УДК 621.37

Метод моделирования связанных планарных резонаторов на основе матричного представления краевых электромагнитных полей

Денисенко Д. В., Радченко В. В.

Постановка задачи: *рост сложности планарных устройств сверхвысокой частоты (СВЧ) и расширение их диапазона рабочих частот повышает требования к скорости и достоверности расчета их характеристик. Наиболее быстродействующие методы расчета планарных СВЧ устройств в квазистатическом приближении в основном не учитывают электромагнитные связи между отдельными элементами декомпозиции исходной топологии, что снижает достоверность расчета характеристик.* ***Целью работы*** *является разработка метода учета электромагнитных связей между планарными элементами топологий СВЧ устройств, моделируемых в квазистатическом приближении, с целью увеличения точности прогнозирования их характеристик в широком диапазоне частот и снижения трудоемкости проектирования.* ***Используемые методы****: определение элементов матрицы сопротивлений планарного резонатора путем решения двумерной электромагнитной задачи; решение электростатической задачи методом моментов для определения краевых полей и связей по электромагнитному полю между отдельными компонентами рассчитываемого устройства; методы сегментации, матричные методы для представления краевых полей и электромагнитных связей матрицами проводимостей с дальнейшей композицией полученных матриц в общую систему линейных алгебраических уравнений и решением этой системы.* ***Новизна:*** *предложены новый способ учета электромагнитных связей между планарными элементами топологии, моделируемыми в квазистатическом приближении независимо от их взаимного расположения, а также квазистатическая модель связанных планарных резонаторов, которая учитывает высшие типы волн и моделируется без эмпирической корректировки размеров планарных проводников и диэлектрической проницаемости материала подложки.* ***Результат****: метод позволяет быстро рассчитывать в квазистатическом приближении сложные топологии планарных СВЧ устройств. Учет электромагнитных связей между отдельными планарными элементами расширяет применимость квазистатических методов на область более высоких частот. Скорость и точность расчета позволяют использовать метод в задачах параметрической оптимизации характеристик устройств.* ***Практическая значимость****: реализация метода в виде программы для ЭВМ позволяет использовать метод в задачах синтеза и параметрической оптимизации широкого круга планарных СВЧ устройств.*

Ключевые слова: *метод моментов, метод сегментации, оптимизация планарных СВЧ устройств, квазистатическое моделирование, связанные планарные резонаторы.*

Введение

Планарные устройства сверхвысокой частоты (СВЧ) являются неотъемлемой частью современных радиотехнических систем, которые работают на частотах от сотен мегагерц до десятков гигагерц и представляют собой композицию из отрезков полосковых линий передачи и неоднородностей, которые связаны между собой по электромагнитному полю. Они сложны, трудоемки в раз-

Библиографическая ссылка на статью:
Денисенко Д. В., Радченко В. В. Метод моделирования связанных планарных резонаторов на основе матричного представления краевых электромагнитных полей // Системы управления, связи и безопасности. 2021. № 5. С. 120-135. DOI: 10.24412/2410-9916-2021-5-120-135
Reference for citation:
Denisenko D. V., Radchenko V. V. Method for modeling coupled planar resonators based on a matrix representation of edge electromagnetic fields. *Systems of Control, Communication and Security*, 2021, no. 5, pp. 120-135 (in Russian). DOI: 10.24412/2410-9916-2021-5-120-135

работке, и к ним применяются жесткие требования как по электрическим параметрам, так и по габаритам и себестоимости. Синтез современных СВЧ устройств не обходится без параметрической оптимизации с многократным перебором множества вариантов топологии, в связи с чем актуальны приближенные методы численного анализа, которые обладают высоким быстродействием.

Методы квазистатического анализа используются при декомпозиции исходной задачи на независимые составляющие, что позволяет конструировать сложные топологии из отдельных элементов, благодаря чему достигается высокое быстродействие. Каждый элемент декомпозиции представляет собой модель с собственными приближениями и ограничениями, матрица параметров которой может быть получена как с использованием аналитических формул и эмпирических зависимостей, так и путем решения приближенной физической задачи [1, 2]. Примерами таких элементов могут быть как модели линий передачи, решеток связанных линий так и разомкнутые отрезки линии, изгибы, переходы и другие неоднородности. Если поперечные размеры моделируемого элемента малы по сравнению с длиной волны, размерность задачи сокращается путем рассмотрения линий в 2D сечении, тогда итоговые характеристики можно определить по погонным и эффективным параметрам при помощи телеграфных уравнений. Связи по электромагнитному полю при этом между отдельными элементами декомпозиции не учитываются, что дает существенные ограничения применения моделей в области высоких частот, когда размеры элементов топологии становятся сравнимы с длиной волны.

Иной подход к моделированию планарных связанных линий в квазистатическом приближении используется в модели PLM (Planar-Lumped Model) [3], которая представляет собой комбинацию из волноводной модели двухмерного планарного элемента и цепи из сосредоточенных элементов. В работе [4] с использованием данной модели были рассчитаны некоторые конфигурации планарных неоднородностей. Отрезки линий соединялись методом сегментации, а их матрицы определялись из расчета эквивалентных волноводов эффективной ширины с эффективным диэлектрическим заполнением. Связи по электромагнитному полю между близкорасположенными краями моделировались путем включения в цепь матрицы связей, составленной из емкостей и индуктивностей, значения которых определялись при помощи электромагнитного анализа связанных линий.

В данной работе мы обобщили идеи из модели PLM с целью разработки метода для расчета топологий планарных СВЧ устройств. Краевые эффекты и электромагнитные связи между элементами всей расчетной области определялись по распределению электростатического заряда на проводниках, которое вычислялось численно в строгой постановке физической задачи путем решения трехмерного уравнения Пуассона. Это позволило рассчитывать планарные элементы по их физическим размерам и диэлектрической проницаемости без эмпирических поправок, используемых в PLM модели связанных линий, введение которых снижало достоверность расчета.

