптера и визуализации его полета (например, для применения их в тренажерах для обучения опе-

Библиографическая ссылка на статью:
Тельный А. В., Монахов М. Ю. Имитационная модель движения беспилотного летательного аппарата типа квадрокоптер // Системы управления, связи и безопасности. 2025. № 4. С. 115-142. DOI: 10.24412/2410-9916-2025-4-115-142

Reference for citation:
Telny A. V., Monakhov M. Yu. Simulation model of the movement of an unmanned aerial vehicle of the quadcopter type. *Systems of Control, Communication and Security*, 2025, no. 4, pp. 115-142 (in Russian). DOI: 10.24412/2410-9916-2025-4-115-142

раторов БпЛА) очень важно обеспечить физическую точность поведения БпЛА в пространстве. Реальные БпЛА могут двигаться в пространстве только по физически возможным траекториям и имеют ограничения по возможности изменения линейных и угловых скоростей и ускорений. При нарушении физических ограничений (например, допустимых углов крена и тангажа) БпЛА могут «сваливаться», переворачиваться в воздухе, терять управляемость. Поэтому построение имитатора, точно описывающего поведение квадрокоптера в пространстве в соответствии с законами аэродинамики, является важной и актуальной задачей. Существующие имитаторы на основе игровых движков часто не отражают истинную физическую сущность движения БпЛА.

Кроме того, важной и актуальной задачей является точная визуализация движения БпЛА на экране монитора (или для VR-очков). Изображение БпЛА в результате визуализации должно почти полностью отвечать изображению полета реального БпЛА от видеокамеры с учетом физической сущности движения БпЛА. При замене реального изображения имитационным можно значительно экономить время и средства в задачах формирования датасетов, обучения операторов БпЛА, оценке параметров автопилотов БпЛА и других задачах.

Постановка задачи

Вопросам моделирования кинематики и динамики движения БпЛА посвящено множество научных публикаций.

В работе [1] представлена теоретико-механическая модель движения БпЛА, которая взята за основу исследования в настоящей публикации.

Моделированию движения БпЛА посвящены, например, работы [2-7].

В [2] представлена обобщенная кинематическая схема установки моторов БпЛА, разработана математическая модель кинематики БпЛА, выполнена реализация модели в программной среде MatLab. Сравнение полученных данных с экспериментальными характеристиками показало их высокую корреляцию.

В [3] описана математическая модель движения БпЛА и рассмотрены основные режимы полета, а также способы стабилизации аппарата в заданном положении путем подачи управляющих сигналов двигателям.

Публикация [4] посвящена повышению качества математического описания движения БпЛА на основе полной нелинейной модели с учетом динамики двигателей, описан принцип полета и управления БпЛА.

В [5] для уточнения математического описания динамики БпЛА предложена расчетная схема и математическая модель, учитывающая специфику вращения винтов, гироскопические эффекты, массогабаритные свойства электроприводов с редукторами, кинематические связи и др. факторы.

Целью статьи [6] является моделирование сложного движения БпЛА в условиях подвижной и турбулентной атмосферы. Модели в [6] базируются на кинематике и динамике материальной точки, в виде которой представлен БпЛА, участвующей как в относительном, так и в переносном движениях по плоскостным и пространственным траекториям.

Публикация [7] посвящена моделированию движения БпЛА с учетом особенностей неустранимых взаимодействий между приводами тяговых винтов, обусловленных структурой конкретного двигателя. В [7] рассмотрены основные контуры автопилота БпЛА, в том числе стабилизации углового положения, позиционирования БпЛА в пространстве и контур стабилизации скорости вращения двигателей. Показано, что согласованная работа этих контуров позволяет целенаправленно управлять траекторией полета и угловым положением БпЛА в пространстве.

Другим направлением моделирования является разработка методов управления БпЛА. В частности, в [8] рассматривается синтез управляющих воздействий при использовании метода построения динамической обратной связи. В данной работе для базовой траектории взлета-посадки, решается задача стабилизации системы вблизи желаемой траектории.

В отдельных работах рассматриваются результаты исследование плоских движений БпЛА. В частности, в [9] показано, что движение БпЛА в горизонтальной плоскости является управляемым, и с помощью метода линеаризации с обратной связью построено программное управление таким движением.

В [10] рассматривается автономное пилотирование БпЛА при сложном полетном задании с оценкой погрешности позиционирования. Авторами предлагается математическая модель динамики углового движения в связанной системе координат на основе ориентированных графов, отражающая различные варианты организации движения БпЛА.

В [11] предложен метод разбиения требуемой траектории движения БпЛА на отдельные участки таким образом, чтобы возможно было построить алгоритмы движения по каждому из участков. Авторами исследовалась обратная задача динамики БпЛА, движение по сложным траекториям фигур высшего пилотажа, в том числе полет по вертикальной окружности, «горка», полет по винтовой линии и др. В этой работе описаны ограничения на пространство возможных траекторий общей задачи динамики движения БпЛА.

В [12] приведены результаты моделирования системы автоматического управления (САУ) БпЛА в среде Simulink/ MatLab. При этом использовалась математическая модель динамики движения БпЛА, построенная в системе SolidWorks, которая экспортирована в Simscape Multibody. Авторами разработана система управления БпЛА на основе пропорционально-интегрально-дифференцирующего регулятора (ПИД-регулятора), что позволяет произвести оценку САУ и воспроизвести динамику полета реального БпЛА.

При рассмотрении задач управления движением БпЛА многие публикации затрагивают вопросы формирования новых моделей и алгоритмов адаптивного, оптимального (параметры оптимизации: время, точность следования траектории, энергосбережение и пр.) и робастного управления БпЛА [13-19].

В частности, в [13] исследованы вопросы формирования алгоритмов САУ и дана сравнительная оценка возможных вариантов построения контуров углового и траекторного движения БпЛА на основе линейно-квадратичного, пропорционально-интегро-дифференциального, нелинейного регуляторов, а также при использовании решения обратной задачи динамики.

В [14] показан синтез системы стабилизации движения БпЛА на основе кватернионной модели вращений. На основе метода скоростного градиента предложена система идентификации коэффициентов тяги двигателей БпЛА.

В [15] предложена система определения местоположения и ориентации БпЛА на основе последовательно соединенных фильтров Калмана. В контуре стабилизации ориентации БпЛА используется линейный фильтр Калмана, а в контуре удержания заданного местоположения БпЛА используется расширенный фильтр Калмана. В данной работе отмечается, что по результатам испытаний в режиме стабилизации по углам крена и тангажа полученные переходные характеристики данных параметров для БпЛА имеют монотонный характер без перерегулирования. Время изменения наклона углов тангажа и крена при изменении режима полета не превышает 0,2 с.

В [16] исследуется возможность создания автономной системы управления полетом БпЛА по заданному маршруту и с облетом препятствий, а также с учетом влияния ветра и алгоритма траекторного управления БпЛА. Алгоритм траекторного и углового управления БпЛА для обеспечения необходимых линейных координат БпЛА на всей траектории полета реализован с использованием ПИД регуляторов.

Публикация [17] посвящена описанию математической модели динамики БпЛА в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Авторами на основе метода бэкстеппинга с использованием нечеткой логики сформирован метод траекторного управления БпЛА и рассмотрено применение данного метода в задаче следования за объектом. Также в публикации проведено сравнение по критериям максимальной и средней дистанции до объекта сформированного нового метода с существующими методами траекторного управления.

При формировании алгоритмов управления БпЛА активно используются и нейросетевые методы. В [18] на основе обучения с подкреплением предложен алгоритм нейросетевой стабилизации БпЛА. Показано, что при анализе переходных характеристик БпЛА применение нейросетевой стабилизации по сравнению с классическим ПИД-регулятором обладает рядом преимуществ.

Исследование в [19] посвящено повышению робастности траекторного управления БпЛА с неизмеряемыми углами тангажа и крена на основе геометрического подхода. Авторами предложен подход, который формирует траекторию БпЛА в горизонтальной плоскости с помощью периодической синусоидальной функции или полиномиальной функции второго порядка.

Еще одной задачей в области моделирования движения БпЛА является воспроизведение групп (роя) БпЛА. При этом каждый БпЛА в группе решает общие или индивидуальные задачи во взаимодействии с другими БпЛА [20, 21].

В [20] предложен метод эффективного распределения задач (или целей) по БпЛА в группе на основе априорной информации о целях и характеристиках (возможностях) БпЛА. Данный метод предполагает построение оптимальных маршрутов, отклонение от препятствий, предотвращение столкновений между БпЛА. Авторами разработано специализированное программное обеспечение (ПО) на основе среды ROS и Gazebo для апробации предложенного метода.

В [21] приведены результаты исследований для формирования алгоритма расчетов характеристик движения группы БпЛА с учетом существующих ограничений на их фазовое состояние и управление. Для этого решается задача поиска условно-оптимальной траектории полета БпЛА на базе использования расчетной траектории движения одного летательного аппарата и расчета эквидистанты.

Сложившиеся подходы к моделированию движения в пространстве БпЛА типа квадрокоптер отражают кинематику функционирования БпЛА и динамику его движения, но имеют некоторые недостатки:

– не учитывают инерцию управляющих воздействий и случайный характер задержек перехода БпЛА в разные режимы управления полетом;
– не предполагают двумерную визуализацию (имитацию наблюдения полета БпЛА видеокамерой) местоположения БпЛА в режиме реального времени.

Научной новизной работы является то, что в предложенной имитационной модели визуализации полета БпЛА впервые решается задача визуализации (имитации наблюдения полета БпЛА видеокамерой) в режиме реального времени. Причем модель учитывает инерцию и случайный характер задержек перехода БпЛА в разные режимы полета.

Целью работы является создание имитационной модели визуализации движения БпЛА в режиме реального времени на экране дисплея на основе расчетов координат БпЛА типа квадрокоптер. При определении координат БпЛА должны учитываться его массогабаритные характеристики, параметры двигателей и винтов, типы управляющих воздействий оператора, аналогичные ручному управлению квадрокоптера с пульта управления.

