

УДК 681.5

## Алгоритмы управления строем автономных беспилотных летательных аппаратов самолетного типа с помощью метода векторного поля

Муслимов Т. З.\*

\*научный руководитель – профессор кафедры автоматизации технологических процессов Уфимского государственного авиационного технического университета  
д.т.н. профессор Р. А. Мунасыпов

**Постановка задачи:** несмотря на значительный объем исследований в области управления коллективным движением автономных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), задача автоматического полета больших децентрализованных групп (роев) БПЛА в реальных условиях по-прежнему остается актуальной. В особенности это относится к БПЛА самолетных схем вследствие их ограниченной маневренности и необходимости поддержания минимальной скорости полета. **Целью работы** является разработка децентрализованных алгоритмов управления группами БПЛА на основе метода векторного поля при реализации и поддержании строя/формации, позволяющих получать произвольную геометрическую форму группы. При этом должны учитываться особенности нелинейной и неопределенной динамики систем «автопилот-БПЛА», что позволит применять разработанные алгоритмы в реальных условиях. **Используемые методы:** решение задачи формирования и поддержания строя БПЛА решается в рамках согласованного следования пути (coordinated path following) на основе метода векторного поля. В данном подходе предполагается, что путевые точки соединяются через предельные множества в виде прямых и окружностей, к которым асимптотически стремятся БПЛА в полете. Вместе с тем одновременно осуществляется не только выход всех БПЛА на заданные расстояния относительно данных предельных множеств, но и полнотой децентрализованный сбор группы в заданную геометрическую форму строя на основе консенсуса. **Новизна:** элементом новизны представленного решения является работа групповых регуляторов скоростей каждого БПЛА с самого начала формирования строя, т.е. еще до выхода на требуемый путь, что обеспечивается за счет асимптотической устойчивости в целом. Кроме того, к элементам новизны стоит отнести применение архитектуры децентрализованного взаимодействия на основе консенсуса к нелинейным агентам-БПЛА через нелинейные законы и команды управления. **Результат:** использование представленного решения позволяет не только ускорить сбор группы БПЛА в заданную форму строя, но и устранить часто встречающееся допущение о строгом выдерживании всеми БПЛА заданного пути в полете. Таким образом, устойчивость строя БПЛА сохраняется даже в случае отклонения аппаратов от следования пути по какой-либо причине, например, из-за сдвига ветра. При этом порядок используемых моделей БПЛА может быть повышен, что позволит учесть неопределенную динамику систем «автопилот-БПЛА» с помощью адаптивного управления. **Практическая значимость** заключается в том, что полученные научные результаты могут использоваться в создании систем группового управления БПЛА самолетного типа, необходимых для решения таких практических задач как совместное обследование территорий, патрулирование и поиск, локализация вражеского радара, радиоэлектронное подавление, преодоление противовоздушной обороны (ПВО) противника с помощью ложных целей, совместное наведение на цель, построение антенных решеток из БПЛА, измерение профилей ветра для метеорологических исследований, автоматическая дозаправка в воздухе, увеличение полезной нагрузки или дальности за счет снижения индуктивного сопротивления в случае полета плотным строем и др.

**Ключевые слова:** роевое поведение, рой БПЛА, полет строем, децентрализованное управление, мультиагентный подход, групповое управление, коллективное управление, координированное наведение.

### Библиографическая ссылка на статью:

Муслимов Т. З. Алгоритмы управления строем автономных беспилотных летательных аппаратов самолетного типа с помощью метода векторного поля // Системы управления, связи и безопасности. 2019. № 4. С. 187-214. DOI: 10.24411/2410-9916-2019-10407.

### Reference for citation:

Muslimov T. Z. Algorithms of Autonomous Fixed-wing UAVs Formation Control via Vector Field Method. *Systems of Control, Communication and Security*, 2019, no. 4, pp. 187-214. DOI: 10.24411/2410-9916-2019-10407 (in Russian).

### Актуальность работы и обзор научной разработанности темы

Роевое и стайное поведение живых организмов [1], а также коллективное движение в физико-химических процессах [2] достаточно часто встречается в природе. Одна из характерных особенностей данных явлений выражается в децентрализованном взаимодействии на основе локальных правил, приводящем к реализации сложного поведения всей группы. Стремительное развитие технологий приводит к тому, что технические системы, функционирующие подобным образом, в последние годы широко изучаются на основе мультиагентного/многоагентного подхода в целях разработки стратегий управления автономными действиями групп мобильных роботов разных типов [3-9]. Именно скоординированные действия коллектива автономных роботов позволяют успешно решать сложные задачи, выполнение которых невозможно при использовании одиночных аппаратов [10].

Вышесказанное относится и к автономным действиям беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) [11]. Изучение проблем управления строем/формацией (formation control) БПЛА привлекает все большее внимание исследователей всего мира, поскольку именно применение групп автономных летательных аппаратов, сохраняющих заданные относительные расстояния, открывает большие перспективы в решении самых различных прикладных задач, таких как картографирование местности, совместное наведение на цель, радиоэлектронное подавление, поиск и локализация объектов, построение летающих фазированных антенных решеток и др [12]. Значительное количество публикаций в последнее время посвящено управлению группами квадрокоптеров [13] и автономных вертолетов. Однако БПЛА самолетного типа могут быть более предпочтительны для многих типов миссий, таких как патрулирование, наблюдение, разведка и т.п. БПЛА этого типа обладают определенными особенностями динамики, которые необходимо учитывать при проектировании законов управления для них. В эти особенности входят необходимость поддержания минимальной постоянной скорости в полете, а также неголономная динамика самого БПЛА.

