

УДК 004.042

## Памяти Юрия Анатольевича Кропотова: задачи анализа и моделирования систем с запаздывающей обратной связью

Ермолаев В. А., Проскуряков А. Ю., Белов А. А., Колпаков А. А.,  
Холкина Н. Е., Бейлекчи Д. В., Жидоморова М. В.

**Постановка задачи:** системы с распределенными параметрами, часто требуют при своем анализе и моделировании учета запаздываний в цепях передачи сигналов. Потребность в учете запаздывания присуща задачам построения моделей систем адаптивной фильтрации и компенсации акустического эха и реверберации в плане повышения устойчивости и разборчивости связи. **Целью работы** является разработка методов анализа и формирования моделей систем обмена информацией с запаздывающей обратной связью, функционирующих в условиях сложной помеховой обстановки. **Используемые методы:** применяемые в работе модели представлены уравнениями двух типов – дифференциальными уравнениями, устанавливающими прямое отображение множества входов на множество выходов модели, и дифференциальными уравнениями в нормальной форме Коши, точнее, уравнениями относительно переменных состояния. **Новизна:** установлена эквивалентность уравнений двух вышеуказанных типов. Модели и соответствующие им уравнения различаются также по характеру запаздывания в цепи обратной связи. Одни модели представлены уравнениями с дискретным запаздыванием, а другие – с распределенным. Первые моделируют явление эха, а вторые – реверберацию, то есть множественный характер отражений. **Результат:** в работе получены уравнения моделей систем с запаздывающей обратной связью. Показана их применимость к задачам анализа систем с акустической обратной связью. Отмечена потенциально высокая чувствительность любых моделей к вариациям трасс распространения отраженных звуковых сигналов, отвечающих за возникновение явлений эха и реверберации, обусловленной множественностью отражений. **Практическая значимость:** в данной работе приведен пример функции распределения запаздываний по величине. Обсуждаются вопросы применения, численного анализа и обобщения представленных моделей.

**Ключевые слова:** системы с распределенными параметрами, запаздывающая обратная связь, телекоммуникационные системы связи, аппроксимация функций распределения, компенсации эха, повышения устойчивости и разборчивости связи.

### Посвящается Юрию Анатольевичу Кропотову

Юрий Анатольевич Кропотов – уроженец г. Бийск Алтайского края, выпускник Томского института радиоэлектроники и электронной техники (1963 г.), научный сотрудник Сибирского физико-технического НИИ при Томском государственном университете, начальник лаборатории Муромского завода Радиоизмерительных приборов и с 1984 г. бессменный Заведующий кафедрой

#### Библиографическая ссылка на статью:

Ермолаев В. А., Проскуряков А. Ю., Белов А. А., Колпаков А. А., Холкина Н. Е., Бейлекчи Д. В., Жидоморова М. В. Памяти Юрия Анатольевича Кропотова: задачи анализа и моделирования систем с запаздывающей обратной связью // Системы управления, связи и безопасности. 2021. № 1. С. 243-254. DOI: 10.24411/2410-9916-2021-10110.

#### Reference for citation:

Ermolaev V. A., Proskuryakov A. Y., Belov A. A., Kolpakov A. A., Kholkina N. E., Beylekchi D. V., Zhidomorova M. V. Dedicated to Yuri Anatolyevich Kropotov: Problems of Analysis and Modeling of Systems with Lagging Inverse Communication. *Systems of Control, Communication and Security*, 2021, no. 1, pp. 243-254 (in Russian). DOI: 10.24411/2410-9916-2021-10110.

рой «Электроника и вычислительная техника» Муромского института – таковы вехи его жизненного пути. В 1975 г. – защита кандидатской и в 2013 г. – докторской диссертаций.

За небольшое время работы на Муромском заводе Радиоизмерительных приборов в рамках выполняемой ОКР, Юрием Анатольевичем была поставлена и решена задача компенсации отражений от подстилающей поверхности, позволившая повысить вероятность обнаружения низколетящих целей. За проведенную работу он был удостоен звания Лучший инженер радиопромышленности СССР. С не меньшей энергией Ю.А. Кропотов принялся в институте за дело развития кафедры, внедрение технологий вычислительной техники, установление связей с другими институтами и научными журналами, поддерживая и подталкивая сотрудников к проведению научных исследований и увеличению числа публикаций. Собственно, современное состояние науки в области систем связи и телекоммуникаций обязано во многом именно ему.