Модель связанных планарных резонаторов

Связанные по электромагнитному полю планарные резонаторы представляют собой планарные неоднородности произвольной формы и конечной толщины, расположенные в многослойной диэлектрической среде с диэлектрическими проницаемостями ε_1, ε_2, ..., ε_N и экранированной снизу, как показано на рис. 1. Для расчета такой модели разобьем задачу на составные части. Поля, сосредоточенные непосредственно между экраном и проводниками, будем учитывать для каждого резонатора отдельно при помощи волноводной модели, которая представляет собой проводящую пластину, расположенную между диэлектрическими слоями над бесконечным проводящим экраном и ограничена вертикальными магнитными стенками по периметру [5, 7]. Краевые электромагнитные поля и связи между резонаторами представим эквивалентной цепью из емкостей и индуктивностей, параметры которой будем рассчитывать отдельным этапом. Для определения характеристик передачи модели используются подводящие линии, обозначенные на рисунке как Port.

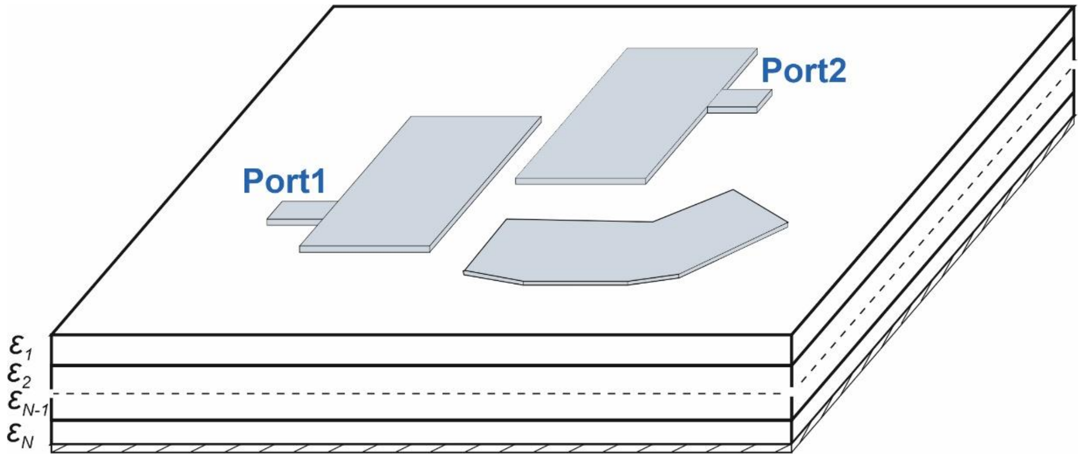


Рис. 1. Связанные планарные резонаторы на диэлектрической подложке с подводящими линиями

Каждый из резонаторов рассмотрим отдельно и независимо друг от друга, как двухмерный компонент, в котором толщина диэлектрика h много меньше длины волны. Тогда вариациями полей по вертикали можно пренебречь, т.е. $\partial/\partial z = 0$, а силовые линии электрического поля будем считать направленными строго вертикально, что эквивалентно вертикальным магнитным стенкам, расположенным по периметру.

Элементы матрицы Z-параметров такого компонента для заданной частоты сигнала можно определить из решения двухмерного уравнения Гельмгольца.

$$(\Delta_T + k^2)V = -j\omega\mu_0 hJ_z, \qquad (1)$$

где $\Delta_T = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, V – напряжение, J_z – вертикальный ток, ω – круговая частота, μ_0 – магнитная проницаемость среды.

Используя при решении реальные геометрические размеры и диэлектрическую проницаемость компонента, мы рассчитаем его параметры без учета внешних краевых полей и связей, принимая во внимание все высшие типы волн в пределах его геометрии, которые инвариантны относительно вертикальной оси. Это позволяет рассчитать характеристики планарного компонента без использования эмпирических поправок на геометрические размеры и диэлектрическую проницаемость.

Для расчета произвольного планарного сегмента разобьем его по периметру на секции, достаточно малые, чтобы распределение плотности тока по ним можно было считать равномерным. Каждая из секций определяет расположение и ширину электрического вывода. На практике достаточно, чтобы их размеры были на порядок меньше длины волны [5].

В общем виде планарный компонент произвольной формы может быть рассчитан методом контурных интегралов с использованием двухмерной функции Грина свободного пространства [6]. В частных случаях, для некоторых замкнутых областей известны аналитические представления функции Грина в виде разложения в бесконечные ряды по собственным функциям, используя которые, элементы матрицы Z-параметров планарного сегмента можно выразить, как [7]

$$Z_{ij} = \frac{1}{W_i W_j} \iint\limits_{W_i W_j} G(x_i, y_i, x_j, y_j) d\rho_i d\rho_j , \qquad (2)$$

где W_i – ширина i-го вывода, ρ_i – расстояние между точками выводов, x_i, y_i – координаты выводов.

Представления функций Грина для замкнутых областей представляют собой двойные долго сходящиеся ряды. Поскольку одной из наших приоритетных задач является сокращение вычислительных затрат, то наибольший интерес представляют прямоугольные и треугольные сегменты с углами 30°-60°-90°, так как для них известны преобразования выражения (2) к быстро сходящимся одиночным рядам, что существенно уменьшает время расчета [8, 9].

В используемых выражениях для $G(x_i, y_i, x_j, y_j)$ в нашем случае следует задавать фактические физические размеры и диэлектрическую проницаемость планарного сегмента.

При расчете планарного компонента потери в диэлектрике учитываются при вычислении волнового числа $k = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon (1 - i\delta)$, где δ – тангенс потерь диэлектрической проницаемости среды. Потери в металле можно учесть путем введения эффективного тангенса среды [7], который будет включать в себя как потери в диэлектрике, так и омические потери в скин-слое проводника с тангенсом потерь δ_c [5]:

$\delta_{eff} = \delta + \delta_c$, причем $\delta_c = \dfrac{1}{h\sqrt{\mu_0 \pi f \sigma}}$, где h – толщина диэлектрической подложки, σ – удельная проводимость проводника.

Обратим внимание на тот факт, что с увеличением размеров компонента и расчетных частот увеличивается количество выводов в схеме, что приводит к существенному увеличению времени расчета. Эта проблема решается путем аппроксимации области рассчитываемого компонента множеством мелких и по возможности одинаковых сегментов, каждый из которых будет иметь небольшое количество выводов с дальнейшим соединением их в исходный компонент методами сегментации и десегментации без ограничения общности. При таком подходе может быть достигнуто значительное сокращение объема вычислений, поскольку для расчета исходного компонента нам не требуется рассчитывать все сегменты, а достаточно лишь сделать единичные расчеты уникальных.