В известных публикациях наиболее распространенными методами управления строем БПЛА являются: «ведущий/лидер – ведомые», виртуальные лидеры, векторные поля следования пути (path following), полностью децентрализованные подходы на основе консенсуса, подходы на основе нечеткой логики. Нужно отметить, что во многих работах, исследующих именно децентрализованное управление группами, модели динамики БПЛА рассматриваются в упрощенном виде как точечные массы или линейные интеграторы. Вследствие таких упрощений получаемые законы управления оказываются работоспособными лишь вблизи положения равновесия из-за отсутствия асимптотической устойчивости в целом.

Корни задачи полета строем автономных БПЛА самолетного типа уходят в изучение автоматического полета строем пилотируемых самолетов. Данные вопросы рассматривались, например, еще в 60-80-е гг. XX века в работах отечественных исследователей [14], [15]. В частности, в [14] анализируется строй самолетов вида «кильватер», при этом структура взаимодействия строя самолете-

тов, для которого проводится моделирование, представляет собой схему «ведущий–ведомые» в виде односторонней направленной «открытой цепи» с отсутствием обратной связи от «ведомых» к впереди летящим самолетам. Соответственно, желаемая дистанция задается только на «ведущем» самолете, при этом команда управления от «ведущего» передается к последнему «ведомому» по цепочке через все предыдущие «ведомые». С учетом инерционности летательных аппаратов это приводит к возникновению колебаний по отношению к средней дистанции между самолетами, причем чем дальше «ведомый» самолет находится от «ведущего», тем более значительно будут проявляться данные колебания (на первом «ведомом» они практически не обнаруживаются), что в результате налагает значительные ограничения на масштабируемость системы. Кроме того, нужно отметить, что в данной работе строй осуществляющих автоматический полет самолетов линеаризуется вблизи положения равновесия системы, что влечет за собой ограничения применимости данного подхода в случае произвольных начальных положений летательных аппаратов. В некоторых современных публикациях полет строем также рассматривается в рамках схемы «ведущий (лидер) – ведомые» в линейной постановке [16].

Пионерскими работами в данной области в зарубежной литературе можно считать [17, 18], где была реализована система для автоматического полета плотным строем двух самолетов, однако при этом один из самолетов являлся ведущим, а другой – ведомым. Так же, как и в вышеупомянутых публикациях, уравнения строя самолетов как объекта управления записывались после предварительной линеаризации вблизи положения равновесия. Вследствие этого далее применялась теория линейных систем управления для получения регулятора группового управления строем.

В целом, децентрализованное управление большой группой БПЛА представляет собой сложную научно-техническую проблему и может решаться в рамках иерархического управления с созданием системы поддержки принятия решений [19]. Соответственно на высоких уровнях данной системы должны решаться вопросы планирования [20], а на более низких – траекторно-навигационные задачи формирования строя. В данной работе рассматривается именно последний класс задач в контексте согласованного следования пути (coordinated path following), когда БПЛА группы асимптотически стремятся к заданному пути в виде предельного множества, в то же время выстраивая геометрическую форму строя. При этом учитывается нелинейная динамика систем «автопилот – БПЛА», и вследствие асимптотической устойчивости в целом разработанных законов управления начальное положение каждого из БПЛА в группе может быть сколь угодно удалено от положения равновесия. Вместе с тем взаимодействие в группе происходит децентрализованно по принципу «сосед-с-соседом», т.е. каждый из аппаратов получает данные только о соседних с ним БПЛА, что соответствует концепции роевого поведения автономных роботов.

В статье [21] в отличие от данной работы задача управления строем БПЛА рассматривается на основе подхода «ведущий – ведомые» и, кроме того, на нижнем уровне управления предлагается использовать контуры выдержива-

ния перегрузок и угла крена. При этом необходимым условием реализации такой системы управления является информационный обмен данными в группе. В работе [22] также применяется подход «ведущий – ведомые», и вместе с тем как уравнения движения БПЛА, так и уравнения относительного движения для ведомых исследуются в линеаризованном виде. В работах [23, 24] строй БПЛА изучается как линейная система с точки зрения теории оптимального управления. Причем для моделирования в [24] используются линеаризованные модели БПЛА, а группе ставится задача выхода в требуемые точки с заданным курсом. Однако относительные расстояния выдерживаются через поддержание интервалов между БПЛА без управления дистанциями между ними, что не позволяет получать произвольную желаемую форму строя.

В [25] модели БПЛА в отличие от данной работы выбираются по сути в виде линейных интеграторов, поскольку коэффициенты в нелинейных слагаемых, учитывающих аэродинамические эффекты, предполагаются малыми и их влияние, следовательно, считается несущественным. В [26] исследуется задача согласованного наведения группы на движущуюся цель, причем каждый из летательных аппаратов рассматривается как материальная точка, обладающая инерционностью, что может затруднить применимость для БПЛА самолетных схем, обладающих неголономностью.

В статьях [27, 28] проводится синтез оптимального управления группой автономных аппаратов (агентов), в том числе БПЛА. При этом в отличие от данной работы предполагается, что каждый из агентов способен обмениваться данными о состояниях со всеми остальными в группе, что может вызвать трудности в масштабируемости системы при большом количестве агентов. В [28] также проводилась проверка предложенных решений с помощью моделирования на линейных моделях БПЛА, а форма строя поддерживалась только с помощью интервалов.

В [29] рассматривается подход к решению проблемы управления большими плотными группами БПЛА как системами с распределенными параметрами, однако в отличие от данной статьи постановка задачи дана в обобщенном виде с целью обеспечения заданной топологии роя БПЛА без детального обсуждения динамики самих аппаратов.