Моделирование движения квадрокоптера

Движение в пространстве БпЛА с шестью степенями свободы (пространственные координаты и углы крена, курса и тангажа) определяется системой из шести дифференциальных уравнений второго порядка и имеет шесть неизвестных функций координат [11]. При этом мультироторные БпЛА типа квадрокоптер обладают только четырьмя управляющими воздействиями, которые имеют естественные ограничения, связанные с возможностями несущих винтов. В связи с этим *в пространстве для БпЛА достижима не любая траектория*, и необходима математическая модель движения БпЛА для построения допустимых пространственных траекторий движения БпЛА.

Шасси БПЛА могут иметь различную конфигурацию установки моторов и винтов: QUAD-X4; H4; V4; PLUS. В работе [2] показано, что общая подъемная тяга и суммарный вращающий момент вокруг оси рыскания для БпЛА не зависят от длины плеч и углов между ними, т.е. не зависят от выбора кинематической схемы установки моторов. Относительно движения БпЛА в горизонтальной плоскости разница в кинематических схемах построения БпЛА определяет некоторые их особенности, но они не значительно влияют на характер математической модели. Поэтому примем, что моделируется наиболее используемый вид БпЛА со схемой расположения винтов «X4» (рис. 1).

Основные ограничения и допущения, принятые при создания имитационной модели движения БпЛА типа квадрокоптер:

- при моделировании движения БпЛА не учитывается подстилающая поверхность при взлете и посадке, когда существует эффект отражения потока воздуха от земли;
- модель движения БпЛА рассматривается без учета полезной нагрузки и без учета влияния кинематических подвесов для нагрузки;
- не учитывается изменение подъемной силы за счет дополнительного набегающего воздуха при движении;
- не учитывается изменение вектора подъемных сил за счет эффекта биения лопастей;
- не учитывается сопротивление воздуха и изменение плотности воздуха при подъеме;
- не учитывается гироскопический момент;
- не учитывается влияние ветра, снега и дождя;
- корпус БпЛА считается абсолютно жестким, симметричным, центр масс совпадающим с центром симметрии;
- не учитывается инерциальность привода мотора с пропеллером;
- все моторы БпЛА и их характеристики считаются совершенно одинаковыми;
- плоскость винтов БпЛА строго параллельна раме, наклон винтов остается неизменным и не управляется;
- не учитывается изменение пространственного положения БпЛА в короткое время переходных процессов при управлении.

Однако при уточнении модели для габаритных БпЛА часть допущений можно уточнить и учесть. Например, проекцию силы сопротивления воздуха [4]. Координаты БпЛА рассматриваются относительно стационарной инерциальной декартовой системы координат (ССК) (O, x, y, z), связанной с земной поверхностью и заданной осями (Ox, Oy, Oz). Существует также подвижная система координат (ПСК), центр O_k которой связан с центром масс БПЛА. По допущениям математической модели центр масс совпадает с центром симметрии БпЛА. При этом ПСК имеет оси $(O_k x_k, O_k y_k, O_k z_k)$, которые параллельны и сонаправлены ССК. Математическая модель движения БпЛА в ССК основана на использовании методологии [1, 8, 9], в которой применяются кинематические уравнения (1-3) движения БпЛА типа квадрокоптер.

Угловое положение БпЛА задается с помощью углов Крылова: угол тангажа (θ), крена (φ) и рыскания (ψ). Данная модель имеет вектор состояния: $x = (x, y, z, \varphi, \theta, \psi, \upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$, где: x, y, z – пространственные координаты БпЛА в ССК; φ, θ, ψ – углы Крылова; $\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z$ – соответственно, линейные и угловые скорости движения и вращения БпЛА (рис. 1). Для движения БпЛА по всем осям ССК меняются скорости вращения четырех винтов, и управляющим воздействием для движения БпЛА будет вектор управляющих воздействий $u = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)^T$.

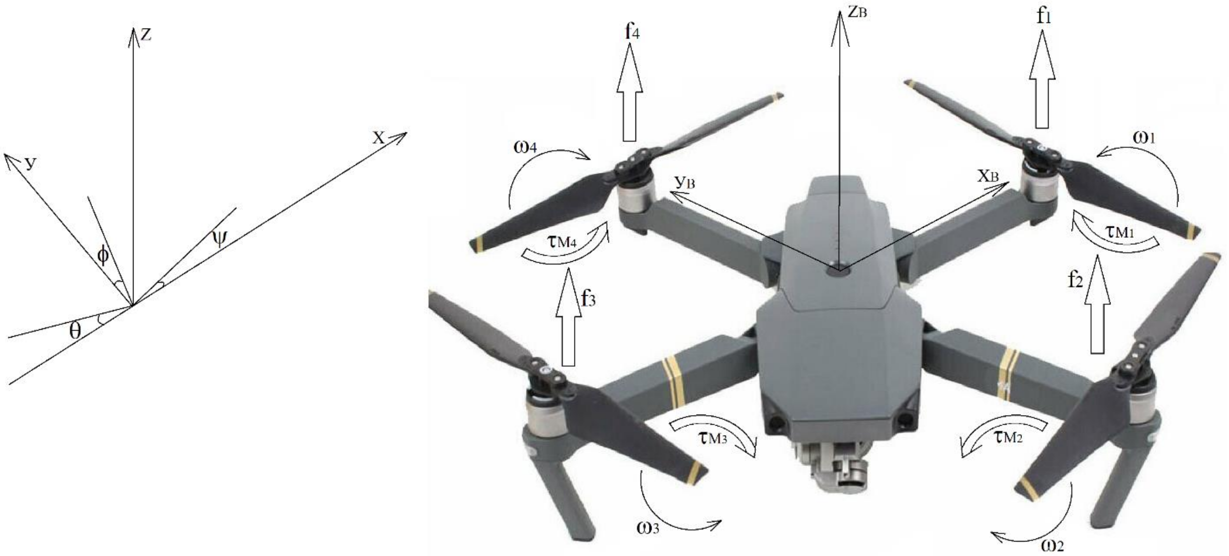


Рис. 1. Схема движения БпЛА

У БпЛА винты работают в попарно-противоположных направлениях. При синхронной скорости всех винтов БпЛА поднимается вертикально вверх, а за счет создания разности скоростей их вращения $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ и формирования небольших углов крена и тангажа возможен горизонтальный полет вдоль осей $O_k x_k, O_k y_k$. Управление БпЛА поясняет рис. 2.

Рис. 2. Пример назначения стиков управления движением БпЛА

Согласно кинематическим уравнениям [8, 9] модель движения БпЛА представляется следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x} = \upsilon_x; \\ \dot{y} = \upsilon_y; \\ \dot{z} = \upsilon_z; \\ \dot{\varphi} = \omega_x + \omega_y \sin(\varphi) tg(\theta) + \omega_z \cos(\varphi) tg(\theta); \\ \dot{\theta} = \omega_y \cos(\varphi) - \omega_z \sin(\varphi); \\ \dot{\psi} = \omega_y \dfrac{\sin(\varphi)}{\cos(\theta)} + \omega_z \dfrac{\cos(\varphi)}{\cos(\theta)}; \\ \dot{\upsilon}_x = a_1(-\cos(\varphi)\sin(\theta)\cos(\psi) - \sin(\varphi)\sin(\psi))(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2); \\ \dot{\upsilon}_y = a_1(-\cos(\varphi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\varphi)\cos(\psi))(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2); \\ \dot{\upsilon}_z = a_2 - a_1 \cos(\varphi)\cos(\theta)(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2); \\ \dot{\omega}_x = a_3 \omega_x \omega_y - a_4 \omega_y (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) + a_5(\omega_2^2 - \omega_4^2); \\ \dot{\omega}_y = a_6 \omega_x \omega_z - a_4 \omega_x (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) + a_5(\omega_2^2 - \omega_3^2); \\ \dot{\omega}_z = a_7 \omega_x \omega_y - a_8 \omega_x (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2). \end{cases} \tag{1}$$

При этом параметры $a_1 \ldots a_8$ по [9] определяются так:

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{k}{m}; \\ a_2 = g; \\ a_3 = \dfrac{J_y - J_z}{J_x}; \\ a_4 = \dfrac{J_r}{J_x}; \\ a_5 = \dfrac{lk}{J_x}; \\ a_6 = \dfrac{J_z - J_x}{J_y}; \\ a_7 = \dfrac{J_x - J_y}{J_z}; \\ a_8 = \dfrac{b}{J_z}. \end{cases} \quad \begin{cases} J_x = \dfrac{2}{5} m_c r^2 + 2l^2 m_l; \\ J_y = \dfrac{2}{5} m_c r^2 + 2l^2 m_l; \\ J_z = \dfrac{2}{5} m_c r^2 + 4l^2 m_l; \\ J_r = m_r r_r^2, \end{cases} \tag{2}$$

где: m – общая масса БпЛА; l – длина луча БпЛА; g – ускорение свободного падения; J_x, J_y, J_z – компоненты тензора инерции; J_r – момент инерции винта; k – коэффициент аэродинамического сопротивления; b – коэффициент тяги БпЛА. Для расчета компонентов тензора инерции и момента инерции винта используются следующие конструктивные величины, определяющие техническую конструкцию и размеры элементов БпЛА: m_c – масса корпуса БпЛА; m_r – масса одного винта БпЛА; m_l – масса луча БпЛА, с установленным двигателем, винтом и регулятором скорости; r – радиус корпуса; r_r – радиус винта. Стоит отметить, что k – коэффициент аэродинамического сопротивления; b – коэффициент тяги БпЛА – это экспериментально подбираемые величины, которые зависят от характеристик конкретных моделей БпЛА.

В [9] приведена таблица некоторых типовых параметров БпЛА, которыми можно воспользоваться при моделировании движения БпЛА (без нагрузки).