Рассмотрим планарную СВЧ топологию, которая разбита на n элементов, между которыми имеется электромагнитная связь. Каждый из элементов топологии рассчитаем по формуле (2) как планарный компонент, который имеет N_i выводов. Полная матрица проводимостей исходной топологии является суммой матрицы связей и матрицы планарных компонентов $\mathbf{Y}=\mathbf{Y}_E+\mathbf{Y}_S$. Обе матрицы симметричны и имеют размер $N \times N$, где $N = \sum_i N_i$. При этом матрица $\mathbf{Y}_S = \mathbf{Z}_{s1}^{-1} + \mathbf{Z}_{s2}^{-1} + \dots + \mathbf{Z}_{sn}^{-1}$ имеет диагональный вид: $\mathbf{Y}_S = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{s1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_{s2} & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{Y}_{sn} \end{pmatrix}$, матрица связей $\mathbf{Y}_E$ в общем виде полностью заполнена, но может содержать нулевые элементы в местах, где связь между выводами не учитывается.

Для того, чтобы определить параметры исходной топологии с выбранными выводами в качестве портов, представим итоговую матрицу Y-параметров в следующем виде: $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{nn} & \mathbf{Y}_{np} \\ \mathbf{Y}_{pn} & \mathbf{Y}_{pp} \end{bmatrix}$, где индекс p соответствует номерам внешних портов, а n – внутренним выводам, тогда искомую матрицу параметров многополюсника найдем, как [10]

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{pp} - \mathbf{Y}_{pn}\mathbf{Y}_{nn}^{-1}\mathbf{Y}_{np}. \tag{3}$$

Моделирование краевых электромагнитных полей и связей между резонаторами

Схематически пример соединения матриц между двумя планарными компонентами выглядит, как показано на рис. 2. Выводы, для которых определяются характеристики модели, обозначим Port1 и Port2. В общем случае, при вычислении матрицы связей необходимо определять связь каждого вывода с каждым. Если выводы расположены далеко друг от друга, для упрощения расчета, связью между ними можно пренебречь, считая соответствующие элементы матрицы связи нулевыми.

Для выводов, которые находятся в относительной близости друг от друга, в квазистатическом приближении связь можно представить эквивалентной схемой из сосредоточенных элементов, как показано на рис. 3а. В этой цепи электрическое поле моделируется емкостями, магнитное поле - индуктивностями. Частичные емкости i-й секции планарного компонента C_{ii}, а также индуктивности включают в себя как параметры краевого электромагнитного поля и связей, так и параметры поля волноводной модели, образованной сегментом резонатора и магнитными стенками по его периметру.

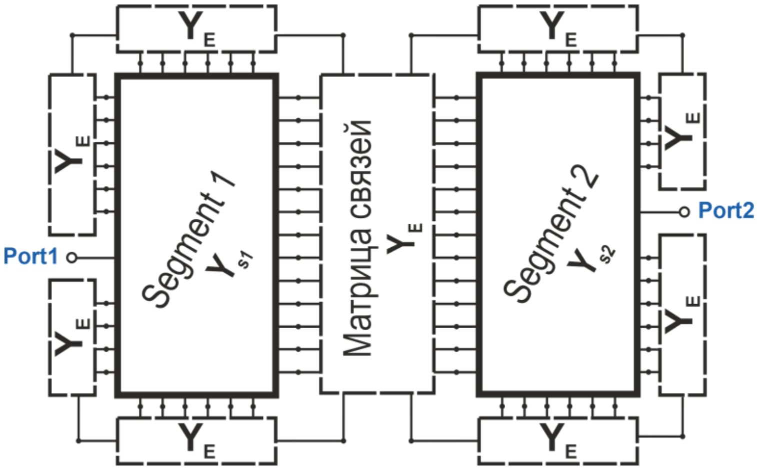


Рис. 2. Схематическое представление планарной СВЧ цепи (для упрощения представлено два элемента цепи, в общем случае их количество не ограничено)

Для выводов, которые находятся в относительной близости друг от друга, в квазистатическом приближении связь можно представить эквивалентной схемой из сосредоточенных элементов, как показано на рис. 3а. В этой цепи электрическое поле моделируется емкостями, магнитное поле – индуктивностями. Частичные емкости i-й секции планарного компонента C_{ii}, а также индуктивности включают в себя как параметры краевого электромагнитного поля и связей, так и параметры поля волноводной модели, образованной сегментом резонатора и магнитными стенками по его периметру.

Для расчета значений емкостей и индуктивностей схемы рассмотрим исходную трехмерную задачу, рис. 1, как электростатическую.

Уравнение Пуассона для электростатического потенциала $\varphi(\mathbf{r})$ запишем следующим образом:

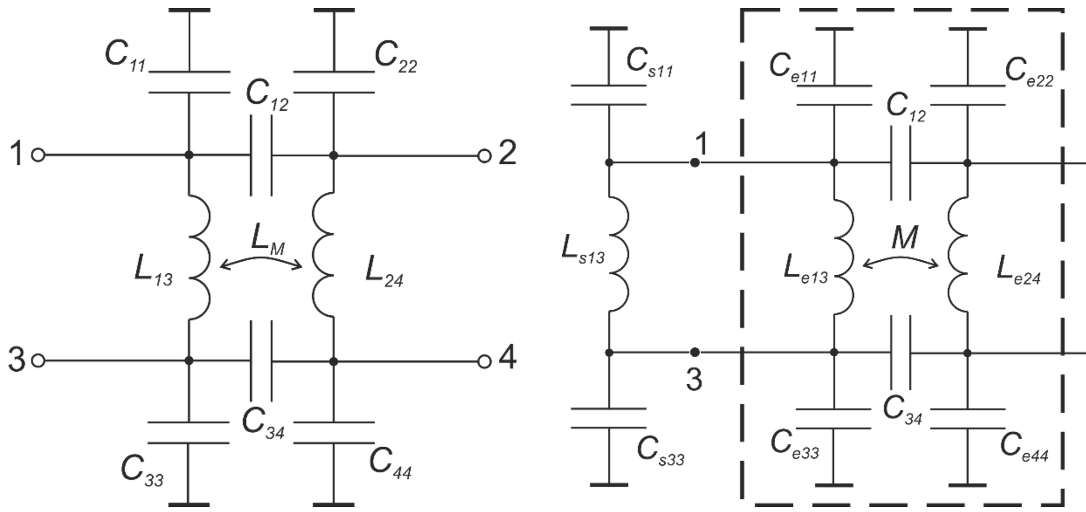
$$\varepsilon_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \varepsilon_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\sigma(x, y, z). \quad (4)$$

Решение выразим через интегральное уравнение для потенциала на поверхности S проводника:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \iint_S G_\varphi(\mathbf{r},\mathbf{r}')\sigma(\mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (5)$$

где $G_\varphi(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ – трехмерная функция Грина уравнения Лапласа для плоскослоистой структуры, $\sigma(\mathbf{r}')$ – поверхностная плотность заряда, $\mathbf{r}$ – точка наблюдения, $\mathbf{r}'$ – точка источника возбуждения.