В статье [30] используются линейные модели агентов-БПЛА, не учитывающие ограничения на входные сигналы реальных систем «автопилот–БПЛА», и, кроме того, предполагается, что каждый аппарат взаимодействует с каждым. Главное отличие предлагаемого в данной статье подхода от рассмотренного в [31] состоит в структуре взаимодействия между БПЛА, поскольку в этой статье граф, описывающий структуру взаимодействия, является сильно связным, а не односторонним направленным.

### Постановка задач

В качестве инерциальной системы координат (ИСК) выбирается связанная с Землей система координат «север-восток-вниз» (north-east-down или NED)  $F^{NED}(O, \mathbf{i}^i, \mathbf{j}^j, \mathbf{k}^k)$  [32]. Начало отсчета  $O$  находится на поверхности Земли,

обычно в начале взлетной полосы. Единичный вектор  $\mathbf{i}^i$  указывает в северном направлении, задавая ось, указывающую на север (или северную ось) в ИСК. Единичный вектор  $\mathbf{j}^i$  указывает в восточном направлении, задавая ось, указывающую на восток (или восточную ось) в ИСК. Единичный вектор  $\mathbf{k}^i$  указывает вертикально вниз перпендикулярно поверхности Земли, задавая ось, указывающую на центр Земли в ИСК. Все три единичных вектора образуют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов.

В данной работе предполагается, что каждый из БПЛА оснащен стандартным настроенным автопилотом, который способен как стабилизировать угловые положения БПЛА по тангажу, крену и рысканию, так и отслеживать команды по путевому углу, воздушной скорости и высоте полета. При этом для краткости вводится допущение об отсутствии ветра, поэтому вместо путевого угла можно рассматривать угол курса, а воздушная скорость оказывается равной путевой скорости. Соответственно, для аналитического исследования модель системы «автопилот – летательный аппарат» может быть приближенно представлена системой второго порядка в предположении, что контур выдерживания скорости обладает достаточным быстродействием:

$$\dot{p}_e = v^c \sin \chi, \quad \dot{p}_n = v^c \cos \chi, \quad \dot{\chi} = \frac{1}{\alpha_\chi} (\chi^c - \chi) \quad (1)$$

где:  $p_e$  – значение координаты БПЛА вдоль оси, указывающей на восток в ИСК;  $p_n$  – значение координаты БПЛА вдоль оси, указывающей на север в ИСК;  $\chi$  – текущий курсовой угол;  $\chi^c$  – входной сигнал контура выдерживания курсового угла;  $v^c$  – входной сигнал контура выдерживания скорости;  $\alpha_\chi$  – положительная константа контура выдерживания курса, зависящая от реализации автопилота и аппаратных характеристик БПЛА.

Динамика БПЛА (1) в случае практической реализации при этом предполагает следующие ограничения на входные команды, называемые также ограничениями Дубинса:

$$U \triangleq \{v^c, \dot{\chi}^c \mid 0 < v_{\min} \leq v^c \leq v_{\max}, -\dot{\chi}_{\max} \leq \dot{\chi}^c \leq \dot{\chi}_{\max}\}, \quad (2)$$

где:  $v_{\min}$  – минимальная скорость полета БПЛА, которая должна быть выбрана с учетом скорости сваливания;  $v_{\max}$  – максимальная скорость полета;  $\dot{\chi}_{\max} > 0$  – максимальное значение производной угла курса, которое может быть найдено через максимальный угол крена и минимальную скорость полета.

Одним из стандартных методов, используемых в автопилоте для предотвращения эффекта интегрального насыщения, является метод обратного счета (back-calculation). Данный метод применяется в полной модели строя БПЛА в случае численной проверки разработанных алгоритмов управления.

Модель на уровне наведения, для которой и необходимо сформировать стратегию согласованного (координированного) отслеживания пути, представлена в более простом виде модели уницикла:

$$\dot{p}_e = v^c \sin \chi^c, \quad \dot{p}_n = v^c \cos \chi^c. \quad (3)$$

При этом учет ограничений вследствие эффекта интегрального насыщения входных команд управления (2) также должен соблюдаться. Хорошо известно, что модель (3) обладает следующей неголономной связью, которую нужно принимать во внимание при синтезе законов управления:

$$\dot{p}_e \cos \chi^c - \dot{p}_n \sin \chi^c = 0.$$

В реальности система «автопилот-БПЛА» имеет гораздо более высокий порядок, поэтому для применения адаптивного управления возникает необходимость повышения порядка системы (3), что можно осуществить следующим образом, если контуры выдерживания скорости и курсового угла считать асимптотически устойчивыми контурами первого порядка:

$$\begin{aligned} \dot{p}_e &= v^a \sin \chi, \\ \dot{p}_n &= v^a \cos \chi, \\ \dot{\chi} &= \frac{1}{\alpha_\chi} (\chi^c - \chi), \\ \dot{v}^a &= \frac{1}{\alpha_v} (v^c - v^a), \end{aligned} \tag{4}$$

где:  $v^a$  – воздушная скорость БПЛА,  $\alpha_v$  – положительная константа контура выдерживания воздушной скорости, зависящая от реализации автопилота и аппаратных характеристик БПЛА.

В литературе по тематике многоагентных/мультиагентных систем под агентом обычно понимается динамическая система, в данной работе мы будем понимать под агентом также автономный БПЛА.

Хотя сам строй БПЛА может иметь трехмерную геометрическую форму, для краткости рассматривается задание формы в проекции на горизонтальную плоскость в ИСК с учетом выдерживания каждым БПЛА своей высоты полета. Будем исследовать формацию (строй) БПЛА самолетного типа как многоагентную систему, состоящую из  $N$  автономных агентов, где  $N \geq 2$ . Обозначим множество всех агентов как  $\mathcal{N}_i$ . Изначально аппараты могут находиться на любом расстоянии от финального пути, при этом конфигурацию их взаимодействия можно без потери общности представить как сильно связный граф

$$\mathcal{G} \triangleq (\mathcal{Q}, \mathcal{E}), \tag{5}$$

где множеством вершин графа  $\eta_i \in \mathcal{Q}$  является  $i$ -й агент-БПЛА, а каждая дуга в множестве  $\mathcal{E}$ , ведущая из вершины  $\eta_i$  в вершину  $\eta_j$ , означает, что агент  $\eta_i$  получает данные об относительном положении агента  $\eta_j$ .