### Введение

Существует много систем, в частности систем с распределенными параметрами, требующих при своем анализе и моделировании учета запаздываний в цепях передачи сигналов. Подобная потребность возникает во многих областях: связи, управления, эпидемиологии, экономики и др. В частности, потребность в учете запаздывания присуща задачам построения моделей систем адаптивной фильтрации и компенсации эха и реверберации в плане повышения устойчивости и разборчивости связи – задаче, поддержанной, как и ряд других задач Ю.А. Кропотовым.

Так, профессором Ю.А. Кропотовым были инициированы циклы работ по аналитической аппроксимации функций плотности вероятностей методами нелинейной регрессии и оптимизации [1, 2]; аппроксимации, сглаживания и прогнозирования временных рядов [3-5]; идентификации параметров динамических систем и адаптивной компенсации эхосигналов [5, 6]; оценивания запаздываний в каналах распространения эхосигналов. Особое значение он придавал прикладным вопросам теорий всплесков, нейронных сетей и нелинейных систем Вольтерра, Винера и Гаммерштейна [7, 8].

Целью многих задач анализа и моделирования систем автоматического управления [9, 10], синхронизации, управления и идентификации [11, 12], лазерной связи, мониторинга и микроскопии [9, 11] с запаздыванием в цепях обратной связи, является нахождение областей устойчивости и притяжения равновесных и/или автоколебательных состояний, а также характеристик последних. В плане возможных применений особый интерес здесь представляют модели нелинейных систем с запаздывающей обратной связью, позволяющие реализовать нужные типы релаксационных автоколебаний, в частности, автоколебания, присущие нейронам живых организмов [10].

По своим свойствам элементы запаздывания принято разделять на дискретные, с фиксированной и переменной величиной запаздывания, распределенные, детерминированные и случайные. Аналогично, по типу запаздывающих элементов классифицируются и системы с запаздывающей обратной свя-

зью, описываемые соответственно дифференциально-разностными и функционально-дифференциальными уравнениями, иначе – уравнениями с последействием и с отклоняющимся аргументом. Широкому применению моделей таких систем способствовали известные работы А.Д. Мышкиса и В.Б. Колмановского, Н.Н. Красовского, Л.Э. Эльсгольца, Дж. Хейла, Р. Беллмана и К. Кука [9-18].

Процессы в системах с запаздыванием описываются как обыкновенными дифференциальными уравнениями, на практике часто высокого порядка, так и эквивалентными им уравнениями состояния – системами уравнений первого порядка в нормальной форме Коши, что в ряде случаев оказывается более естественным и обоснованным [17], в том числе и в части численного анализа [13, 14]. Такое описание, упрощая в ряде случаев декомпозицию рассматриваемой системы, позволяет упростить и ее анализ, как это будет показано ниже на примере системы с акустической обратной связью.

Являясь базовым, этот пример достаточно полно характеризует, являющиеся целью настоящей работы, постановку задач анализа и моделирования систем с запаздывающей обратной связью, в первую очередь распределенного типа. Естественно, это предполагает и анализ свойств систем с акустической обратной связью, методов анализа устойчивости систем, характеристик элементов в цепях прямого и обратного распространения сигналов, особенностей моделирования эха и реверберации, чувствительности систем к возмущениям параметров передачи и распространения сигналов. Рассмотрение ведется, в основном, в линейном приближении, как в частотной, так и во временной области.

### Модели систем с акустической обратной связью

Акустическая обратная связь, характерная для систем озвучивания открытых площадей и разного рода помещений, проявляется в нежелательных явлениях эха и реверберации и, соответственно, в потере устойчивости и/или в снижении разборчивости речи, тракты передачи которой могут, например, походять на передаточные функции полосовых фильтров с заданными характеристиками. Это, в частности, могут быть полосовые фильтры Чебышева, синтезированные по табличным данным, с передаточными функциями вида  $W(s) = P(s)/Q(s)$ , где  $P(s)$  и  $Q(s)$  – многочлены соответствующей степени по переменной Лапласа. В случае фильтра Чебышева шестого порядка (фильтра с тремя парами комплексно сопряженных корней)  $P(s) = \alpha s^3$ , а многочлен  $Q(s) = \prod_{k=1}^3 (s - s_k)(s - s_k^*)$ . Здесь  $s_3$  и  $s_k^*$  – полюсы фильтра, а  $\alpha$  – коэффициент усиления в полосе пропускания. Символ «звездочки» означает операцию комплексного сопряжения.