Решать уравнение (5) будем численно методом моментов (MoM) [12]. Разобьем поверхности проводников на граничные элементы (ГЭ), неизвестную величину представим в виде суммы соответствующих граничным элементам базисных функций с неизвестными коэффициентами: $\sigma(\mathbf{r}') = \sum_n \sigma_n \Lambda(\mathbf{r}')$.



а) б)

Рис. 3. Схематическое представление включения в цепь элементов матрицы связей по электромагнитному полю

Подставляя в (5) и применяя скалярное произведение обеих частей уравнения с весовыми функциями, получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида **А**·**σ**=**φ**, где

$$A_{i,j} = \iint_{S_i} \iint_{S_j} \Lambda(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}')\Lambda'(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}')G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\,\mathrm{d}S\,\mathrm{d}S'. \qquad (6)$$

Подынтегральные выражения диагональных элементов матрицы **A** содержат особенности в областях, по которым производится интегрирование, что делает невозможным их вычисление в квадратурах. Так же плохой сходимостью обладают интегралы по близкорасположенным друг к другу ГЭ, элементы матриц которых могут находиться не только около главной диагонали, но и в других частях матрицы в зависимости от заданной геометрии, например, если ГЭ находятся на разных слоях диэлектриков, но расположены близко друг к другу. Для улучшения сходимости и скорости вычисления таких элементов существуют специальные методы сглаживания подынтегральной функции. Сравнение эффективности методов сглаживания подынтегральных функций с особенностями рассмотрено в работе [11].

Для составления задачи определения зарядов системы проводников по заданным на них потенциалам [12], разделим исходную топологию на N планарных сегментов, между которыми будет моделироваться связь по электромагнитному полю. После заполнения матрицы МоМ и ее факторизации решим СЛАУ N раз, прикладывая поочередно на каждый из сегментов топологии потенциал φ = 1 В при нулевых потенциалах на всех остальных. Таким образом, мы получим распределения зарядов по поверхности каждого из сегментов в присутствии всех остальных, зная которые, определим значения элементов полной матрицы частичных емкостей C_{ij} для всех выводов простым интегрированием. Для определения матрицы частичных погонных емкостей поделим соответствующие выводам значения на их размеры. Элементы матрицы индуктивностей L_{ij} вычислим из их погонных значений, которые найдем, используя соотношение [13], связывающее погонные индуктивности и емкости при воздушном заполнении

$$\mathbf{L}_l = \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{C0}^{l\ -1}, \qquad (7)$$

где ε_0 – электрическая постоянная, индексом l обозначены матрицы погонных коэффициентов.

Величины, найденные из решения трехмерной электростатической задачи, включают в себя параметры матрицы связи и параметры волноводной модели. Если разделить эти составляющие, расширенная эквивалентная схема будет выглядеть, как показано на рис. 3б. Пунктиром обведена часть схемы, которая состоит из элементов матрицы связей и моделирует краевые электромагнитные поля и связи между участками планарных компонентов. Оставшаяся часть схемы состоит из собственных элементов волноводной модели.

Неизвестными являются величины C_{eii}, L_{eij}, а также взаимная индуктивность M. Для их вычисления необходимо предварительно рассчитать элементы цепи C_{sii} и L_{sij}. Емкость волноводной модели планарного компонента имеет равномерное распределение по поверхности проводника и ее можно определить как емкость идеального плоского конденсатора $C_s = \varepsilon\varepsilon_0 S/h$, где S – площадь, h – толщина подложки, ε – диэлектрическая проницаемость. Определим значения C_{sii} для каждой из секций с выводами, распределив по периметру изолированного планарного компонента пропорционально расстоянию до выводов распределение заряда, который индуцируется при приложенном на нем потенциале в 1 В. Индуктивности L_{sij} найдем аналогичным образом, вычислив значения емкостей при воздушном заполнении $C0_{sii}$. Пересчитаем их в погонные для каждой секции, тогда итоговые значения погонных индуктивностей найдем по формуле (7), при этом индуктивности, подключенные между соседними выводами, будут складываться из частичных значений от каждой секции. Емкости, которые входят в матрицу связей, выразим через полученные значения следующим образом: $C_{eii} = C_{ii} - C_{sii}$.

Для расчета индуктивностей, которые входят в матрицу связей, составим систему уравнений согласно правилам Кирхгофа для индуктивной составляющей цепи. Решив ее, получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
L_{e13} &= \left((L_{s24} - L_{24}) / (L_M^2 + L_{s24} L_{13} - L_{13} L_{24}) - 1 / L_{s13} \right)^{-1}, \\
L_{e24} &= \left((L_{s13} - L_{13}) / (L_M^2 + L_{s13} L_{24} - L_{13} L_{24}) - 1 / L_{s24} \right)^{-1}, \qquad (8) \\
M &= L_M L_{s13} L_{s24} \Big/ \left((L_{s13} - L_{13})(L_{s24} - L_{24}) - L_M^2 \right).
\end{aligned}$$

Итоговая субматрица связей для рассматриваемого участка цепи на частоте ω, выраженная через Y-параметры, запишется, как

$$\mathbf{Y}_e = \mathbf{Y}_C + \mathbf{Y}_L = j\omega \mathbf{C}_e - \frac{j}{\omega\left(L_{e13} L_{e24} - M^2 \right)} \mathbf{L}_e, \qquad (9)$$

где матрицы емкостей и индуктивностей выглядят следующим образом:

$$\mathbf{C}_e = \begin{pmatrix} C_{e11} & -C_{12} & 0 & 0 \\ -C_{12} & C_{e22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{e33} & -C_{34} \\ 0 & 0 & -C_{34} & C_{e44} \end{pmatrix}, \ \mathbf{L}_e = \begin{pmatrix} L_{e24} & M & -L_{e24} & -M \\ M & L_{e13} & -M & -L_{e13} \\ -L_{e24} & -M & L_{e24} & M \\ -M & -L_{e13} & M & L_{e13} \end{pmatrix}.$$

Полную матрицу связей $\mathbf{Y}_E$ для N выводов в схеме составим как сумму матриц (9) для всех соседних пар в их глобальной нумерации.