Таблица 1 – Показатели типовых параметров БПЛА (из [9])

Параметр	Значение (пример)
Масса корпуса БпЛА m, кг	1,076
Масса корпуса БпЛА m_c, кг	0,692
Масса одного винта БпЛА m_r, кг	0,008
Масса луча БпЛА, с установленным двигателем, винтом и регулятором скорости m_l, кг	0,094
Радиус корпуса r, м	0,075
Радиус винта r_r, м	0,12
Коэффициент аэродинамического сопротивления k	$10^{-4} - 10^{-5}$
Коэффициент тяги БпЛА b	$10^{-6} - 10^{-7}$

Реальные показатели будут соответствовать конкретному БпЛА и его массогабаритным и другим характеристикам. Управляющими воздействиями при полете БпЛА будут скорости вращения винтов БпЛА $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$. Типовой паспортной характеристикой моторов БпЛА является показатель «KV» – количество оборотов на вольт в минуту. Параметр ω измеряется в радианах в секунду. Тогда управляющее воздействие $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ в грубом приближении (только для формирования допустимых пространственных траекторий движения БпЛА) можно оценить как изменение допустимого напряжения на двигателях БпЛА:

$$\omega_{1-4} = \frac{U_P \cdot KV \cdot \eta \cdot 6,28}{60}, \tag{3}$$

где: U_P – напряжение на выходе регулятора двигателя; параметр η определяет KV, выдаваемое двигателем под нагрузкой каждого винта. Показатель η является экспериментально подбираемым, зависит от конструктивных параметров БпЛА и режима полета и может быть оценен в пределах $\eta = 0,6 \ldots 0,8$. Более точное описание связи между угловой скоростью пропеллеров БпЛА и напряжением с выходов регулятора можно взять в [3]. В [2] отмечается, что тяги пропеллеров БпЛА вблизи рабочей точки (установившегося режима полета) можно оценить в результате линеаризации как приближенную линейную зависимость. Однако на практике при эксплуатации БпЛА на регуляторах устанавливаются нижние и верхние границы V_{MAX} и V_{MIN} напряжений на входах моторов, чтобы исключить режимы перегрузки моторов и ввода БпЛА в недопустимые углы крена и тангажа, при которых теряется управляемость.

Инерция управляющих воздействий управления БпЛА типа квадрокоптер

Управляющие воздействия на стики пульта управления БпЛА вызывают изменение $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$, по которым можно вычислить координаты БпЛА в ССК. Но изменения скоростей вращений винтов происходят с задержкой. Согласно принятым упрощениям не учитывается изменение пространственного положения БпЛА при смене режимов полетов в следствии инерционности, но должны учитываться задержки при управлении.

В данной работе при создании имитационной модели движения БпЛА типа квадрокоптер предлагается подавать управляющие воздействия случайным образом, потому как не ставится никаких задач управления БпЛА, а сам БпЛА рассматривается в качестве стороннего объекта, когда его траектория движения наблюдателю априорно не известна. Учет инерции управляющих воздействий делает модель имитационной. Задержку времени переходов между циклами управления БпЛА предлагается рассчитывать как нормально-распределенную случайную величину. Нормальный закон распределения выбран по следующим соображениям:

- время задержки между циклами управления БпЛА зависит от большого количества независимых факторов (задержки регуляторов, управления оператором, канала связи и пр.);
- при ручном управлении БПЛА задержки переходов зависят от оператора и носят субъективный характер, что существенно повышает вариативность величины задержек (задержка зависит от опыта и навыков оператора БпЛА);
- задержки переходов при САУ полетом БпЛА зависят от погрешностей навигационной системы БпЛА и датчиков параметров движения, а их погрешности можно оценивать с использованием нормального закона распределения [22].

При дальнейшем совершенствовании модели движения БпЛА возможно применение других законов распределения. При ручном управлении БпЛА оператором минимальные значения математического ожидания и дисперсии задержек ограничены скоростью реакции человека, а максимальные параметры математического ожидания и дисперсии задержек управления БпЛА по своей сути являются критериями опыта и навыков оператора БпЛА.

В имитационной модели движения БпЛА для визуализации движения на экране монитора будем проводить расчеты координат БпЛА с частотой, равной 24 Гц (в работе [15] координаты центра масс БпЛА от внешней видеосистемы поступали с частотой 20 Гц). Человек в среднем не замечает стробоскопических перерывов в движении объекта и обеспечивается относительная плавность движения в кадре при частоте обновления 24 кадра в секунду. Таким образом, введем дискретное время проведения расчетов координат БпЛА в ССК каждые $\Delta t = 40\ мс$.

Представим движение БпЛА как совокупность *n* управляющих воздействий – циклов управления $n=(0,1,2\ldots N)$, когда меняется вектор $(\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4)$. Каждое воздействие длится в течение времени t_n. Полет задается следующими значениями: U_{P1n} – значение параметра воздействия, которого необходимо достичь на 1 канале управления в течение цикла *n*; $t_{з1n}$ – время задержки установления нового режима на 1 канале управления для цикла *n*; t_n – продолжительность периода цикла *n*.

Аналогично определяются управляющие воздействия для остальных 2, 3 и 4 каналов. Тогда следующая формула задает процесс управления БпЛА:

$$\begin{cases} n_0: \{(U_{p10};\, t_{з10});\ (U_{p20};\, t_{з20});\ (U_{p30};\, t_{з30});\ (U_{p40};\, t_{з40});\ t_0\}; \\ n_1: \{(U_{p11};\, t_{з11});\ (U_{p21};\, t_{з21});\ (U_{p31};\, t_{з31});\ (U_{p41};\, t_{з41});\ t_1\}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ n_N: \{(U_{p1N};\, t_{з1N});\ (U_{p2N};\, t_{з2N});\ (U_{p3N};\, t_{з3N});\ (U_{p4N};\, t_{з4N});\ t_N\}. \end{cases} \tag{4}$$

При этом $V_{MIN} < U_{P1-4\,n} < V_{MAX}$ (для всех каналов и всех циклов управления), а $t_{з(1-4)n}$ определим как случайную нормально-распределенную случайную величину для каждого канала и каждого цикла управления *n* $t_{з(1-4)n} = random\left[N\left(m=0,2;\sigma=0,05\right)\right]$ с математическим ожиданием 0,2 с и среднеквадратическим отклонением 0,05 с.

Будем полагать, что в каждом цикле управления *n* до окончания времени $t_{з(1-4)n}$ действует управляющее напряжение предыдущего этапа, а по окончании задержки и до следующего цикла действует управляющее напряжение текущего этапа:

$$\begin{cases} U_{P(1-4)n}(t) = U_{P(1-4)(n-1)}\ \ if\ \ t \le t_{з(1-4)n}\ \text{для}\ t_{n-1} < t < t_n; \\ U_{P(1-4)n}(t) = U_{P(1-4)}\ \ if\ \ t > t_{з(1-4)n}\ \text{для}\ t_{n-1} < t < t_n; \\ U_{P(1-4)0} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Используя (3), формируем матрицу циклов управления как изменение скорости вращения винтов БпЛА:

$$\begin{cases} n_0: \{(\omega_{10};\, t_{з10});\ (\omega_{20};\, t_{з20});\ (\omega_{30};\, t_{з30});\ (\omega_{40};\, t_{з40});\ t_0\}; \\ n_1: \{(\omega_{11};\, t_{з11});\ (\omega_{21};\, t_{з21});\ (\omega_{31};\, t_{з31});\ (\omega_{41};\, t_{з41});\ t_1\}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ n_N: \{(\omega_{1N};\, t_{з1N});\ (\omega_{2N};\, t_{з2N});\ (\omega_{3N};\, t_{з3N});\ (\omega_{4N};\, t_{з4N});\ t_N\}. \end{cases} \tag{6}$$

При моделировании будем полагать что начальным положение БпЛА является начало координат ССК ($U_{P(1-4)\,0}=0$). Так как управляющие воздействия по всем четырем каналам подаются случайным образом, то всегда в процессе имитации полета нужно контролировать высоту нахождения БпЛА, чтобы он не разбился. Остальные объекты, составляющие препятствия для виртуального движения БпЛА, не учитываются. Первый цикл управления всегда является «стандартным» и связан с вертикальным набором высоты, когда подаются одинаковые значения напряжения на все каналы, а длительность данного цикла должна позволять набрать минимальную высоту. Далее по ходу выполнения всех циклов полета БпЛА при каждом расчете координат БпЛА в ССК через Δt необходимо контролировать высоту положения БпЛА в ССК. Если она будет менее допустимой (например, $z_{k\,min} = 5$ м), то необходимо остановить выполнение текущего цикла управления и перейти к «стандартному» циклу набора высоты. Таким образом, можно в течении $T = \sum_{n=0}^{N} t_n$ проводить имитацию реального случайного полета БпЛА.

Визуализация случайного полета БпЛА

Одним из самых распространенных математических представлений визуализации трехмерного изображения на плоском экране является модель камеры-обскуры. Модель камеры-обскуры относится к центральной (перспективной) проекции, которая создаёт иллюзию глубины пространства путём изменения размера объектов в зависимости от их удалённости от наблюдателя. Данная модель для визуализации выбрана потому, что ее применение по сравнению с другими типами геометрического представления изображений 3D объектов на плоскости (ортографические, цилиндрические, сферические и другие типы проекций), позволяет создавать реалистичные перспективы изображений благодаря искажению размеров объектов пропорционально расстоянию до наблюдателя. Модель камеры обскуры обеспечивает неизменность масштаба и неизменность вращения. Инвариантность масштаба – наблюдатель может правильно распознать объект независимо от того, на каком расстоянии от камеры он находится. Инвариантность вращения означает – наблюдатель может правильно распознать объект при его вращении.