Использование в целях подавления эха и снижения уровня сигнала реверберации адаптивно настраиваемых заграждающих фильтров с передаточными функциями вида  $W_R(s) = (s^2 + \mu^2)/(s - s_R)(s - s_R^*)$ , где  $s_R$ ,  $s_R^*$  – полюсы, а  $\mu$  – нули, ведет только к увеличению порядка многочленов числителя и знаменателя ре-

зультирующей функции передачи  $W(s)$ , которые можно записать соответственно в виде  $P(s) = \sum_{k=0}^m b_k s^{m-k}$  и  $Q(s) = s^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^{n-k}$ , где  $b_k$  и  $a_k$  их коэффициенты.

Понятно, что знаменатель передаточной функции  $W(s)$  может иметь не только комплексно сопряженные, но и простые корни. Дифференциальное уравнение, отвечающее такой передаточной функции, имеет при этом вид

$$Q(p)x(t) = P(p)u(t), \quad p = \frac{d}{dt}, \quad (1)$$

или

$$\left( p^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k p^{n-k} \right) x(t) = \left( \sum_{k=0}^m b_k p^{m-k} \right) u(t).$$

Здесь функции  $u(t)$  и  $x(t)$  означают соответственно вход и выход тракта прямой передачи речевого сигнала, а  $Q(s) = s^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^{n-k}$  является его характеристическим многочленом. Приведенное линейное дифференциальное уравнение с постоянными параметрами эквивалентно уравнению в переменных состояния

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (2)$$

$$\text{где } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \sum_{k=0}^m b_k p^{m-k} \end{pmatrix} \text{ и } \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{pmatrix},$$

а характеристический многочлен  $Q(s) = s^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^{n-k}$  задается выражением

$$Q(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}).$$

Очевидно, что в силу эквивалентности, решение уравнения (1)  $\hat{x}(t)$ , понимаемое как выход системы, не должно отличаться от решения уравнения (2), точнее, от первого компонента вектора состояний системы  $x_1(t) = \hat{x}(t)$ .

Если блок акустической обратной связи с дискретным запаздыванием  $\tau$  представить аналитической функцией

$$T(s) = \frac{L(s)}{M(s)} e^{-s\tau},$$

то передаточная функция замкнутой системы  $H(s) = \frac{W(s)}{1 - W(s)T(s)}$ , так что

$$\tilde{x}(s) = \frac{P(s)M(s)}{Q(s)M(s) - P(s)L(s)e^{-s\tau}} \tilde{u}(s) \equiv \frac{G(s)}{V(s) - D(s)e^{-s\tau}} \tilde{u}(s).$$

Здесь  $G(s) = P(s)M(s)$ ,  $V(s) = Q(s)M(s)$ ,  $D(s) = P(s)L(s)$  – многочлены, а знак «тильды» над строчной буквой является символом изображения.

Отсюда следует, что дифференциальное уравнение системы с запаздывающей обратной связью дискретного типа имеет вид

$$V(p)x(t) = D(p)x(t - \tau) + G(p)u(t), \quad p = \frac{d}{dt}. \quad (3)$$

Справедливое при озвучивании открытых площадей с четко выраженным эхом, это уравнение требует модификации в части учета множественности путей распространения отраженного звука в замкнутых помещениях, точнее, распределения отражений по величине запаздывания.

Это достигается заменой дифференциально-разностного уравнения (3) уравнением функционально-дифференциальным:

$$V(p)x(t) = D(p) \int_{-r}^0 x(t + \tau) d\varphi(\tau) + G(p)u(t). \quad (4)$$

В области изображений

$$\tilde{x}(s) = \frac{G(s)}{V(s) - D(s) \int_{-r}^0 e^{s\tau} d\varphi(\tau)} \tilde{u}(s).$$

В приведенных уравнениях интегралы – это интегралы Стильеса, а  $\varphi(\tau)$  – функция ограниченной вариации. Если минимальная величина запаздывания больше нуля, то решение уравнения (4), как и уравнения (3), всегда можно найти методом шагов [18].