Результаты численных расчетов

Для проведения численных экспериментов использовалась собственная реализация предложенного метода в виде программы ЭВМ, которая была написана на языке C++ с использованием оптимизированных многопоточных библиотек BLAS для работы с матрицами и LAPACK для решения СЛАУ. В MoM использовались кусочно-постоянные базисные функции с дельта-функцией в качестве тестовой. С целью минимизации ошибки, для сохранения принципа взаимности и симметричности матрицы MoM, расчетная область разбивалась прямоугольной равномерной сеткой. При решении интегрального уравнения (5) использовалась функция Грина микрополосковой структуры [14] для источников, расположенных на границе между диэлектрическими слоями:

$$G^{МПЛ}(\rho) = \frac{\sum_{s=0}^{\infty} \alpha^s}{2\pi\left(\sqrt{\varepsilon_{\rho_1}\varepsilon_{z_1}} + \sqrt{\varepsilon_{\rho_2}\varepsilon_{z_2}}\right)}\left(G(\rho,\mathrm{s}) - G(\rho,\mathrm{s}+1)\right), \qquad (10)$$

где $G(\rho,s) = \left(\sqrt{\rho^2 + 4\sqrt{\varepsilon_{\rho_1}/\varepsilon_{z_1}}s^2h^2}\right)^{-1}$, $\alpha = \dfrac{\sqrt{\varepsilon_{\rho_2}\varepsilon_{z_2}} - \sqrt{\varepsilon_{\rho_1}\varepsilon_{z_1}}}{\sqrt{\varepsilon_{\rho_1}\varepsilon_{z_1}} + \sqrt{\varepsilon_{\rho_2}\varepsilon_{z_2}}}$, ε_1, ε_2 – диэлектрические проницаемости воздуха и диэлектрической подложки соответственно, ρ – расстояние между двумя точками, а индексами ρ, z обозначены радиальная и вертикальная составляющие тензоров диэлектрических проницаемостей.

По своему физическому смыслу ряд (10) представляет собой многократные отражения точечного электрического заряда от плоскостей раздела границ и чем дальше от источника находится образ, тем слабее особенность функции, а значит ряд быстрее сходится. С целью уменьшения вычислительных затрат, при вычислении диагональных и около диагональных элементов матрицы СЛАУ, двойные интегралы от первого члена ряда вычислялись по аналитическим выражениям, остальные брались численно в квадратурах методом Гаусса с предварительным сглаживанием подынтегральной функции. Количество членов ряда выбиралось автоматически и контролировалось заданным порядком точности. При этом для решения задачи расчета емкостей при воздушном заполнении использовались промежуточные вычисления от решения задачи для слоистой структуры. Результаты решения СЛАУ в виде плотности поверхностного распределения заряда интерполировались двумерными сплайнами первого

 №5. 2021
ISSN 2410-9916

порядка. При расчете планарных сегментов прямоугольной формы использовались аналитические выражения в виде одиночных рядов [15].

Связанные линии различной ширины были рассчитаны предложенным методом. Результаты моделирования сравнивались с результатами расчета методом конечных элементов (МКЭ), 2,5D MoM и квазистатической модели решетки связанных линий на основе спектральной модели, рассчитываемой по погонным параметрам телеграфными уравнениями [16, 17]. Проводники считались бесконечно тонкими, без потерь, диэлектрик бесконечной протяженности, верхний экран отсутствовал. В МКЭ в качестве источников возбуждения использовались волноводные порты, стенки границ расчета располагались на достаточно большой дистанции, чтобы минимизировать их влияние, расчетная сетка строилась адаптивным методом.

На графиках (рис. 4, 5) приведены результаты моделирования для связанных по электромагнитному полю отрезков микрополосковых линий размерами 0,1×10 мм, 0,2×10 мм и 1×15 мм, 2×15 мм на подложке с диэлектрической проницаемостью ε=9,8 и толщиной h=0,5 мм. Для общности линии выбраны различной ширины и сдвинуты друг относительно друга так, что область связи оказывается меньше их длины. Зазор выбран 0,1 мм в каждом случае. Свободные выводы, которые использовались в качестве портов, для которых определялись итоговые характеристики передачи, располагаются по торцам линий и обозначены синим цветом, все остальные выводы – белым.