Следовательно, множество дуг  $\mathcal{E}$  показывает заданные правила взаимодействия между агентами-БПЛА, в данной работе выбранные в следующем виде:

$$\mathcal{E} = \{(1,2), (2,1), (2,3), \dots, (N-1, N), (N, N-1)\}.$$

Таким образом, архитектура взаимодействия между БПЛА в группе представляет собой «открытую цепь». Множество соседних для  $i$ -го агентов обозначим как  $\mathcal{N}_i$ .

Будем рассматривать два вида пути – прямолинейный и круговой в качестве базовых, из которых возможно построение более сложных путей, подходящих для разных типов миссий БПЛА [32]. Также возможен сбор и дальнейший полет формации (строя) на основе общего конечного курсового угла.

Круговой путь  $P_{orbit}$  задается как множество векторов  $\mathbf{y}$  следующим образом через центр  $\mathbf{c} = (c_e, c_n, c_d) \in \mathbb{R}^3$ , радиус  $\rho \in \mathbb{R}$  и направление вращения  $\lambda \in \{-1, 1\}$ :

$$P_{orbit}(\mathbf{c}, \rho, \lambda) = \left\{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{y} = \mathbf{c} + \lambda \rho (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)^T, \varphi \in [0, 2\pi) \right\}, \quad (6)$$

где  $c_e$  – значение координаты центра окружности вдоль оси, указывающей на восток в ИСК;  $c_n$  – значение координаты центра окружности вдоль оси, указывающей на север в ИСК;  $c_d$  – значение координаты центра окружности вдоль оси, указывающей на центр Земли;  $\lambda = 1$  определяет движение по часовой стрелке, а  $\lambda = -1$  – против часовой стрелки;  $\varphi$  – текущий фазовый угол аппарата.

Прямолинейный путь  $P_{line}$  зададим как множество векторов  $\mathbf{x}$  таким образом:

$$P_{line}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{x} = \mathbf{r} + \lambda \mathbf{q} \right\}, \quad (7)$$

где  $\lambda = \pm 1$  определяет направление движения вдоль линии;  $\mathbf{r} = (r_e, r_n, r_d) \in \mathbb{R}^3$  – начало пути (можно принять как начало координат ИСК), причем  $r_e$  – значение координаты вектора  $\mathbf{r}$  вдоль оси, указывающей на восток в ИСК,  $r_n$  – значение координаты вектора  $\mathbf{r}$  вдоль оси, указывающей на север в ИСК,  $r_d$  – значение координаты вектора  $\mathbf{r}$  вдоль оси, указывающей на центр Земли в ИСК;  $\mathbf{q} = (q_e, q_n, q_d) \in \mathbb{R}^3$  – единичный вектор, задающий направление пути и в итоге конечный путевой угол строя БПЛА, причем  $q_e$  – значение координаты вектора  $\mathbf{q}$  вдоль оси, указывающей на восток в ИСК,  $q_n$  – значение координаты вектора  $\mathbf{q}$  вдоль оси, указывающей на север в ИСК,  $q_d$  – значение координаты вектора  $\mathbf{q}$  вдоль оси, указывающей на центр Земли в ИСК

На основе введенных выше определений могут быть сформулированы следующие задачи согласованного следования пути для группы БПЛА.

**Задача 1.** Синтезировать законы управления для курсовых углов и скоростей БПЛА, использующие измерения относительных координат, собственные состояния  $i$ -го БПЛА  $(p_{e,i}, p_{n,i}, v_i, \chi_i)$  и состояния соседних БПЛА в случае информационного обмена данными  $(p_{e,j}, p_{n,j}, v_j, \chi_j)$  для всех  $j \in \mathcal{N}_i$ , и обеспечивающие на основе децентрализованной архитектуры взаимодействия, представ-

ленной в графе (5), выполнение следующих условий в случае прямолинейного пути:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} p_{e,i} - p_{e,j} \\ p_{n,i} - p_{n,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{d,ij}^e \\ p_{d,ij}^n \end{bmatrix}, \forall i \in \mathcal{N}_i, j \in \mathcal{N}_j,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_i = v_{cruise}, \forall i \in \mathcal{N}_i,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} p_{e,i} \\ p_{n,i} \end{bmatrix} = P_{line}, \forall i \in \mathcal{N}_i,$$

где:  $\begin{bmatrix} p_{d,ij}^e & p_{d,ij}^n \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2$  – вектор желаемых относительных расстояний между  $i$ -м и  $j$ -м соседними БПЛА (таким образом конечная геометрическая форма строя может быть произвольной заранее выбранной);  $p_{d,ij}^e$  – значение желаемого относительного расстояния вдоль оси, указывающей на восток в ИСК,  $p_{d,ij}^n$  – аналогичное расстояние вдоль оси, указывающей на север в ИСК;  $v_{cruise}$  – конечная крейсерская скорость полета строя;  $v_i, \chi_i$  – соответственно скорость и курс  $i$ -го БПЛА,  $v_j, \chi_j$  – те же величины  $j$ -го БПЛА;  $p_{e,i}$  – координата  $i$ -го БПЛА вдоль оси, указывающей на восток в ИСК, а  $p_{e,j}$  – та же координата  $j$ -го БПЛА;  $p_{n,i}$  – координата  $i$ -го БПЛА вдоль оси, указывающей на север в ИСК, а  $p_{n,j}$  – та же координата  $j$ -го БПЛА.