Основные ограничения и допущения, принятые при формировании модели камеры-обскуры для визуализации на плоском экране видеоизображения от видеокамеры, наблюдающей за БпЛА на объекте:

– не учитываются геометрические искажения и размытие несфокусированных объектов, вызванное линзами и диафрагмами камеры, т.е. не учитываются физические эффекты сферической и хроматической аберрации, астигматизма, комы и дисторсии;
– не учитывается, что большинство современных цифровых видеокамер имеют только дискретные координаты изображения;
– размер объектива камеры, через который должны проходить все линии проекции, считается бесконечно малой точкой;
– пространство моделирования представляет собой локально плоский участок поверхности Земли, в котором центр ССК (O, x, y, z) лежит на земной поверхности, а плоскость (XOY) представляет собой участок подстилающей земной поверхности;

– система координат видеокамеры является прямоугольной Декартовой, видеокамера расположена в точке $O_c(x_c, y_c, z_c)$ для ССК, на высоте $h = z_c$ от подстилающей поверхности Земли;
– полет БпЛА рассматривается только при положительных координатах БпЛА в ССК $(z_k > z_{k\,min})$ – иначе столкновение с Землей, это должно контролироваться при реализации алгоритма полета;
– полет БпЛА рассматривается перед камерой $(y_k \geq 0)$, полет БпЛА за камерой не рассматривается. Это должно контролироваться при реализации алгоритма полета;
– видеокамера может вращаться в случае, если БпЛА выходит из зоны обзора камеры (кадра) только в плоскостях $X_cO_cZ_c$ (в горизонтальной плоскости «по курсу» на углы $\mp\psi_c\left(-\frac{\pi}{2} \leq \psi_c \leq \frac{\pi}{2}\right)$) и в вертикальной плоскости $Y_cO_cZ_c$ (по «углу места») $\theta_c\left(\theta_c \leq \frac{\pi}{2}\right)$. В базовом (начальном) состоянии оптическая ось камеры O_cZ_c параллельна плоскому участку подстилающей поверхности Земли и коллинеарна оси OY .

Рассмотрим четыре системы координат:
– СК (O, x, y, z), связанная с земной поверхностью и заданная осями (Ox, Oy, Oz);
– прямоугольная декартовая система координат, с центром, связанным с видеокамерой $O_c(x_c, y_c, z_c)$, для ССК, а видеокамера находится на высоте $h = z_c$ от подстилающей поверхности. Для удобства описания можно принять, что оптический центр камеры в плоскости (ZOX) и его координаты в ССК $O_c(x_c;0;h)$;
– двумерная система координат плоскости физической визуализации изображения (экран) $(X_{эк}Y_{эк})$ с началом в точке пересечения оптической оси камеры и плоскости изображения камеры (в центре плоскости), которая параллельна плоскости системы координат камеры (X_cY_c). При этом ось $x_{эк}$ направлена вправо от плоскости изображения камеры, а ось $y_{эк}$ – вниз от плоскости изображения камеры (рис. 3);
– двумерная пиксельная система координат камеры (рис. 4а), которая располагается в физической плоскости изображения камеры (экране) с началом координат в верхнем левом углу изображения, а направления осей u и v совпадает с направлением осей $x_{эк}$ и $y_{эк}$.

Связь между пиксельной системой координат (экран компьютера) и системой координат плоскости физической визуализации изображения заключается в простом масштабировании и переводе начала координат в левый верхний угол.

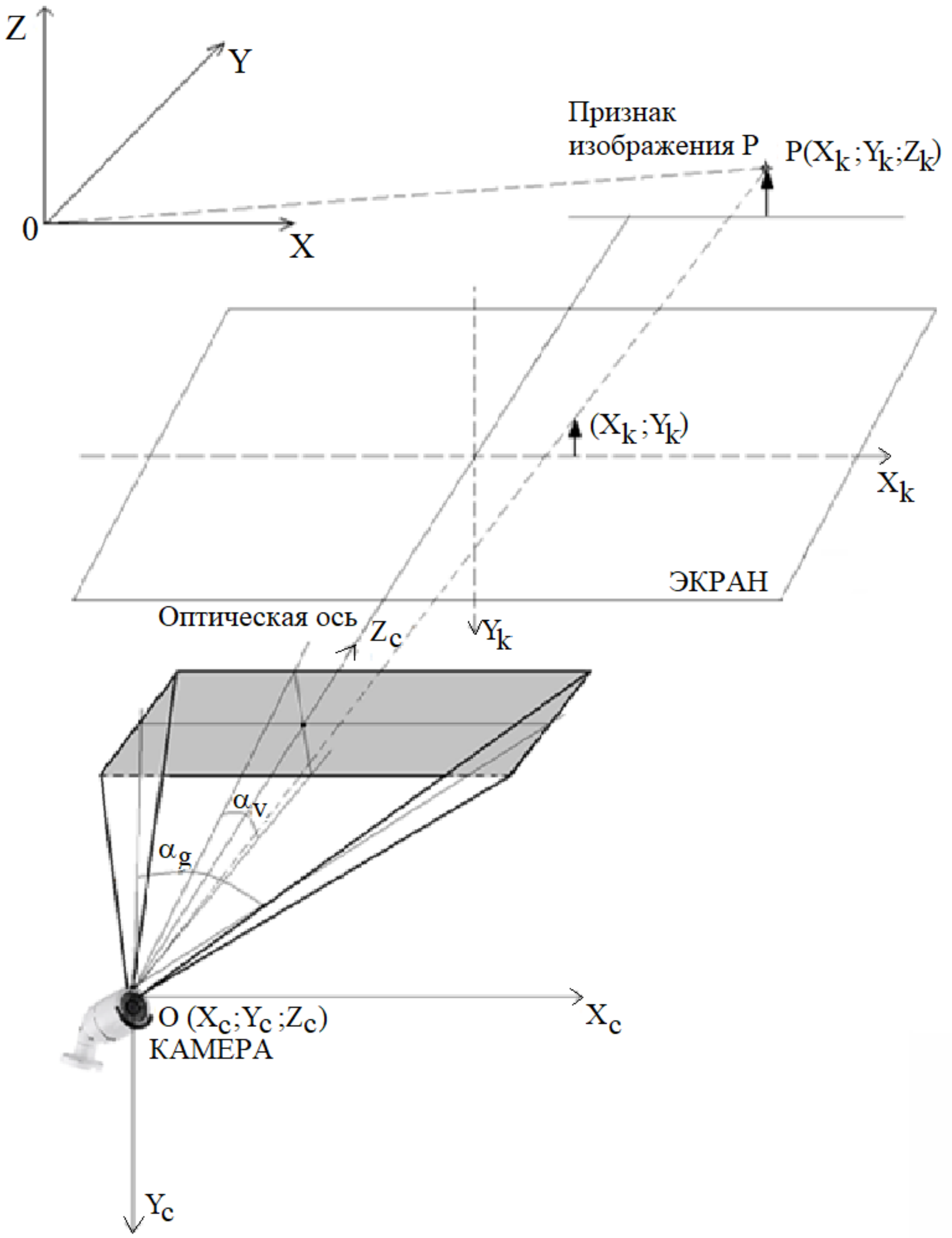


Рис. 3. Системы координат в модели камеры-обскуры

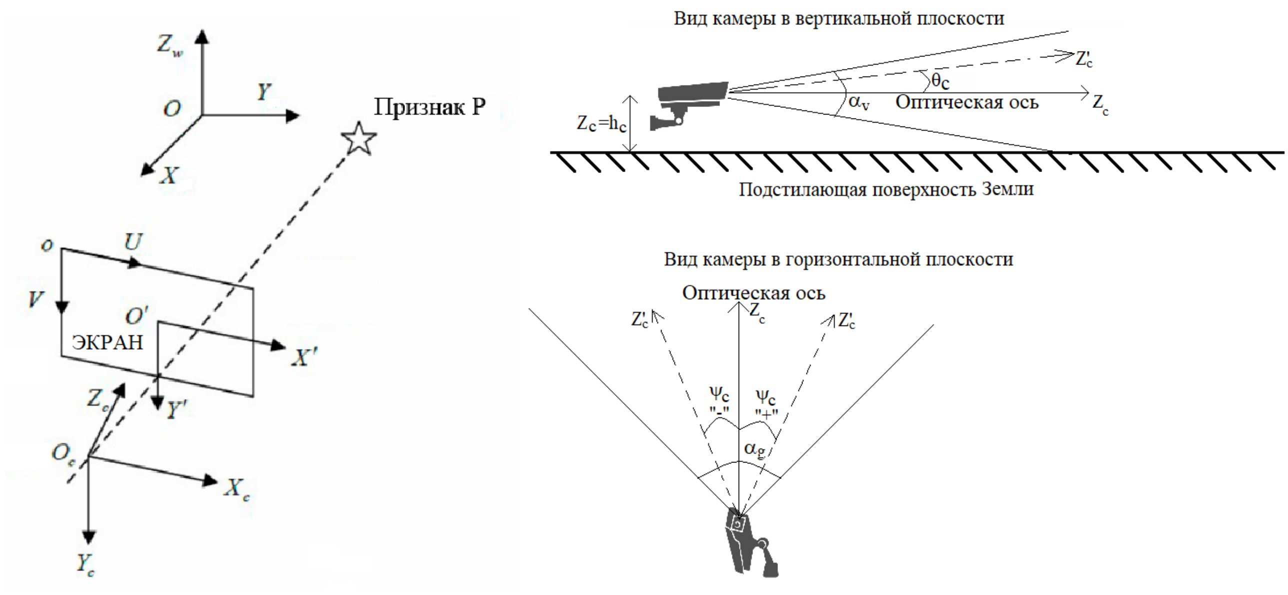
Видеокамера отображает наблюдаемые точки координат в трехмерном пространстве на двумерную физическую плоскость изображения (рис. 4а), и этот процесс может быть описан геометрической моделью камеры-обскуры [23-25].

В данной модели фокусной расстояние камеры f – это расстояние между физической плоскостью изображения и отверстием камеры-обскуры (объективом камеры O_c). Пусть координаты точки БпЛА это точка $P(x_k;y_k;z_k)$ в ССК соответствуют координатам $P_c((x_k-x_c);(y_k-y_c);(z_k-z_c))$ в прямоугольной декартовой системе координат с центром, связанным с видеокамерой и соответствуют точке на физической плоскости изображения с координатами $P_{эк}\left(x_{эк};y_{эк}\right)$. При этом связь между ними выражается следующим образом:

$$\begin{cases} x_{эк} = f\dfrac{\left(x_k - x_c\right)}{(z_k - z_c)}; \\ y_{эк} = f\dfrac{\left(y_k - y_c\right)}{(z_k - z_c)}. \end{cases} \tag{7}$$

Расстояние от БпЛА до видеокамеры будет равно:

$$\rho = \sqrt{\left(x_k - x_c\right)^2 + \left(y_k - y_c\right)^2 + (z_k - z_c)^2}\ . \tag{8}$$



(а) (б)

Рис. 4. Визуализация в модели камеры-обскуры (а) и управление обзором камеры (б)

Переход к двумерной пиксельной системе координат камеры следующий.