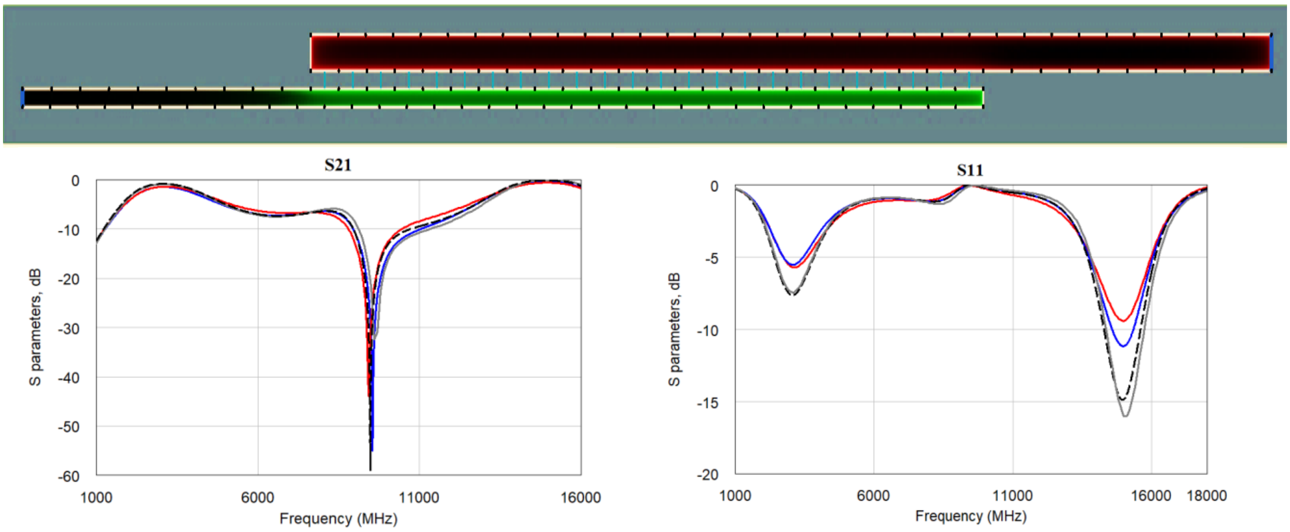


Рис. 4. Сравнение результатов расчета для связанных резонаторов размерами 0,1×10 мм и 0,2×10 мм. Красная сплошная линия – предложенный метод, пунктир – метод конечных элементов, серая сплошная пунктир – спектральная квазистатическая модель линии, синяя – 2,5D MoM

Видно хорошее совпадение расчетных характеристик предложенным методом с расчетами в электродинамике. Достигнуто улучшение точности моделирования по сравнению с квазистатической спектральной моделью.

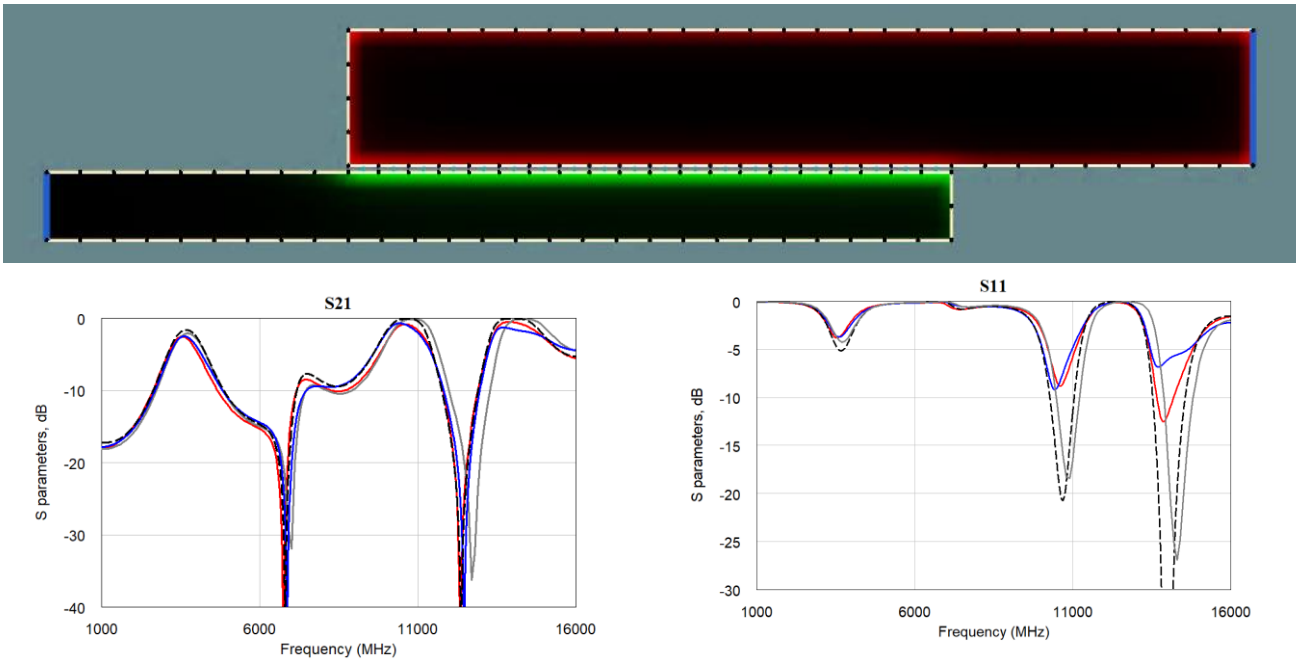


Рис. 5. Сравнение результатов расчета для связанных резонаторов размерами 1×15 мм и 2×15 мм. Красная сплошная линия – предложенный метод, пунктир – метод конечных элементов, серая сплошная пунктир – спектральная квазистатическая модель линии, синяя – 2,5D MoM

Время расчета представленных характеристик методом МКЭ составило порядка 200 с, 2,5D MoM около 40 с, квазистатическим методом менее 2 с. Итоговое время расчета отдельных этапов MoM в предложенном методе, на современной ЭВМ класса Intel Core i5-4570, представлено в таблице 1, где T_{fill} – суммарное время вычисления элементов матриц СЛАУ для воздушного и диэлектрического заполнения с последующей их факторизацией, T_{solve} – время решения СЛАУ. Верхним индексом обозначен порядок контроля точности при вычислении рядов.

Таблица 1 – Время (с) расчета MoM для *N* элементов сетки

N	T_{fill}^{-5}	T_{fill}^{-10}	T_{fill}^{-16}	T_{solve}
1000	0,25	0,65	1,4	0,03
2000	0,9	2,4	5,5	0,06
5000	10	20,5	50,5	0,5
10000	42	90	210	2

Из таблицы видно, что время формирования матриц СЛАУ существенно больше времени, которое требуется на само решение, учитывая необходимость решать СЛАУ многократно для различных векторов **φ** в правой части и неизменной матрице моментов. Контроль избыточной точности при вычислении интегралов от рядов функций Грина позволяет существенно снизить время расчета. На практике, в текущей реализации MoM путем решения интегрального уравнения методом коллокаций, вычисление элементов матрицы СЛАУ с порядками точности выше 5-го знака после запятой, которому соответствует время расчета T_{fill}^{-5}, не приводит к значительным изменениям в итоговых S-параметрах.