В случае следования пути в виде окружности должно быть гарантировано выполнение таких условий:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\varphi_i - \varphi_j] = [\varphi_{d,ij}], \forall i \in \mathcal{N}_i, j \in \mathcal{N}_j,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_i = v_{cruise}, \forall i \in \mathcal{N}_i,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} p_{e,i} \\ p_{n,i} \end{bmatrix} = P_{orbit}, \forall i \in \mathcal{N}_i,$$

где:  $\varphi_i$  – фазовый угол вращения  $i$ -го БПЛА вокруг центра пути  $P_{orbit}$  (6),  $\varphi_j$  – тот же фазовый угол  $j$ -го БПЛА,  $\varphi_{d,ij}$  – желаемый угол сдвига фаз между  $i$ -м и  $j$ -м соседними БПЛА.

При этом законы управления должны учитывать кинематические ограничения Дубинса (2).

**Задача 2.** Синтезировать алгоритмы управления на основе законов управления, обеспечивающие формирование и поддержание строя БПЛА.

Вырабатываемые команды, поступающие в автопилот, также должны учитывать ограничения (2).

**Задача 3.** Проверить эффективность и работоспособность предлагаемых алгоритмов с помощью компьютерного моделирования нелинейных моделей динамики БПЛА с 6-ю степенями свободы и 12-ю состояниями, оснащенных настроенными стандартными моделями автопилотов



## Метод неоднородного по величине и направлению векторного поля следования пути

При использовании существующих систем контроля местоположения в строю [33], позволяющих получать с достаточной точностью данные о дистанциях и интервалах, становится возможным осуществить автоматическое управление групповыми полетами БПЛА. Также представляется перспективным обмен информацией о навигационных данных между соседними БПЛА в группе, поскольку данная технология может не только снизить вычислительные затраты по оценке состояний, но и позволит напрямую использовать эти данные для адаптивного управления в процессе построения формации.

Метод векторного поля следования пути (path following vector field) [34], называемый также в некоторых публикациях векторным полем Ляпунова [35], был изначально создан для одиночных БПЛА. При этом векторное поле являлось однородным по величине, поскольку при выходе на путь и дальнейшем следовании ему предполагается, что БПЛА выдерживает постоянную скорость полета.

В данной работе разработан отличающийся метод неоднородного как по величине (что отражает изменение скоростей аппаратов), так и по направлению (что в свою очередь показывает изменение курсов аппаратов) векторного поля для согласованного управления группой БПЛА. Его суть заключается в вычислении вектора в каждой точке пространства полета на основе значений расстояния до требуемого пути и относительных положений между аппаратами. Итоговое векторное поле показывает не только команду курса, выводящего БПЛА на требуемый путь, но и команду скорости, что позволяет формировать строй с заданной геометрией. Таким образом, идея существенно отличается от метода отслеживания траектории (trajectory tracking), где аппаратам отдается команда следовать координатам точки с явной зависимостью от времени. Следует отметить, что предлагаемый метод обладает универсальностью и может применяться к группам мобильных роботов различного типа (под- и надводным, наземным, микророботам).

Для того чтобы показать успешное применение метода неоднородного по величине и направлению векторного поля следования пути, на его основе разработаны алгоритмы для частных случаев следования прямолинейному и круговому вариантам путей.

Рассмотрим решение задачи формирования и поддержания строя БПЛА в случае ориентирования относительно заданного прямолинейного пути (7).

Назначим следующий вектор управляющих воздействий  $\mathbf{e}^l$ , определяемый через элементы вектора всех возможных ошибок относительных положений:

$$\mathbf{e}^l = \mathbf{e}^{line} \otimes [1 \ 0]^T + \mathbf{e}^n \otimes [0 \ 1]^T \in \mathbb{R}^{2N \times 1},$$

где:  $\otimes$  – произведение Кронекера;  $\mathbf{e}^{line} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  – подвектор управления в направлении оси ИСК, указывающей на восток, причем  $\mathbb{R}^{N \times 1}$  – пространство матриц размера  $N \times 1$  с компонентами из  $\mathbb{R}$ ;  $\mathbf{e}^n \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$  – подвектор управления в направлении оси ИСК, указывающей на север.

Далее используем для модификации децентрализованную архитектуру консенсуса, представленную в работе [36], где получена обратная модель движения группы мобильных роботов в виде линейных интеграторов, задающая желаемую геометрическую форму через заранее выбранные относительные расстояния. В статьях [37, 38] было показано, что данный метод может также применяться и к более сложным объектам управления, таким как БПЛА самолетного типа.

Выберем способ вычисления вектора управляющих воздействий  $\mathbf{e}^l$  следующим образом:

$$\mathbf{e}^l \triangleq (\mathbf{p}_e - \mathbf{e}_d^{line}) \otimes [1 \ 0]^T + \left( \mathbf{M} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{P} + \mathbf{D}' \right), \quad (8)$$

где  $\mathbf{e}_d^{line} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  – вектор желаемых расстояний до линии пути вдоль северной оси ИСК;  $\mathbf{p}_e = (p_{e,i})_{i=1,N} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  – вектор текущих координат аппаратов вдоль во-

сточной оси ИСК;  $\mathbf{D}' \triangleq - \left( \mathbf{M} \mathbf{H}^{-1} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) (\mathbf{P}_d^T, \hat{P}_d \otimes \mathbf{1}_2)^T$  – вектор управления системой в пространстве относительных состояний (пространство размерности  $2(N-1)$ , порождаемое столбцами матрицы инцидентности графа (5), подробнее в [37]),  $\mathbf{1}_2 = [1 \ 1]$ ;  $\mathbf{H}$  – матрица, назначающая между какими агентами будут задаваться относительные расстояния, определяемая следующим образом:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2 \ \dots \ \mathbf{q}_N]^T, \quad \mathbf{q}_i = [\dots \ 1 \ \dots \ -1 \ \dots], \quad i < N, \\ \mathbf{q}_N = [1 \ 1 \ \dots \ 1],$$