Пусть матрица экрана имеет высокое разрешение для задач распознавания, и камера отображает изображение на экране с количеством пикселей $m \times n$. Например, видеокамера 8 Мп (4К), Ultra HD имеет количество пикселей 3840x2160. Фокусное расстояние видеокамеры зависит от используемого формата ПЗС матрицы и требуемого угла обзора. Пусть из характеристик видеокамеры известны ее фокусное расстояние f и углы обзора в горизонтальной и вертикальной плоскости α_g и α_V (рис. 4б).

В двумерной пиксельной системе координаты $P_{эк}\left(x_{эк};y_{эк}\right)$ будут равны:

$$\begin{cases} u = M_x f\dfrac{\left(x_k - x_c\right)}{(z_k - z_c)} - \dfrac{m}{2}; \\ v = M_y f\dfrac{\left(y_k - y_c\right)}{(z_k - z_c)} - \dfrac{n}{2}. \end{cases} \tag{9}$$

DOI: 10.24412/2410-9916-2025-4-115-142
URL: http://sccs.intelgr.com/archive/2025-04/06-Telny.pdf

Здесь M_x и M_y это линейные коэффициенты масштабирования в пикселах на метр, зависящие от расстояния от камеры до объекта наблюдения. Эти коэффициенты можно установить, зная линейные размеры наблюдаемого объекта. Пусть БпЛА имеет линейные размеры в горизонтальной и вертикальной плоскости $s \times d$ (м), тогда на расстоянии $r = \dfrac{s}{2tg\left(\dfrac{\alpha_g}{2}\right)}$ от камеры до БпЛА его изображение будет занимать весь экран в горизонтальной плоскости и соответствовать m пикселам. При удалении БпЛА от видеокамеры на расстояние R размер БпЛА на экране линейно уменьшается и становится m'. Тогда $\dfrac{R}{r} = \dfrac{m}{m'}$. И отсюда коэффициент масштабирования в горизонтальной плоскости равен:

$$M_x = \frac{m'}{m} = \frac{s}{2tg\left(\dfrac{\alpha_g}{2}\right)\sqrt{\left(x_k - x_c\right)^2 + \left(y_k - y_c\right)^2 + \left(z_k - z_c\right)^2}}.$$

Из аналогичных соображений для вертикальной плоскости будет равен:

$$M_y = \frac{n'}{n} = \frac{d}{2tg\left(\dfrac{\alpha_V}{2}\right)\sqrt{\left(x_k - x_c\right)^2 + \left(y_k - y_c\right)^2 + \left(z_k - z_c\right)^2}}.$$

Отсюда преобразуем выражение (9)

$$\begin{cases} u = \dfrac{s}{2tg\left(\dfrac{\alpha_g}{2}\right)\sqrt{\left(x_k - x_c\right)^2 + \left(y_k - y_c\right)^2 + \left(z_k - z_c\right)^2}} f \dfrac{\left(x_k - x_c\right)}{\left(z_k - z_c\right)} - \dfrac{m}{2}; \\ v = \dfrac{d}{2tg\left(\dfrac{\alpha_V}{2}\right)\sqrt{\left(x_k - x_c\right)^2 + \left(y_k - y_c\right)^2 + \left(z_k - z_c\right)^2}} f \dfrac{\left(y_k - y_c\right)}{\left(z_k - z_c\right)} - \dfrac{n}{2}. \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, если известны параметры видеокамеры и линейные размеры БпЛА $f;\alpha_g;\alpha_V;(s \times d);(m \times n)$, то с помощью выражений (7)-(10) можно преобразовать координаты БпЛА в ССК $P(x_k;y_k;z_k)$ в пиксельные двумерные координаты $(u;v)$ БпЛА на экране дисплея.

Например, для видеокамеры угол обзора по горизонтали $\alpha_g = 17^0$ и $s = 0{,}8$м. Тогда расстояние, на котором изображение БпЛА на экране дисплея станет в один пиксел, будет 10 291 м. При угле обзора по горизонтали $\alpha_g = 32^0$ такое расстояние будет уже 2 400 м.

Условие выхода БпЛА за пределы кадра (экрана) при визуализации можно описать следующим образом:

$$(u \le 0 \cup u > m) \cup (v \le 0 \cup v > n). \quad (11)$$

№4. 2025
ISSN 2410-9916

При выходе БпЛА за пределы кадра визуализации предлагается камеру сделать следящей, и перемещать оптическую ось камеры O_cZ_c на координаты объекта (так как априорно неизвестно, в каком направлении БпЛА будет двигаться дальше). В горизонтальной плоскости на угол $\psi_c \left(-\frac{\pi}{2} \le \psi_c \le \frac{\pi}{2}\right)$ и в вертикальной плоскости на угол $\theta_c \left(\theta_c \le \frac{\pi}{2}\right)$ (рис. 4б).

Величина угла ψ_c и θ_c из геометрических построений находятся следующим образом:

$$\begin{cases} \psi_c = -arctg\left(\dfrac{(x_c - x_k)}{(y_k - y_c)}\right) if\ (x_c \ge x_k); \\ \psi_c = arctg\left(\dfrac{(x_k - x_c)}{(y_k - y_c)}\right) if\ (x_k > x_c); \\ \theta_c = arctg\left(\dfrac{(z_k - h)}{\sqrt{(x_k - x_c)^2 + (y_k - y_c)^2}}\right). \end{cases} \tag{12}$$

Важно отметить, что каждый раз, когда БпЛА будет «выходить из кадра», перенос оси камеры O_cZ_c осуществляется по (11), исходя от начальной (базовой) ориентации камеры, а не исходя из предыдущей ориентации. В базовом (начальном) состоянии оптическая ось камеры O_cZ_c параллельна плоскому участку подстилающей поверхности Земли и коллинеарна оси OY.

Обобщенный алгоритм программной реализации имитационной модели движения БпЛА типа квадрокоптер

На основании (1-12) можно сформировать следующий обобщенный алгоритм программной реализации имитационной модели движения БпЛА типа квадрокоптер.

Шаг 1. Задаем исходные данные конструкции БпЛА. При этом используются тактико-технические характеристики реальных БпЛА, а также возможно использование калькуляторов расчетов комплектующих БпЛА [26, 27] или программное обеспечение, предлагаемое в работе [2]. При вводе исходных данных задаются параметры k; b; m_c; m_r; m_l; r; r_r; V_{MIN}; V_{MAX}; η; KV.

Шаг 2. Задаем количество циклов управления n и время выполнения каждого цикла t_n. Исходные данные для управления БпЛА представляют собой матрицу (4) с ограничениями (5). Также задается время $t_{з(1-4)n}$ как нормально-распределенная случайная величина с математическим ожиданием 0,2 с и дисперсией, равной 0,05 с^2.

Шаг 3. Исходные данные управляющих воздействий по формуле (3) переводятся из величин напряжений, подаваемых на моторы, в значения угловых скоростей лопастей. Формируется матрица исходных данных (6).

Шаг 4. Задаем начальное положение БпЛА в ССК (обычно используются координаты точки $O\,(0;0;0)$) и минимальную высоту полета БпЛА в ССК (параметр z_{MIN}).

Шаг 5. Задаем характеристики виртуальной видеокамеры (координаты в ССК, фокусное расстояние, угол обзора, разрешение в мП, углы разворота относительно центра и осей ССК) для отображения наблюдаемых координат БПЛА на двумерную физическую плоскость изображения.

Шаг 6. Инициируем запуск 1-го цикла управления БпЛА из матрицы (6). Первый цикл управления всегда является «стандартным» и связан с вертикальным набором высоты, когда подаются одинаковые значения напряжения на все каналы, а длительность данного цикла должна позволять набрать минимальную высоту. Используя математическую модель движения БпЛА, определяем координаты БпЛА (x, y, z) в ССК.

Шаг 7. Рассчитываем расстояние ρ от видеокамеры до БпЛА (8) и текущий для данного кадра коэффициент масштаба $M_x; M_y$. Используя модель отображения координат БПЛА на двумерную физическую плоскость изображения (модель камеры-обскуры), рассчитываем координаты БпЛА на двумерной плоскости отображения (7-10). В случае выхода БпЛА за пределы двумерной плоскости отображения (за сектор обзора виртуальной видеокамеры) (11) необходимо «повернуть камеру» так, чтобы координаты БпЛА попали в центр двумерной плоскости отображения. При этом изменяются параметры углов разворота видеокамеры ψ_c и θ_c (12) относительно осей ССК.

Шаг 8. Используя рассчитанный на шаге 7 коэффициент масштаба, преобразуем к текущему виду изображение БпЛА и визуализируем на экране (двумерной плоскости отображения) изображение БпЛА в рассчитанных на шаге 6 координатах (помещая в данные координаты геометрический центр масштабированного изображения БпЛА).

Шаг 9. Через каждые Δt=40 мс повторяем шаги 6-8, при этом контролируя выполнение условия (5) и параметры $(z_k > z_{k\,min})$ и $(y_k \geq 0)$, что означает, что БпЛА должен лететь вперед перед камерой, а не назад за камеру. В случае, если $z \leq z_{MIN}$ (БпЛА опустился ниже минимальной высоты) или $(y_k \geq 0)$, текущий цикл управления прерывается и выполняется «стандартный» цикл набора высоты. По окончании его выполнения предыдущий (не оконченный цикл управления) не выполняется, а выполняется следующий. Шаг 9 выполняется до окончания текущего цикла управления.

Шаг 10. Повторить шаги 6-9 до окончания всех циклов управления БпЛА.

Предлагаемый алгоритм представлен на рис. 5.