Время расчета матрицы Y-параметров для сегмента прямоугольной формы, при сходимости рядов до машинной точности, растет квадратично с увеличением количества выводов. Так, для 20 выводов оно составляет порядка 0.05 с на одну частотную точку и 15 с для 320 выводов. Для получения характеристики передачи модели устройства в среднем требуется к расчету не менее 20-ти частотных точек, что для топологии с 300 выводами эквивалентно времени не менее 6 минут. Аппроксимация исходной топологии большим количеством одинаковых прямоугольных сегментов с количеством выводов менее 10-ти и дальнейшим соединением методом сегментации позволяет сократить время расчета планарного компонента топологии с большим количеством выводов до времени, которое сравнимо со временем генерации сетки и обработки данных для формирования итоговой матрицы и результатов, что суммарно составляет менее 0,1 с для 20-ти расчетных точек. Таким образом, общее время расчета характеристики передачи рассчитываемой топологии ограничивается временем электростатического расчета MoM, который необходимо выполнить всего один раз для всего диапазона частот.

Дальнейшее сокращение вычислительных затрат в реализации MoM возможно за счет эффективного построения треугольной расчетной сетки с последующим увеличением порядка аппроксимации плотности заряда и решением интегрального уравнения методом Галеркина. Расширение области применения программы ЭВМ для расчета топологий с проводниками конечной толщины и различного рода экранами возможно путем расширения возможностей MoM, что особенно актуально при расчетах высокодобротных СВЧ цепей.

Выводы

Предложенный метод позволяет быстро рассчитывать в квазистатическом приближении сложные топологии планарных СВЧ устройств с заданием элементов произвольной формы. Учет электромагнитных связей между отдельными планарными элементами позволяет расширить применимость квазистатического приближения на область более высоких частот. Скорость и точность расчета позволяют использовать метод в задачах параметрической оптимизации характеристик широкого круга планарных СВЧ устройств.

Литература

1. Verma A. K. Introduction to Modern Planar Transmission Lines: Physical, Analytical, and Circuit Models Approach. 1st Edition. – Wiley-IEEE Press, Hoboken NJ, 2021. – 944 p.

2. Pramanick P., Bhartia P. Modern RF and Microwave Filter Design. – Boston: Artech House, 2016. – 421 p.

3. Sabban A., Gupta K. C. A planar-lumped model for coupled microstrip lines and discontinuities // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1992. Vol. 40. №. 9. P. 245-252. doi: 10.1109/22.120096.

4. Sabban A., Gupta K. C. Evaluation of Parasitic Coupling Among Microstrip Line Discontinuities Using a Multiport Network Modeling Approach // 23rd European Microwave Conference. (Madrid, Spain, September 6–10). – Madrid, 1993. – P. 656–658. doi: 10.1109/EUMA.1993.336660.

5. Sabban A. Gupta K. C. Multiport Network Model for Evaluating Radiation Loss and Coupling Among Discontinuities in Microstrip Circuits. MIMICAD Technical Report No. 6. – Electromagnetics Laboratory/The MIMICAD Research Center. 6, January 1991. – 283 p.

6. Khajehnasiri A., Safavi-Naeini S. Generalized 2-D Multiport Model for Planar Circuits with Slots in Ground Plane // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2007. Vol. 55. №. 5. P. 1283-1292. doi: 10.1109/TAP.2007.895536.

7. Bahl J., Ittipiboon A. Microstrip antenna design handbook. – Artech House, 2001. – 845 p.

8. Lim E. G., Korolkiewicz E. Efficient impedance coupling formulas for rectangular segment in planar microstrip circuits // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2003. Vol. 51. № 8. P. 2137-2140. doi: 10.1109/TAP.2003.814741.

9. Lee S. H., Benalla A., Gupta K. C. Faster computation of Z-matrices for triangular segments in planar circuits // International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computed-Aided Engineering. 1992. Vol. 2. № 2. P. 98-107. doi: 10.1002/mmce.4570020206.

10. Dobrowolski J. A. Introduction to Computer Methods for Microwave Circuit Analysis and Design. – Warsaw University of Technology. Artech House, 1991. – 427 p.

11. Денисенко Д. В. Вычисление матрицы моментов при расчете эффективной диэлектрической проницаемости планарного резонатора // Сборник трудов IV Всероссийской микроволновой конференции, (Москва, 23-25 ноября 2016 г.). – Москва: ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН, 2016. С. 295-299.

12. Goel A. K. High-Speed VLSI Interconnections, 2nd Edition – Wiley-IEEE Press, 2007. – 432 p.

13. Фуско В. СВЧ-цепи. Анализ и автоматизированное проектирование. – М.: Радио и связь, 1990 г. – 288 с.

14. Денисенко Д. В., Радченко В. В. Квазистатическое моделирование краевых эффектов в планарных резонаторах // Вопросы радиоэлектроники. 2020. № 5. С. 64–70. doi: 10.21778/2218-5453-2020-5-64-70.

15. Gupta K. C., Hall P. S. Analysis and Design of Integrated Circuit-Antenna Modules. – Wiley, Technology & Engineering, 2000. – 424 p.

16. Радченко В. В. Анализ и оптимизация характеристик активных и пассивных микрополосковых СВЧ-устройств на персональных ЭВМ // Электронная техника. Серия 1: Электроника СВЧ. 1995. № 2. С. 45-53.

17. Темнов В. М., Лепешкина В. П. К расчету характеристик квази-T волн в многопроводной полосковой структуре // Техника средств связи. Серия: Техника радиосвязи. 1989. № 2. С. 124-131.

References

1. Verma A. K. *Introduction to Modern Planar Transmission Lines: Physical, Analytical, and Circuit Models Approach, 1st Edition.* Wiley-IEEE series, Hoboken NJ, 2021. 944 p.

2. Pramanick P., Bhartia P. *Modern RF and Microwave Filter Design.* Boston: Artech House, 2016. 421 p.

3. Sabban A., Gupta K. C. A planar-lumped model for coupled microstrip lines and discontinuities. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1992, vol. 40, no. 9, pp. 245-252. doi: 10.1109/22.120096.

4. Sabban A., Gupta K. C. Evaluation of Parasitic Coupling Among Microstrip Line Discontinuities Using a Multiport Network Modeling Approach. *23rd European Microwave Conference.* (Madrid, Spain, September 6–10). Madrid, 1993, pp. 656–658. doi: 10.1109/EUMA.1993.336660.

5. Sabban A. Gupta K. C. Multiport Network Model for Evaluating Radiation Loss and Coupling Among Discontinuities in Microstrip Circuits. MIMICAD Technical Report No. 6. *Electromagnetics Laboratory/The MIMICAD Research Center. 6*, 1991. 283 p.