при этом  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ,  $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^{1 \times N}$ , положение «1» и «-1» в  $\mathbf{q}_i$  назначается в соответствии со структурой графа (5);

$\mathbf{P}_d = \mathbf{e}_d^{line} \otimes [1 \ 0]^T + \mathbf{P}_d^n \otimes [0 \ 1]^T = \left( (p_{d,k}^e \ p_{d,k}^n)^T \right)_{k=1,N-1} \in \mathbb{R}^{2(N-1) \times 1}$  – вектор желаемых относительных расстояний между БПЛА в строю;

$\mathbf{P} = \mathbf{P}_e \otimes [1 \ 0]^T + \mathbf{P}_n \otimes [0 \ 1]^T \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$  – вектор текущих координат БПЛА в ИСК;

$\hat{P} = \sum_{k=1}^N (p_{e,k} + p_{n,k})$  – сумма текущих координат БПЛА в ИСК;

$\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  – матрица взаимодействия, которая в случае децентрализованного взаимодействия «сосед с соседом» имеет вид:

$$\mathbf{M} \triangleq \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Вектор  $\hat{\mathbf{e}}^l$  текущих ошибок относительного положения для непосредственно взаимодействующих  $i$ -го и  $(i+1)$ -го агентов определяется через подвектора  $\mathbf{e}^{line} = (\mathbf{e}_i^{line})_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  расстояний от аппаратов до линии пути вдоль восточной оси ИСК и  $\hat{\mathbf{e}}^n \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$  вдоль северной оси ИСК между аппаратами соответственно:

$$\hat{\mathbf{e}}^l = \mathcal{H}(\mathbf{e}^{line} \otimes [1 \ 0]^T + [\hat{\mathbf{e}}^n \ 0]^T \otimes [0 \ 1]^T) \in \mathbb{R}^{(2N-1) \times 1}, \quad (9)$$

где матрица  $\mathcal{H} \in \mathbb{R}^{(2N-1) \times 2N}$  задается как

$$\mathcal{H} \triangleq [\mathbf{I}_{2N-1} \ \mathbf{0}_{2N-1}], \quad (10)$$

и  $\mathbf{I}_{2N-1}$  – единичная матрица  $(2N-1)$ -го порядка, а нулевой вектор  $\mathbf{0}_{2N-1}$  находится как  $\mathbf{0}_{2N-1} = [0 \ \dots \ 0]^T \in \mathbb{R}^{(2N-1) \times 1}$ .

Далее введем вектор  $\tilde{\mathbf{e}} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ , получаемый с помощью матрицы поворота

$$\mathbf{M}_{\chi_q} \triangleq \begin{bmatrix} -\sin \chi^q & \cos \chi^q \\ \cos \chi^q & \sin \chi^q \end{bmatrix},$$

составленной с учетом конечного курсового угла полета строя  $\chi^q$ , и (8):

$$\tilde{\mathbf{e}}^l \triangleq (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{M}_{\chi_q}) \mathbf{e}^l = \left( (\tilde{\mathbf{e}}_i^{line} \ \tilde{\mathbf{e}}_i^\tau)^T \right)_{i=1, \overline{N}} \quad (11)$$

где:  $\tilde{\mathbf{e}}_i^{line, \tau}$  – компоненты управляющего вектора, причем верхний индекс «*line*» указывает на ошибку в боковом направлении по отношению к конечному пути (далее – *line*-направление), а индекс « $\tau$ » – в продольном направлении по отношению к конечному пути (далее –  $\tau$ -направление);  $\mathbf{I}_N$  – единичная матрица  $N$ -го порядка.

Используя (9), получим вектор  $\check{\mathbf{e}}^l$  ошибок относительных положений в боковом и продольном направлении по отношению к заданному пути в виде прямой:

$$\check{\mathbf{e}}^l \triangleq \mathcal{H} \left\{ (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{M}_{\chi_q}) (\mathbf{e}^{line} \otimes [1 \ 0]^T + [\hat{\mathbf{e}}^n \ 0]^T \otimes [0 \ 1]^T) \right\} \in \mathbb{R}^{(2N-1) \times 1}, \quad (12)$$

где  $\mathcal{H}$  устанавливается согласно (10).

Заметим, что для каждой пары взаимодействующих  $i$ -го и  $(i+1)$ -го БПЛА выполняется:

$$\begin{bmatrix} \dot{\check{\mathbf{e}}}_i^{line} & \dot{\check{\mathbf{e}}}_{i,i+1}^\tau \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_i^g \sin(\chi_i - \chi^q) \\ v_{i+1}^g \cos(\chi_{i+1} - \chi^q) - v_i^g \cos(\chi_i - \chi^q) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где:  $\check{\mathbf{e}}_i^{line}$  – элементы подвектора  $\check{\mathbf{e}}^{line} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  вектора ошибок относительного положения  $\check{\mathbf{e}}^l$  (12) в *line*-направлении  $\check{\mathbf{e}}_{i,i+1}^\tau$  – элементы подвектора  $\check{\mathbf{e}}^\tau \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$  ошибок относительного положения для непосредственно взаимодействующих  $i$ -го и  $(i+1)$ -го агентов в  $\tau$ -направлении соответственно.