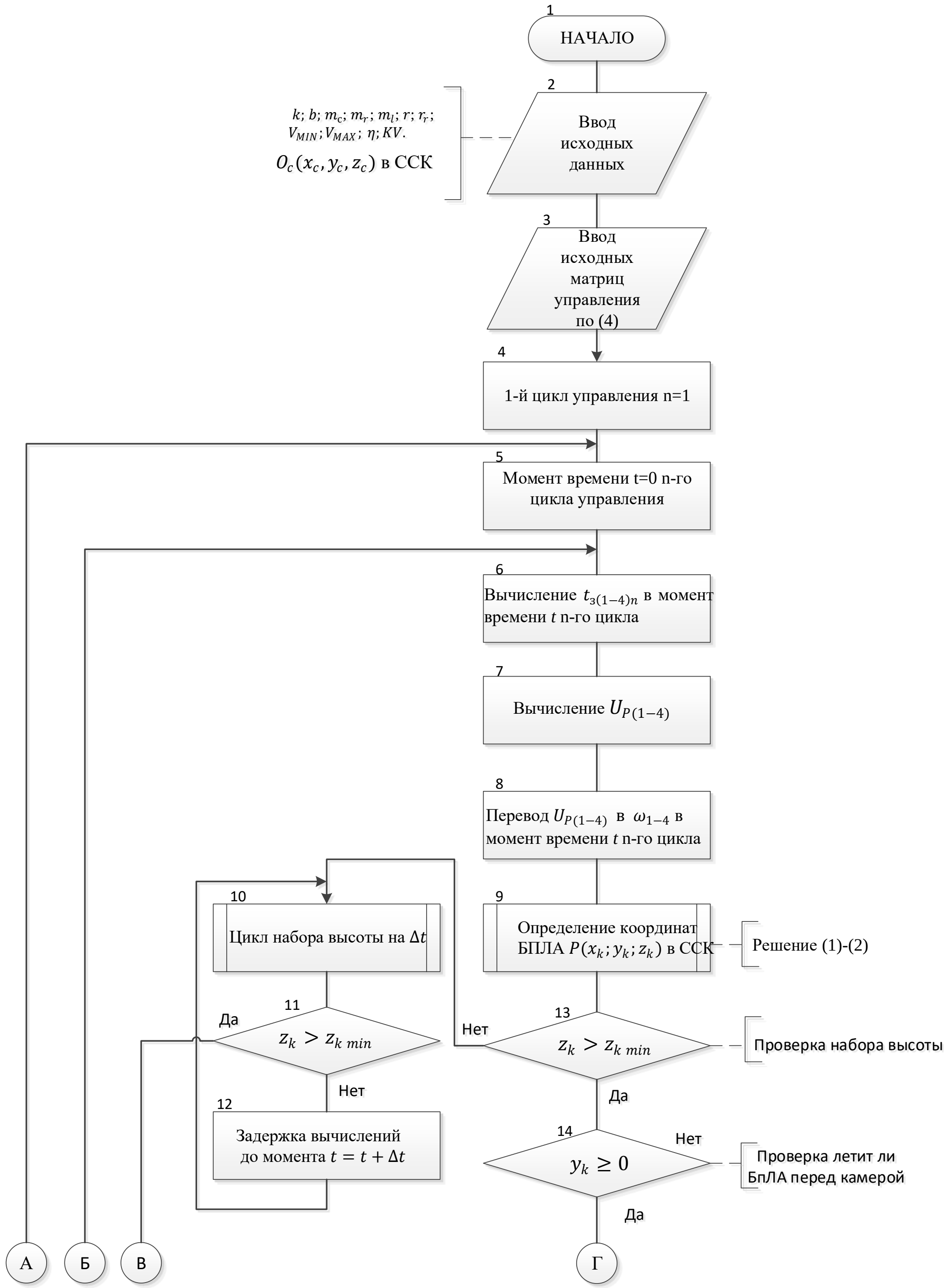


Рис. 5. Обобщенный алгоритм программной реализации имитационной модели движения БпЛА типа квадрокоптер (начало)

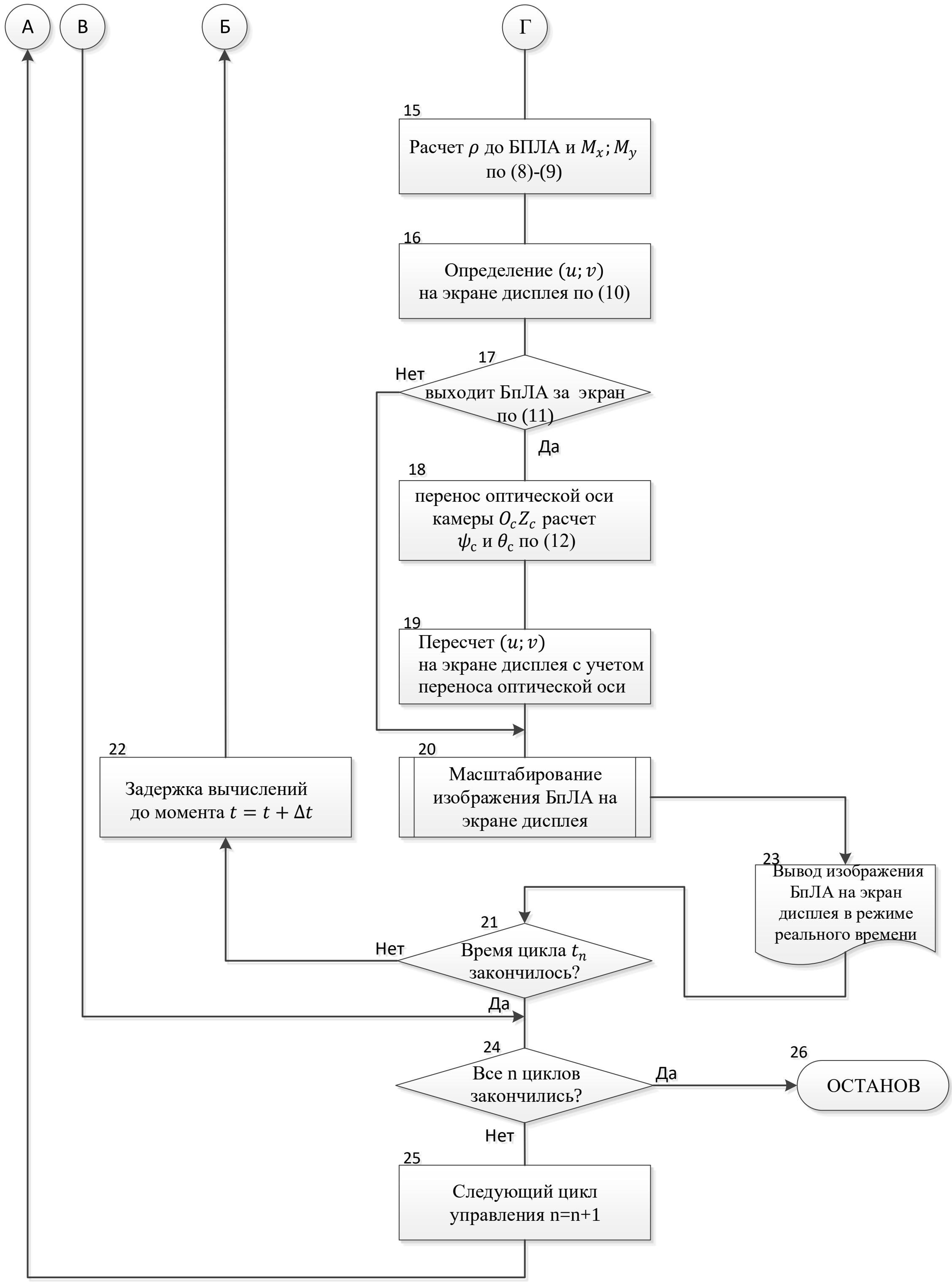


Рис. 5. Обобщенный алгоритм программной реализации имитационной модели движения БпЛА типа квадрокоптер (продолжение)

Следующая публикация авторов будет посвящена изложению результатов применения программной реализации настоящей имитационной модели.

Для оценки работоспособности и адекватности программной реализации имитационной модели планируется записать видеофайл траектории движения БпЛА по заранее известным программно-заданным управляющим воздействиям. Программная реализация позволит осуществить проверку качества моделирования путем сравнения видеофайлов экспериментальных полетов БпЛА, записанных на видеокамеру с видеофайлами программной визуализации. При этом условия полетов и управляющих воздействий, а также параметры БпЛА должны совпадать.

Направления дальнейших исследований

Для повышения качества и точности модели движения и визуализации малогабаритного БпЛА можно предложить следующие пути совершенствования модели:

- учитывать в модели динамику двигателей БпЛА, используя более точные представления нелинейной модели, согласно [4];
- учитывать в модели гироскопические эффекты, специфику вращения винтов, кинематические связи, массогабаритные свойства электроприводов [5, 7];
- учитывать влияние воздушных масс [6];
- при визуализации применять коррекцию [26], учитывать и компенсировать явления дисторсии и аберрации изображений в модели камеры-обскуры;
- программная реализация модели движения БпЛА и дооснастить ее аппаратным устройством сопряжения с реальным пультом управления БпЛА, например, FPV (First-Person View — «вид от первого лица») для возможности виртуального управления полетом БпЛА на экране дисплея;
- дооснастить устройства сопряжения приемником радиоканала, а пульт управления БпЛА реальным передатчиком радиоканала для возможности виртуального управления полетом БПЛА на экране дисплея;
- оснастить программной модели движения БпЛА моделью позиционирования БпЛА на изображениях (например, определения угла места, азимута и расстояния до камеры) при условии картографической привязки изображений.

Выводы

В данной работе предложена имитационная модель и алгоритм программной реализации движения БпЛА типа квадрокоптер в режиме реального времени на экране дисплея на основе расчетов координат БпЛА. В основе модели лежит математическое описание [8, 9], в которой применяются кинематические уравнения (1-3) движения БпЛА типа квадрокоптер. При определении координат БпЛА учитываются его массогабаритные характеристики, параметры двигателей и винтов, типы управляющих воздействий оператора, аналогичные ручному управлению квадрокоптера с пульта управления.

Для визуализации полета БпЛА на плоском экране по результатам расчета пространственных координат БпЛА предлагается использовать модель камеры камеры-обскуры.