Нетрудно показать, что эквивалентное (4) уравнение, записанное в переменных состояния, имеет аналогичный (2) вид:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_2 \int_{-r}^t \mathbf{x}(t + \tau) d\varphi(\tau) + \mathbf{B}u(t),$$

где матрица  $\mathbf{A}_1$  подобна матрице  $\mathbf{A}$  из (2), а того же размера матрица  $\mathbf{A}_2$  может быть дополнена рядом нулевых элементов. Более полный анализ подобных уравнений, а именно анализ устойчивости и алгоритмов стабилизации, содержится в работе [17].

### Аппроксимация функций распределения запаздывания

Функции распределения запаздываний по величине  $\varphi(\tau)$  можно ввести, используя любой удовлетворяющий текущим представлениям и имеющимся данным способ аппроксимации. Так, определенный интерес представляет аппроксимация по системе колоколообразных экспоненциальных функций вида

$$\varphi(\tau) = \begin{cases} (1 - e^{-\nu_1(\tau-\tau_0)})e^{-\nu_2(\tau-\tau_0)}, & \tau \in [\tau_0, \tau_a] \\ 0, & \tau \notin [\tau_0, \tau_a] \end{cases}$$

где  $\tau_* = \arg \max_{\tau \in [\tau_0, \tau_a]} (1 - e^{-\nu_1(\tau-\tau_0)})e^{-\nu_2(\tau-\tau_0)} = \tau_0 + \frac{1}{\nu_1} \ln(1 + \xi)$  – точка, в которой эта функция

достигает своего максимального значения  $\varphi_* = (1 - e^{-\nu_1(\tau_*-\tau_0)})e^{-\nu_2(\tau_*-\tau_0)} = \xi(1 + \xi)^{-\frac{1+\xi}{\xi}}$ , а параметр  $\xi = \nu_1 / \nu_2$ .

Форма одной из таких функций приведена на рис. 1.

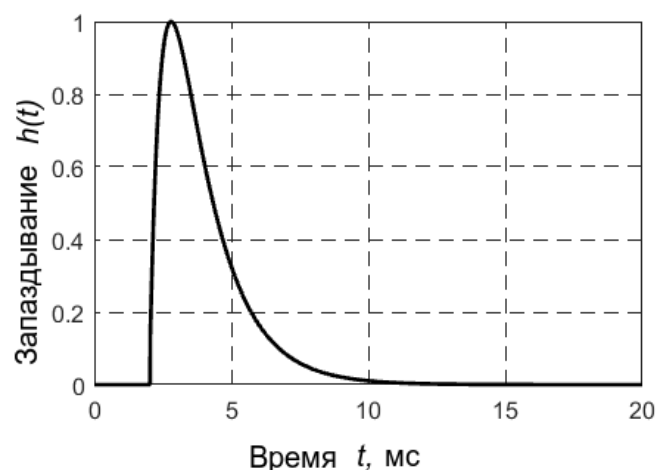


Рис. 1. Зависимость распределения запаздывания  $h(t)$  по величине времени

### Заключение

Рассмотренный в настоящей работе подход к задачам анализа и моделирования систем с запаздыванием применим, конечно, не только к системам с акустической обратной связью, но и к системам автоматического регулирования и управления, лазерного мониторинга и микроскопии, робототехники и человеко-машинных систем и т.п. Точнее, он применим к тому, на что влияют естественные или преднамеренно введенные запаздывания.

В случае акустической обратной связи необходимо учитывать значительную вариативность параметров трасс распространения отраженных сигналов. Так, изменение длины трассы на 15 см сопровождается сдвигом фазы синусоидального сигнала на 0,5 мс, то есть на величину 1/2 периода сигнала частотой 1000 Гц, что может оказать существенное влияние на устойчивость системы в целом.

Обоснование методов получения приведенных в настоящей работе дифференциальных моделей следует из общего их обсуждения в [19], из анализа их характеристик, методов декомпозиции, децентрализации и принципов сравнения. Вопросы машинной реализации методов управления рассматриваются в работе [20], содержащей к тому же доказательство критерия устойчивости Зубова [17] и метода частотного преобразования, решающего задачу локализации корней многочлена в круговой области комплексной плоскости.

Границы устойчивости и чувствительности моделей (1) и (4) к возмущениям находились известными численными методами соответственно частотного анализа Найквиста – Цыпкина [20, 21] и анализа функционалов Ляпунова – Красовского [10, 15, 21, 22].

### Литература

1. Ермолаев В. А., Кропотов Ю. А. Метод барьерных функций в задаче оценивания параметризованной аппроксимации плотности вероятностей с ограничениями // Известия высших учебных заведений. Физика. 2013. Том 56. № 9-2. С. 209-211.