Дифференциальные уравнения строя БПЛА как объекта управления в этом случае можно представить в виде следующей динамической системы, принимая во внимание (13):

$$\dot{\mathbf{e}}^l(\mathbf{e}^l) = \mathbf{g}^l(\mathbf{X} \circ (\mathbf{v}^g \otimes \mathbf{1}_2)), \quad (14)$$

где:  $\circ$  – произведение Адамара;

$$\mathbf{g}^l = \mathcal{H} \left( \mathbf{K}^{line} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \mathbf{K}^\tau \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \in \mathbb{R}^{(2N-1) \times 2N}, \text{ матрица } \mathbf{K}^{line} \in \mathbb{R}^{N \times N} \text{ – еди-}$$

ничная матрица  $N$ -го порядка, и матрица  $\mathbf{K}^\tau \in \mathbb{R}^{N \times N}$  задается как

$$\mathbf{K}^\tau \triangleq \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v}^g = [v_1^g \quad \dots \quad v_N^g]^T \text{ – вектор путевых скоростей;}$$

$$\mathbf{1}_2 = [1 \quad 1]^T; \quad \mathbf{X} = \mathbf{X}_{\sin} \otimes [1 \quad 0]^T + \mathbf{X}_{\cos} \otimes [0 \quad 1]^T \in \mathbb{R}^{2N \times 1}, \quad \text{при этом}$$

$$\mathbf{X}_{\sin} = (\sin(\chi_i - \chi^q))_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{N \times 1} \text{ и } \mathbf{X}_{\cos} = (\cos(\chi_i - \chi^q))_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}.$$

Предлагается закон управления для скоростей БПЛА  $\mathbf{v}^{0l} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  в следующем виде с учетом (11):

$$\mathbf{v}^{0l} = (v_i^0)_{i=1, \overline{N}} = \left( \sqrt{\left( v \sin(\psi_i) - v_f^{line} (2/\pi) \arctg(k_v^{line} \tilde{e}_i^{line}) \right)^2 + \left( v \cos(\psi_i) + v_f^\tau (2/\pi) \arctg(k_v^\tau \tilde{e}_i^\tau) \right)^2} \right)_{i=1, \overline{N}}, \quad (15)$$

где  $k_v^{line, \tau}$  – положительные константы, от которых зависит плавность выхода аппаратов на заданные относительные положения,  $v_f^{line, \tau}$  – максимальные значения нормы векторов дополнительной скорости, которые должны быть выбраны согласно кинематическим ограничениям системы,  $v$  – крейсерская конечная скорость строя, оптимальная с точки зрения аэродинамических характеристик БПЛА. Угол  $\psi_i$  вычисляется как  $\psi_i = \chi^\infty (2/\pi) \arctg(k_\chi \tilde{e}_i^{line})$ , выбирается также  $\chi^\infty = -\pi/2$ , а  $k_\chi$  – положительная константа, от которой зависит плавность выхода аппаратов на линию пути.

Закон управления для курсового угла с учетом (11) предлагается как

$$\chi^{0l} = (\chi_i^0)_{i=1, \overline{N}} = \left( \chi^q + \arcsin \left( \frac{v \sin(\psi_i) - v_f^{line} (2/\pi) \arctg(k_v^{line} \tilde{e}_i^{line})}{v_i^0} \right) \right)_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}. \quad (16)$$

Покажем, что для закона управления (16) выполняется условие кинематических ограничений (2). Действительно, производная  $\dot{\chi}_i^0$  вычисляется следующим образом:

$$\dot{\chi}_i^0 = -\frac{W}{\sqrt{1-Q^2}} \left( \frac{1}{1+W^2} \right)^{3/2} \frac{\left\{ -\frac{vk_\chi \tilde{e}_i^{line}}{\left( (k_\chi \tilde{e}_i^{line})^2 + 1 \right)^{3/2}} k_\chi \dot{\tilde{e}}_i^{line} + v_f^\tau \frac{(2/\pi) k_v^\tau \tilde{e}_i^\tau}{1 + (k_v^\tau \tilde{e}_i^\tau)^2} \right\} W_2}{W_2^2} - \frac{W_1 \left\{ -\frac{v}{\left( (k_\chi \tilde{e}_i^{line})^2 + 1 \right)^{3/2}} k_\chi \dot{\tilde{e}}_i^{line} - v_f^{line} \frac{(2/\pi) k_v^{line} \dot{\tilde{e}}_i^{line}}{1 + (k_v^{line} \tilde{e}_i^{line})^2} \right\}}{W_2^2},$$

где:  $W_1 = v \cos(\psi_i) + v_f^\tau (2/\pi) \arctg(k_v^\tau \tilde{e}_i^\tau)$ ,  $W_2 = v \sin(\psi_i) - v_f^{line} (2/\pi) \arctg(k_v^{line} \tilde{e}_i^{line})$ ,  $W = W_1/W_2$ ,  $Q = v \sin(\psi_i) - v_f^{line} (2/\pi) \arctg(k_v^{line} \tilde{e}_i^{line}) / v_i^0$ . Таким образом, производная  $\dot{\chi}_i^0$  может быть представлена как сумма ограниченных функций, и в случае должного подбора коэффициентов условие (2) будет выполнено.

С помощью прямого метода Ляпунова может быть доказана следующая теорема.

**Теорема 1.** Если законы управления  $\mathbf{v}^{0l}$  и  $\chi^{0l}$  задаются согласно уравнениям (15) и (16) соответственно, то в системе (14) точка равновесия  $\check{\mathbf{e}}^l = \mathbf{0}$  асимптотически устойчива в целом.

Доказательство данной теоремы для случая двух БПЛА подробно рассматривается в [39].