Научная новизна заключается в том, что в предложенной имитационной модели визуализации полета БпЛА, в отличие от динамических моделей (построенных на уравнениях полёта квадрокоптера), или программных моделях динамики полета БпЛА (с помощью компьютерных симуляций), впервые решается задача визуализации, т.е. имитации наблюдения полета БпЛА видеокамерой в режиме реального времени. Причем модель учитывает инерцию и случайный характер задержек перехода БпЛА в разные режимы полета. Научная новизна обеспечивается за счет введения в модель уравнений движения БпЛА дополнительных моделей инерции управляющих воздействий при смене режимов полета БпЛА и визуализации полета БпЛА в режиме реального времени на основе математического представления камеры-обскуры. Предлагаемые технические решения позволяют с высокой достоверностью заменять наблюдение полета реального БпЛА виртуальным полетом, что может быть полезно для: построения моделей автопилотов и алгоритмов облета препятствий БпЛА; тестирования средств обнаружения, распознавания (классификации), повышения точности позиционирования и ориентации БпЛА; обучения операторов БпЛА и других задач.

В дальнейшем планируется создание и тестирование программного обеспечения на основе предложенного алгоритма. Также планируется проведение натурных экспериментов для сравнения экспериментальных полетов БпЛА, записанных на видеокамеру с видеофайлами программной визуализации.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке Российского научного фонда инициативного проекта № 25-21-20146 (РНФ-1246/25).

Литература:

1. Зосименко К. В., Терехов А. С., Безуглая А. Е. Математическая модель и конфигурация четырехвинтового беспилотного летательного аппарата // Интеллектуальные системы, управление и мехатроника: материалы Всероссийской научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов (Севастополь, 19–21 мая 2016 г.). – С. 145–149.

2. Зеленский В. А., Ковалев М. А., Овакимян Д. Н., Кириллов В. С. Математическая модель обобщенной кинематической схемы квадрокоптера и ее программная реализация // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23. № 1. С. 7–20. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-7-20.

3. Емельянова О. В., Попов Н. И., Яцун С. Ф. Моделирование движения квадрокоптера в пространстве // Авиакосмические технологии (АКТ-2013): труды XIV Всероссийской научно-технической конференции и школы молодых ученых, аспирантов и студентов (Воронеж, 09–11 октября 2013 г.). – Воронеж: ООО Фирма "Элист", 2013. – С. 131–138.

4. Лысухо Г. В., Масленников А. Л. Квадрокоптер: динамика и управление // Политехнический молодежный журнал. 2020. № 5. С. 1–14. DOI: 10.18698/2541-8009-2020-5-604.

5. Попов Н. И., Емельянова О. В., Яцун С. Ф. Моделирование динамики полета квадрокоптера // Вестник Воронежского института ГПС МЧС России. 2014. № 4 (13). С. 69–75.

6. Вольников М. И. Моделирование движения беспилотных летательных аппаратов // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2023. № 3 (21). С. 42-48. DOI: 10.30987/2658-6436-2023-3-42-48.

7. Огольцов И. И., Рожнин Н. Б., Шеваль В. В. Разработка математической модели пространственного полета квадрокоптера // Труды МАИ. 2015. № 83. С. 7.

8. Безуглая А. Е., Шушляпин Е. А., Афонина А. А. Сравнительный анализ двух математических моделей квадрокоптера // Системы контроля окружающей среды. 2016. № 5 (25). С. 17–20.

9. Красовский А. Н. Математическая модель полета дрона-квадрокоптера и способ гарантированной посадки его в "гнездо" // Актуальные исследования. 2021. № 14 (41). С. 6–10.

10. Богатов Н. В., Костин А. С. Управление и анализ полёта квадрокоптера при задании сложной траектории движения // Системный анализ и логистика. 2020. № 4 (26). С. 3–12. DOI: 10.31799/2007-5687-2020-4-3-12.

11. Павловский В. Е., Савицкий А. В. Исследование обратной задачи для вычисления управляющих воздействий для квадрокоптера // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 17. С. 1–20. DOI: 10.20948/prepr-2017-17.

12. Калягин М. Ю., Волошин Д. А., Мазаев А. С. Моделирование системы управления полетом квадрокоптера в среде Simulink и Simscape Multibody // Труды МАИ. 2020. № 112. С. 20. DOI: 10.34759/trd-2020-112-20.

13. Аполлонов Д. В., Бибикова К. И., Шибаев В. М., Ефимова И. Е. Формирование алгоритмов системы автоматического управления преобразуемого беспилотного летательного аппарата // Труды МАИ. 2022. № 122. С. 1–51. DOI: 10.34759/trd-2022-122-23.

14. Никитин Д. А. Адаптивная система управления квадрокоптером на основе кватернионной модели вращений // Управление большими системами: сборник трудов. 2017. № 69. С. 76–101.

15. Герасимов Ф. П., Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С., Ян А. П. Система управления движением квадрокоптера на основе каскадных фильтров Калмана // Автометрия. 2022. Т. 58. № 4. С. 28–38. DOI: 10.15372/AUT20220403.

16. Парфирьев А. В., Ищук И. Н., Парфирьева О. В. Алгоритм директорного управления квадрокоптером с возможностью облета препятствий // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020): материалы VI Международной конференции и молодежной школы (Самара, 26–29 мая 2020 г.). – С. 724–731.

17. Рогозин О. В., Пенской И. С. Метод траекторного управления мультироторным беспилотным летательным аппаратом в задаче следования за объектом // Образовательные технологии. 2019. № 4. С. 92–110.

18. Хренов А. В., Диане С. А. К. Моделирование системы стабилизации квадрокоптера на основе нейросетевого алгоритма обучения с подкреплением //

Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2022): труды пятнадцатой международной конференции (Москва, 26–28 сентября 2022 г.). – М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2022. – С. 543–552. DOI: 10.25728/mlsd.2022.0543.

19. Борисов О. И., Каканов М. А., Живицкий А. Ю., Пыркин А. А. Робастное траекторное управление квадрокоптером по выходу на основе геометрического подхода // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2021. Т. 64. № 12. С. 982–992. DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-12-982-992.

20. Савельев А. И., Аникин Д. А., Агафонов В. М., Ерохин Г. Н. Моделирование траекторий движения группы беспилотных летательных аппаратов на основе алгоритма ADRRT-Connect в задаче расстановки сейсмических датчиков // Робототехника и техническая кибернетика. 2024. Т. 12. № 3. С. 184–193. DOI: 10.31776/RTCJ.12303.

21. Набиев Т. К., Шиманчук Д. В. Расчет траекторий движения группы БПЛА в строю // Процессы управления и устойчивость. 2024. Т. 11. № 1. С. 121–128.

22. Санько А. А., Шейников А. А., Туганов Г. Ш. Экспериментальное исследование законов распределения выходных сигналов микроэлектромеханических навигационных датчиков беспилотного летательного аппарата // Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык. 2022. № 1. С. 101-112. DOI: 10.51955/23121327_2022_1_101.

23. Чжан МинМин. Методы и алгоритмы планирования маршрута планетохода и коррекции навигационного комплекса. Дис. канд. техн. наук. – М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2024. – 132 с. URL: http://195.19.40.226/dissertations/var/www/uch/assets/dissertations/%D0%94%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B5%D1%80%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%A7%D0%B6%D0%B0%D0%BD_%D0%9C%D0%B8%D0%BD%D0%BC%D0%B8%D0%BD.pdf (дата обращения 22.11.2025).

24. Zhang M., Luo Y., Neusypin K. A. Research on Combined GNSS/IMU/Camera Positioning and Navigation in Full Scene. 2024 International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon) (Sochi, Russian Federation). – 2024. pp. 327–332. DOI: 10.1109/SmartIndustryCon61328.2024.10516097.

25. Головатая Е. А., Садов В. С. Модель формирования изображений для трехмерной реконструкции сцен по данным видеоэндоскопических исследований // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. 2019. № 12. С. 43–49.

26. Моделирование электропривода квадрокоптера // Электронный калькулятор [Электронный ресурс]. 22.11.2025. – URL: https://www.ecalc.ch/xcoptercalc.php (дата обращения 22.11.2025).

27. Калькулятор моторов для дрона // Электронный калькулятор [Электронный ресурс]. 22.11.2025. – URL: https://www.sas.com.ru/wp/ru/dvigatel-drona (дата обращения 22.11.2025).

References

1. Zosimenko K. V., Terekhov A. S., Bezuglaya A. E. Matematicheskaya model i konfiguratsiya chetyrekhvintovogo bespilotnogo letatelnogo apparata [Mathematical model and configuration of a four-rotor unmanned aerial vehicle]. *Intellektualnyye sistemy, upravleniye i mekhatronika: materialy Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii molodykh uchenykh. aspirantov i studentov* [Intelligent systems, control and mechatronics: Proceedings of the All-Russian scientific and technical conference of young scientists, postgraduates and students]. Sevastopol, May 19–21, 2016, pp. 145-149 (in Russian).

2. Zelensky V. A., Kovalev M. A., Ovakimyan D. N., Kirillov V. S. Mathematical model of a generalized quadcopter kinematic scheme and its software implementation. *Vestnik of samara university. Aerospace and mechanical engineering,* 2024, vol. 23, no. 1, pp. 7-20. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-7-20 (in Russian).

3. Emelyanova O. V., Popov N. I., Yatsun S. F. Movement quadrotor helicopter modelling in space. *Aviakosmicheskiye tekhnologii (AKT-2013): trudy XIV Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii i shkoly molodykh uchenykh. aspirantov i studentov* [Aerospace Technologies (ACT-2013): Proceedings of the XIV All-Russian Scientific and Technical Conference and School of Young Scientists, Postgraduates and Students]. Voronezh, October 9–11, 2013. Voronezh, LTD Firma "Elist", 2013, pp. 131-138 (in Russian).

4. Lysukho G. V., Maslennikov A. L. Quadcopter: dynamics and control. *Politechnical student journal,* 2020, no. 5, pp. 1-14. DOI: 10.18698/2541-8009-2020-5-604 (in Russian).

5. Popov N. I., Emelyanova O. V., Yatsun S. F. Modelling of dynamics of flight of a quadrotor helicopter. *Vestnik of Voronezh Institute of the Russian Federal the Ministry of Emergency Situations,* 2014, no. 4 (13), pp. 69-75 (in Russian).