2. Кропотов Ю. А. Методы оценивания моделей плотности вероятностей акустических сигналов в телекоммуникациях аудиообмена // Системы управления, связи и безопасности. 2017. № 1. С. 26-39.
3. Ермолаев В. А., Кропотов Ю. А. Методы локального анализа и сглаживание временных рядов и дискретных сигналов // Математическое моделирование. 2017. Том 29. № 2. С. 119-132.
4. Ермолаев В. А., Кропотов Ю. А. Методы обработки и моделирования сигналов в информационно-управляющих системах. – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2013. – 228 с.
5. Ермолаев В. А., Кропотов Ю. А., Проскуряков А. Ю. Методы анализа сигналов в информационно-управляющих системах. Монография. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. – 187 с.
6. Ермолаев В. А., Ерёменко В. Т., Карасёв О. Е., Кропотов Ю. А. Идентификация моделей дискретных линейных систем с переменными, медленно изменяющимися параметрами // Радиотехника и электроника. 2010. Том 55. № 1. С. 57–62.
7. Кропотов Ю. А., Проскуряков А. Ю., Белов А. А. Вейвлет-обработка временных рядов для повышения точности представления информации // Сборник трудов ИТНТ-2018. – Самара, 2018. – С. 1499-1507.
8. Kropotov Y. A., Ermolaev V. A., Proskuryakov A. Y. Identification of the acoustic signal models of audio exchange systems under conditions of interference and acoustic feedback // Computer Optics. 2020. Vol. 44. № 6. P. 454-465. doi: 10.18287/2412-6179-CO-655
9. Lakshmanan M., Senthilkumar D. V. Dynamics of nonlinear time delay systems. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. – 313 p.
10. Wu F., Hu S. Razumikhin-type theorems on general decay stability and robustness for stochastic functional differential equations // Int. J. Robust. Nonlinear Control. 2012. № 22. P. 763-777.
11. Erneux T. Applied delay differential equations. – New York: Springer, 2009. – 204 p.
12. Atay F. M. (ed.) Complex time-delay systems. - Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. – 325 p.
13. Bellen A., Zennaro M. Numerical methods for delay differential equations. – Oxford: Clarendon press, 2003. – 395 p.
14. Fridman E. Tutorial on Lyapunov-based methods for time-delay systems // European Journal of control. 2014. № 20. P. 271-283.
15. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. – М.: Физматлит, 1959. – 212 с.
16. Красовский Н. Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.
17. Зубов В. И. Лекции по теории управления движением. – М.: Наука, 1975. – 496 с.
18. Эльсгольц Л. Э., Норкин С. Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971. – 296 с.
19. Воронов А. А. Введение в динамику сложных управляемых систем. – М.: Наука, 1985. – 352 с.

20. Воронов А. А. Теория автоматического управления. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления. М.: Высшая школа, 1986. 367 с.

21. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. – М.: Наука, 1979. – 336 с.

22. Горбунов А. В., Каменецкий В. А. Метод функций Ляпунова для построения областей притяжения систем с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2005. № 10. С. 42-53.

### References

1. Ermolaev V. A., Kropotov Y. A. Method of barrier function for evaluating parameterized probability density approximation restricted. *Russian Physics Journal*, 2013, vol. 56, no. 9-2, pp. 209-211 (in Russian).

2. Kropotov Y. A. Methods of estimation models of the acoustic signals probability density in telecommunications audio-exchange systems. *Systems of Control, Communication and Security*, 2017, no. 1, pp. 26-39. Available at: <http://sccs.intelgr.com/archive/2017-01/03-Kropotov.pdf> (accessed 6 February 2021) (in Russian).

3. Ermolaev V. A., Kropotov Yu. A. Methods of local analysis and smoothing of time series and discrete signals. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2017, vol. 29, no. 2, pp. 119-132. Available at: <http://www.mathnet.ru> (accessed 6 February 2021) (in Russian).

4. Ermolaev V. A., Kropotov Yu. A. *Metody obrabotki i modelirovaniya signalov v informacionno-upravljajushhikh sistemah* [Methods of processing and modeling signals in information control systems]. Murom, Publishing and Printing Center MIVISU, 2013. 228 p. (in Russian).

5. Ermolaev V. A., Kropotov Yu. A., Proskuryakov A. Y. *Metody analiza signalov v informacionno-upravljajushhikh sistemah: monografiya* [Methods for analyzing signals in information management systems: monograph]. Saarbrücken, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 187 p. (in Russian).