6. Khajehnasiri A., Safavi-Naeini S. Generalized 2-D Multiport Model for Planar Circuits with Slots in Ground Plane. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2007, vol. 55, no. 5, pp. 1283-1292. doi: 10.1109/TAP.2007.895536.

7. Bahl J., Ittipiboon A. *Microstrip antenna design handbook.* Artech House, 2001. 845 p.

8. Lim E. G., Korolkiewicz E. Efficient impedance coupling formulas for rectangular segment in planar microstrip circuits. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2003, vol. 51, no. 8, pp. 2137-2140. doi: 10.1109/TAP.2003.814741.

9. Lee S. H., Benalla A., Gupta K. C. Faster computation of Z-matrices for triangular segments in planar circuits. *International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computed-Aided Engineering*, 1992, vol. 2, no. 2, pp. 98-107. doi: 10.1002/mmce.4570020206.

10. Dobrowolski J. A. *Introduction to Computer Methods for Microwave Circuit Analysis and Design.* Warsaw University of Technology. Artech House, 1991. 427 p.

11. Denisenko D. V. Vychislenie matritsy momentov pri raschete effektivnoi dielektricheskoi pronitsaemosti planarnogo rezonatora [Computing of the moment matrix during the calculating of the effective permittivity of a planar resonator]. *Sbornik trudov IV Vserossiiskoi mikrovolnovoi konferentsii* [Proceedings of the IV All-Russian Microwave Conference], 2016, pp. 295-299. (in Russian).

12. Goel A. K. *High-Speed VLSI Interconnections, 2nd Edition*. Wiley-IEEE Press, 2007. 432 p.

13. Fusco V. F. *Microwave Circuits: Analysis and Computer-Aided Design*. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall, 1987. 358 p.

14. Denisenko D V., Radchenko V. V. Quasistasic modeling of edge fields in planar resonators. *Issues of radio electronics*, 2020, no. 5, pp. 198-202 (in Russian). doi: 10.21778/2218-5453-2020-5-64-70.

15. Gupta K. C., Hall P. S. *Analysis and Design of Integrated Circuit-Antenna Modules*. Wiley, Technology & Engineering, 2000. 424 p.

16. Radchenko V. V. Analiz i optimizatsiia kharakteristik aktivnykh i passivnykh mikropoloskovykh SVCh-ustroistv na personal'nykh EVM [Analysis and optimization of characteristics of active and passive microstrip microwave devices on personal computer]. *Elektronnaia tekhnika: Seriia 1 Elektronika SVCH*, 1995, no. 2, pp. 45-53 (in Russian).

17. Temnov V. M., Lepeshkina V. P. K raschetu kharakteristik kvazi-T voln v mnogoprovodnoi poloskovoi strukture [To the calculation of the characteristics of quasi-T waves in a multi-conductor strip structure]. *Tehnika sredstv svjazi: Seriia Tehnika radiosvjazi*, 1989, no. 2, pp. 124-131 (in Russian).

Информация об авторах

Денисенко Дмитрий Викторович – соискатель ученой степени кандидата технических наук. Инженер 2-й категории. АО «ЦНИРТИ им. академика А.И. Берга». Область научных интересов: методы математического моделирования СВЧ устройств. E-mail: dima_den@inbox.ru

Радченко Владимир Васильевич – кандидат технических наук. Начальник лаборатории. АО «ЦНИРТИ им. академика А.И. Берга». Область научных интересов: методы математического моделирования СВЧ устройств. E-mail: optimizer@mail.ru

Адрес: Россия: г. Москва, ул. Новая Басманная, 20.

Method for modeling coupled planar resonators based on a matrix representation of edge electromagnetic fields

D. V. Denisenko, V. V. Radchenko

Purpose. *increasing complexity of planar microwave devices and expansion of operating frequency range increases the requirements for speed and reliability of numerical analysis. The fastest known methods for computing planar microwave device parameters are using quasi-static approximation. In common, they do not take into account electromagnetic coupling between individual elements of the initial topology decomposition, which reduces the reliability of the simulating results. The purpose of the present paper is to develop the method for accounting for electromagnetic coupling between planar elements of microwave devices in a quasi-static approximation. It provides an increase in the accuracy of predicting their characteristics for a wide frequency range and reduces the complexity of the design.* ***Methods.*** *Determination of Y-parameter matrix elements for a planar resonator by solving a two-dimensional electromagnetic problem. The solution of the three-dimensional electrostatic problem by the method of moments for determining the edge fields and electromagnetic field coupling between the planar resonators. Segmentation methods, matrix methods for representing edge fields and electromagnetic connections by Y-parameters matrix with a further* *composition of a general system of linear equations and the solution of this system.* ***Novelty.*** *In this paper, we propose a new method for accounting electromagnetic couplings between elements of planar topology which is modeled in a quasi-static approximation; a new quasi-static model of coupled planar resonators, which takes into account higher types of waves and are modeled without empirical adjustments for the dimensions of planar conductors and for the dielectric constant of the substrate material.* ***Results.*** *The proposed method allows the fast calculation of complex planar topologies in a quasi-static approximation. Taking into account the electromagnetic couplings between individual planar elements extends the applicability of quasi-static methods to the region of higher frequencies. The speed and accuracy of the calculation allows to use the method for solving problems of parametric optimization of device characteristics.* ***Practical relevance.*** *Implementation of the method in the form of a computer program allows to use the method in problems of synthesis and parametric optimization of a wide range of planar microwave devices.*

Keywords: *method of moments, the segmentation method, optimization of planar microwave devices, quasistatic analysis, coupled planar resonators.*

Information about Authors

Dmitry Victorovich Denisenko – Doctoral Student. Engineer of the 2nd category. JSC «CNIRTI named after academician A. I. Berg». Field of research: methods of mathematical modeling of microwave devices. E–mail: dima_den@inbox.ru

Vladimir Vasilievich Radchenko – Ph.D. of Engineering Sciences. Head of the laboratory. JSC «CNIRTI named after academician A. I. Berg». Field of research: methods of mathematical modeling of microwave devices. E–mail: optimizer@mail.ru

Address: Russia, Moscow, Novaya Basmannaya str., 20.