6. Volnikov M. I. Modelling the movement of unmanned aerial vehicles. *Avtomatizatsiya i modelirovaniye v proyektirovanii i upravlenii,* 2023, no. 3(21), pp. 42-48. DOI: 10.30987/2658-6436-2023-3-42-48 (in Russian).

7. Ogoltsov I. I., Rozhnin N. B., Sheval V. V. Razrabotka matematicheskoy modeli prostranstvennogo poleta kvadrokoptera [Development of a mathematical model of spatial flight of a quadcopter]. *Trudy MAI,* 2015, no. 83, pp. 7-8 (in Russian).

8. Bezuglaya A. E., Shushlyapin E. A., Afonina A. A. A comparative analysis of two quadrotor mathematical models. *Sistemy kontrolya okruzhayushchey sredy*, 2016, no. 5 (25), pp. 17-20 (in Russian).

9. Krasovsky A. N. Mathematical flight model drone-quadrocopter and method guaranteed fit into the "Nest". *Aktualnyye issledovaniya*, 2021, no. 14 (41), pp. 6-10 (in Russian).

10. Bogatov N. V., Kostin A. S. Control and analysis of quadrocopter flight when setting a complex trajectory of motion. *System analysis and logistics*, 2020, no. 4 (26), pp. 3-12. DOI: 10.31799/2007-5687-2020-4-3-12 (in Russian).

11. Pavlovsky V. E., Savitsky A. V. The solving of inverse problem for the computation of control action for quadrocopter. *Keldysh institute preprints*, 2017, no. 17, pp. 1-20. DOI: 10.20948/prepr-2017-17 (in Russian).

12. Kalyagin M. Yu., Voloshin D. A., Mazaev A. S. Quadcopter flight control system simulation in Simulink and Simscape Multibody. *Trudy MAI*, 2020, no. 112, pp. 20-46. DOI: 10.34759/trd-2020-112-20 (in Russian).

13. Apollonov D. V., Bibikova K. I., Shibaev V. M., Efimova I. E. Creation of algorithms for the automatic control system of the convertible unmanned aerial vehicle. *Trudy MAI*, 2022, no. 122, pp. 1-51. DOI: 10.34759/trd-2022-122-23 (in Russian).

14. Nikitin D. A. Adaptive quaternion-based quadrotor control system. *Large-scale systems control*, 2017, no. 69, pp. 76-101 (in Russian).

15. Gerasimov F. P., Zolotukhin Yu. N., Kotov K. Yu. Maltsev A. S., Yan A. P. Motion control system for a quadrotor based on cascade Kalman filters. *Avtometriya*, 2022, vol. 58, no. 4, pp. 28-38. DOI: 10.15372/AUT20220403 (in Russian).

16. Parfiryev A. V., Ishchuk I. N., Parfiryeva O. V. Quadcopter directorial control algorithm with the possibility of flying around obstacles. *Informatsionnyye tekhnologii i nanotekhnologii (ITNT-2020): materialy VI Mezhdunarodnoy konferentsii i molodezhnoy shkoly*. [Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2020): Proceedings of the VI International Conference and Youth School], Samara, May 26-29, 2020, pp. 724-731 (in Russian).

17. Rogozin O. V., Penskoy I. S. Metod trayektornogo upravleniya multirotornym bespilotnym letatelnym apparatom v zadache sledovaniya za obyektom. [Trajectory control method for a multirotor unmanned aerial vehicle in the task of following an object]. *Obrazovatelnyye tekhnologii*, 2019, no. 4, pp. 92-110 (in Russian).

18. Khrenov A. V., Diane S. A. K. Modelirovaniye sistemy stabilizatsii kvadrokoptera na osnove neyrosetevogo algoritma obucheniya s podkrepleniyem. [Modeling of a quadcopter stabilization system based on a neural network reinforcement learning algorithm]. *Upravleniye razvitiyem krupnomasshtabnykh sistem (MLSD'2022): trudy pyatnadtsatoy mezhdunarodnoy konferentsii* [Management of Large-Scale Systems Development (MLSD'2022): Proceedings of the Fifteenth International Conference], Moscow, September 26–28, 2022, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, 2022, pp. 543-552. DOI: 10.25728/mlsd.2022.0543 (in Russian).

19. Borisov O. I., Kakanov M. A., Zhivitsky A. Yu., Pyrkin A. A. Robust tracking control of a quadcopter by output based on the geometric approach. *Journal of instrument engineering*, 2021, vol. 64, no. 12, pp. 982-992. DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-12-982-992 (in Russian).

20. Saveliev A. I., Anikin D. A., Agafonov V. M., Erokhin G. N. Modeling the trajectories of a group of unmanned aerial vehicles based on the ADRRT-connect algorithm in the problem of placing seismic sensors. *Robotics and technical cybernetics*, 2024, vol. 12, no. 3, pp. 184-193. DOI: 10.31776/RTCJ.12303 (in Russian).

21. Nabiev T. K., Shimanchuk D. V. Construction of the trajectories of a group of uavs in formation. *Protsessy upravleniya i ustoychivost*, 2024, vol. 11, no. 1, pp. 121-128 (in Russian).

22. Sanko A. A., Sheinikov A. A., Tuganov G. Sh. Experimental study of the distribution laws of output signals of microelectromechanical navigation sensors of an unmanned aerial vehicle. *Crede experto: transport, society, education, language*, 2022, no. 1, pp. 101-112. DOI: 10.51955/23121327_2022_1_101 (in Russian)

23. Zhang MingMing. Metody i algoritmy planirovaniya marshruta planetokhoda i korrektsii navigatsionnogo kompleksa [Methods and algorithms for planning the rover route and correcting the navigation system]. *dis. Ph.D. tech. Sci*, Moscow: Bauman Moscow State Technical University, 2024,132 p. URL: http://195.19.40.226/dissertations/var/www/uch/assets/dissertations/%D0%94%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B5%D1%80%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%A7%D0%B6%D0%B0%D0%BD_%D0%9C%D0%B8%D0%BD%D0%BC%D0%B8%D0%BD.pdf (accessed 22.11.2025) (in Russian).

24. Zhang M., Luo Y., Neusypin K. A. Research on Combined GNSS/IMU/Camera Positioning and Navigation in Full Scene. *2024 International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon)*, Sochi, Russian Federation, 2024, pp. 327-332. DOI: 10.1109/SmartIndustryCon61328.2024.10516097.

25. Golovataya E. A., Sadov V. S. Model of image acquisition for 3d scene reconstruction from videoendoscopic imaging data. *Herald of Polotsk state university*. *Series C. Fundamental sciences*, 2019, no. 12, pp. 43-49 (in Russian).

26. Modelirovanie elektroprivoda kvadrokoptera [Modeling of a quadcopter electric drive]. *Electronic calculator*, 22 November 2025. Available at: https://www.ecalc.ch/xcoptercalc.php (accessed 22 November 2025).

27. Kal'kulyator motorov dlya drona [Drone Motor Calculator]. *Electronic calculator*, 22 November 2025. Available at: https://www.sas.com.ru/wp/ru/dvigatel-drona (accessed 22 November 2025).

Статья поступила 10 июля 2024 г.

Информация об авторах

Тельный Андрей Викторович – кандидат технических наук, доцент. Доцент кафедры информатики и защиты информации. Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. Область научных интересов: информационная безопасность; радиотехнические средства позиционирования подвижных объектов; технические средства защиты от несанкционированного доступа. E–mail: andre.izi@mail.ru

Адрес: 600000, Россия, г. Владимир, ул. Горького, д. 87.

Монахов Михаил Юрьевич – доктор технических наук, профессор. Заведующий кафедрой информатики и защиты информации. Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. Область научных интересов: информационная безопасность;

информационные системы и технологии; системный анализ, управление и обработка информации; управление в социальных и экономических системах. E–mail: mmonakhov@vlsu.ru

Адрес: 600000, Россия, г. Владимир, ул. Горького, д. 87.

Simulation model of the movement of an unmanned aerial vehicle of the quadcopter type

A. V. Telny, M. Yu. Monakhov

Relevance. *Quadcopters are currently the most common unmanned aerial vehicles (UAVs). Advances in technology offer significant potential for the beneficial use of such UAVs in areas such as large-scale monitoring, exploration of hard-to-reach areas, automated delivery, the Internet of Things (IoT), destructive impacts, information leakage, sabotage, and other applications. A simulation model for visualizing UAV motion on a display screen is required to analyze and evaluate UAV applications in various fields. The model should display the UAV's position in space similar to a video camera image, taking into account the weight, size, engine, and propeller parameters, and operator control inputs of real UAVs. However, such a model currently lacks.* ***The objective of this study*** *is to create a simulation model for visualizing the motion of a quadcopter-type UAV in real time on a display screen based on calculated coordinates of the UAV. This model reproduces its weight, size, engine, and propeller parameters, and operator control inputs.* ***Results and their novelty.*** *The scientific novelty of this work is the use of a simulation model for visualizing the flight of a UAV in real time while it moves along a trajectory that is a priori unknown to the observer, when the UAV is subject to random control inputs.* ***Practical significance.*** *The results of this study may be useful for: testing UAV control systems: developing autopilot models and UAV obstacle avoidance algorithms; testing detection, recognition (classification), and improving the accuracy of UAV positioning and orientation; and training UAV operators.*

Key words: *unmanned aerial vehicle, flight simulation model, quadcopter, flight visualization.*

Information about Authors

Andrey Viktorovich Telny – Ph.D. of Engineering Sciences. Associate Professor at the Department of Informatics and Information Security. Vladimir State University named after Alexander Grigorievich and Nikolai Grigorievich Stoletovs. Field of research: information security; radio technical means of positioning moving objects; technical means of protection against unauthorized access. E-mail: andre.izi@mail.ru

Address: Russia, 600000, Vladimir, Gorky str., 87.

Monakhov Mikhail Yuryevich – Doctor of Technical Sciences, Professor. Head of the Department of Informatics and Information Security. Vladimir State University named after Alexander Grigorievich and Nikolay Grigorievich Stoletov. Research interests: information security; information systems and technologies; systems analysis, management and information processing; management in social and economic systems. E-mail: mmonakhov@vlsu.ru

Address: Russia, 600000, Vladimir, Gorky str., 87.