6. Ermolaev V.A., Eremenko V.T., Karasev O.E., Kropotov Y.A. *Identifikacija modelej diskretnyh linejnyh sistem s peremennymi, medlenno izmenjajushhimisja parametrami* [Identification of models for discrete linear systems with variable, slowly varying parameters]. *Radiotekhnika i jelektronika*, 2010, vol. 55, no. 1, pp. 57-62 (in Russian).

7. Kropotov Y. A., Proskuryakov A. Y., Belov A. A. *Vejvlet-obrabotka vremennyh rjadov dlja povyshenija tochnosti predstavlenija informacii* [Wavelet processing of time series to improve the accuracy of information representation]. *Proceedings of conference Information technology and nanotechnology ITNT-2018*, 2018, vol. 1, pp. 1499-1507 (in Russian).

8. Kropotov Y. A., Ermolaev V. A., Proskuryakov A. Y. Identification of the acoustic signal models of audio exchange systems under interference and acoustic feedback conditions. *Computer Optics*, 2020, no. 44 (3), pp. 454-465 (in Russian).

9. Lakshmanan M., Senthilkumar D. V. *Dynamics of nonlinear time delay systems*. Berlin, Springer, 2010. 313 p.



10. Wu F., Hu S. Razumikhin-type theorems on general decay stability and robustness for stochastic functional differential equations. *Int. J. Robust. Nonlinear Control*, 2012, no. 22, pp. 763-777.
11. Erneux T. *Applied delay differential equations*. New York: Springer, 2009. 204 p.
12. Atay F. M. *Complex time-delay systems*. Berlin, Springer, 2010. 325 p.
13. Bellen A., Zennaro M. *Numerical methods for delay differential equations*. Oxford: Clarendon press, 2003. 395 p.
14. Fridman E. Tutorial on Lyapunov-based methods for time-delay systems. *European Journal of control*, 2014, no. 20, pp. 271-283.
15. Krasovskii N. N. *Nekotorye zadachi teorii ustojchivosti dvizheniya*. [Some problems in the theory of stability of motion]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1959. 212 p. (in Russian).
16. Krasovskii N. N. *Teoriya upravleniya dvizheniem*. [The theory of motion control]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 476 p. (in Russian).
17. Zubov V. I. *Lektsii po teorii upravleniya dvizheniyem* [Lectures on the theory of motion control]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 496 p. (in Russian).
18. Elsgolts L. E., Norkin S. B. *Vvedeniye v teoriyu differentsial'nykh uravneniy s otklonyayushchimsya argumentom* [Introduction to the theory of differential equations with deviating argument]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 296 p. (in Russian).
19. Voronov A. A. *Vvedeniye v dinamiku slozhnykh upravlyayemykh system* [Introduction to the dynamics of complex controlled systems]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 352 p. (in Russian).
20. Voronov A. A. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Teoriya lineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control. Theory of linear automatic control systems]. Moscow, Higher school Publ., 1986. 367 p. (in Russian).
21. Voronov A. A. *Ustoychivost, upravlyayemost, nablyudayemost* [Stability, controllability, observability]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 336 p. (in Russian).
22. Gorbunov A. V., Kamenetsky V. A. Attraction domains of delay systems: construction by the Lyapunov function method. *Automation and Remote Control*, 2005, no. 10, pp. 42-53 (in Russian).

Статья поступила 08 января 2021 г.

### Информация об авторах

*Ермолаев Валерий Андреевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых». Область научных интересов: телекоммуникационные системы, математическое моделирование, нейронные сети, обработка акустических сигналов. E-mail: valeermolaev@yandex.ru

*Проскуряков Александр Юрьевич* – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Алек-

сандра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: прогнозирование данных, нейронные сети, обработка и предсказание данных в экономических системах. Тел.: +7(49234)772-72. E-mail: alexander.prosk.murom@gmail.com

*Белов Алексей Анатольевич* – кандидат технических наук, доцент, и.о. заведующий кафедрой «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: телекоммуникационные системы мониторинга, обработка данных, методы вейвлет-преобразования. Тел.: +7(49234)772-72. E-mail: aleks.murom@mail.ru

*Колпаков Александр Анатольевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: параллельная обработка информации, гетерогенные вычислительные системы, системы телекоммуникаций обмена информацией. Тел.: +7(49234)772-72. E-mail: dest.087@gmail.com

*Холкина Наталья Евгеньевна* – старший преподаватель кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: программирование, микропроцессорные системы, системы связи и обработки речевой информации. Тел.: +7(49234)772-72. E-mail: holnatly@yandex.ru

*Бейлекчи Дмитрий Владимирович* – кандидат технических наук, ведущий электроник кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: микропроцессорные системы, системы телекоммуникаций, системы оперативно-командной связи. Тел.: +7(49234)772-72. E-mail: dmibei@yandex.ru

*Жидоморова Мария Владимировна* – специалист по учебно-методической работе кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: телекоммуникационные системы громкоговорящей и оповещения. Тел.: +7(49234)772-72. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.

Адрес: Россия, 602264, г. Муром, ул. Орловская, д. 23.

## Dedicated to Yuri Anatolyevich Kropotov: Problems of Analysis and Modeling of Systems with Lagging Inverse Communication

V. A. Ermolaev, A. Y. Proskuryakov, A. A. Belov, A. A. Kolpakov,  
N. E. Kholkina, D. V. Beylekchi, M. V. Zhidomorova

**Statement of the problem:** systems with distributed parameters often require, in their analysis and modeling, taking into account delays in signal transmission circuits. The need to take into account the lag is inherent in the problems of constructing models of systems for adaptive filtering and compensation of acoustic echo and reverberation in terms of increasing the stability and intelligibility of communication. **The purpose** of the work is to develop methods of analysis and formation of models of information exchange systems with delayed feedback, functioning in a difficult interference environment. **Used methods:** the models used in the work are represented by equations of two types - differential equations that establish a direct mapping of the set of inputs to the set of outputs of the model, and differential equations in Cauchy normal form, more precisely, equations in state variables. **The scientific novelty** the equivalence of the equations of the two above types has been established. The models and their corresponding equations also differ in the nature of the delay in the feedback loop. Some models are represented by equations with discrete delay, while others - with distributed one. The former simulate the echo phenomenon, and the latter simulate reverberation, that is, the multiple nature of reflections. **Results:** the paper obtained equations for models of systems with delayed feedback. Their applicability to the problems of analyzing systems with acoustic feedback is shown. Potentially high sensitivity of any models to variations in the propagation paths of reflected sound signals, which are responsible for the occurrence of echo and reverberation phenomena caused by the multiplicity of reflections, is noted. **Practical value:** this paper gives an example of the distribution function of delays in magnitude. The questions of application, numerical analysis and generalization of the presented models are discussed.

**Key words:** systems with distributed parameters, delayed feedback, telecommunication communication systems, approximation of distribution functions, echo compensation, increasing the stability and intelligibility of communication.

### Information about Authors

*Valeryi Andreevich Ermolaev* – Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: telecommunication systems, mathematical modeling, neural networks, processing of acoustic signals. Ph.: +7(49234)77272. E-mail: valeermolaev@yandex.ru

*Aleksandr Yurievich Proskuryakov* – Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: data prediction, neural networks, data processing and prediction in economic systems. Ph.: +7(49234)77272. E-mail: alexander.prosk.murom@gmail.com

*Aleksey Anatolievich Belov* – Ph.D. of Engineering Sciences, acting head of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: telecommunication system monitoring, data processing, wavelet transform techniques. Ph.: +7(49234)77272. E-mail: aleks.murom@mail.ru

*Aleksandr Anatolyevich Kolpakov* – Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: parallel information processing, heterogeneous computing systems, tele-

communication systems for information exchange. Ph.: +7(49234)77272. E-mail: dest.087@gmail.com

*Natalya Evgenievna Kholkina* – Senior Lecturer of chair «Electronics and Computer Science». Murom Institute (branch) «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: programming, microprocessor systems, communication systems and speech information processing. Tel.: +7 (49234)772-72. E-mail: holnatly@yandex.ru

*Dmitryi Vladimirovich Beilegchi* – Senior Lecturer of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: microprocessor-based systems, telecommunications systems, operational and command communications. Ph.: +7(49234)77272. E-mail: dmibei@yandex.ru

*Maria Vladimirovna Zhidomorova* – specialist in educational and methodical work of chair «Electronics and Computer Science». Murom Institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Research interests: loudspeaker and warning telecommunication systems. Tel.: +7 (49234) 772-72. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru.

Address: Russia, 602264, Murom, st. Orlovskaya, h. 23.