На основании уравнений (15) и (16) возможно синтезировать алгоритм группового управления БПЛА, представленный на рис. 1. С помощью данного алгоритма в каждой точке пространства полета группы задается неоднородное как по направлению, так и величине векторное поле следования пути, направление которого определяет команду угла курса, а норма – команду скорости. Циклы угла курса в этом алгоритме служат для предотвращения излишних разворотов обладающего ограниченной маневренностью БПЛА самолетного типа вследствие неголономности его динамики [32]. Координаты БПЛА  $\mathbf{p} = (p_n, p_e, p_d)^T$  вычисляются в ИСК «север-восток-вниз», причем  $p_d$  – координата вдоль оси, указывающей на центр Земли.

В случае коллективного следования группы БПЛА заданному круговому пути в такой стандартной задаче как, например, отслеживание наземной цели, необходимо обеспечить формирование и поддержание заданных геометрических относительных расстояний между БПЛА. Данная задача может быть решена через управление углами сдвига фаз БПЛА при движении относительно заданного центра кругового пути.

**Алгоритм 1: Согласованное следование прямолинейному пути**

```

1 input: определяющие путь векторы  $\mathbf{r} = (r_n, r_e, r_d)^\top$  и
    $\mathbf{q} = (q_n, q_e, q_d)^\top$ ,
2 координаты БПЛА  $\mathbf{p} = (p_n, p_e, p_d)^\top$ ,
3 курсовой угол  $\chi$ ,
4 нормы векторов дополнительных скоростей  $v_f^{line}$  и  $v_f^\tau$ ,
5 коэффициенты плавности  $k_v^{line}$ ,  $k_v^\tau$  и  $k_\chi$ ,
6 конечная крейсерская скорость строя  $v$ 
7    $\chi_q \leftarrow \arctan2(q_e, q_n)$ 
8   while  $\chi_q - \chi < -\pi$  do
9      $\chi_q \leftarrow \chi_q + 2\pi$ 
10  end while
11  while  $\chi_q - \chi > \pi$  do
12     $\chi_q \leftarrow \chi_q - 2\pi$ 
13  end while
14  Вычислить команды курсового угла и скорости согласо-
     но (14) и (15)
15 return команда курсового угла  $\chi_c$ , команда скорости  $v_c$ 

```

Рис. 1. Алгоритм согласованного следования группы БПЛА прямолинейному пути

Рассмотрим теперь задачу согласованного следования группы БПЛА круговому пути, заданному в виде (6).

Выбирается вектор управляющих воздействий для углов сдвига фаз круговых формаций БПЛА в таком виде [40, 41]:

$$\mathbf{e}_\theta \triangleq [e_1 \quad \dots \quad e_i \quad \dots \quad e_N]^\top = \hat{\mathbf{M}}_\theta \tilde{\mathbf{e}}_\theta + \mathbf{D}, \quad (17)$$

где:  $\mathbf{D} \triangleq -\mathbf{M}_\theta \mathbf{H}_\theta^{-1} (\mathbf{P}_{\theta d}^\top, \hat{P}_\theta)^\top$  – управляющий системой вектор в пространстве относительных состояний;  $\mathbf{H}_\theta$  – матрица, определяемая аналогично матрице  $\mathbf{H}$  в (8);  $\mathbf{P}_{\theta d} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$  – вектор желаемых относительных углов сдвига фаз,

$\hat{P}_\theta = \sum_{k=1}^N \varphi_k$  – сумма текущих фазовых углов аппаратов в ИСК;

$\tilde{\mathbf{e}}_\theta = (\tilde{e}_{i,i+1})_{i=1,(N-1)} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$  – вектор текущих углов сдвига фаз для непосредственно взаимодействующих агентов, вычисляемый с помощью смешанного произведения векторов;  $\mathbf{M}_\theta \in \mathbb{R}^{N \times N}$  – матрица взаимодействия, которая задается аналогично матрице  $\mathbf{M}$  в (8);  $\hat{\mathbf{M}}_\theta \in \mathbb{R}^{N \times (N-1)}$  – матрица, получаемая из матрицы  $\mathbf{M}_\theta \mathbf{H}_\theta^{-1}$  удалением  $N$ -го столбца.

Закон управления для скоростей БПЛА предлагается в этом случае в таком виде:

$$\mathbf{v}^0 = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_N]^T = v \mathbf{1}_N + \mathbf{L}, \quad (18)$$

где:  $\mathbf{1}_N = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ , вектор  $\mathbf{L} = (v_f (2/\pi) \arctg[k_0(e_i)])_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  определяется с учетом (17),  $v_f$  – максимальное значение нормы вектора дополнительной скорости,  $k_0$  – положительный коэффициент, устанавливающий насколько плавно аппарат будет выходить на заданный угол сдвига фаз.

Закон управления для курсовых углов БПЛА:

$$\boldsymbol{\chi}^0 = (\chi_i^0)_{i=1, \overline{N}} = \left( \varphi_i + \lambda \left[ \chi^{path} + \arctg(k_o(d_i - \rho)) \right] \right)_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}, \quad (19)$$

где угол  $\chi^{path}$  выбирается равным  $\pi/2$ ;  $\varphi_i$  – текущий фазовый угол  $i$ -го аппарата;  $k_o$  – положительный коэффициент, устанавливающий насколько плавно аппарат будет выходить на круговой путь;  $\lambda = \pm 1$  определяет направление вращения строя;  $\rho$  – радиус кругового пути;  $d_i$  – расстояния от центра вращения до  $i$ -го БПЛА.

Заметим, что для каждого элемента вектора сдвига фаз БПЛА  $\hat{\mathbf{e}}_0 = (\hat{e}_{i-1,i})_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times 1}$  выполняется равенство:

$$\dot{\hat{e}}_{i-1,i} = \dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_{i-1}. \quad (20)$$

Дифференциальные уравнения строя БПЛА как объекта управления в этом случае можно представить в виде следующей динамической системы, исходя из (20):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{e}}}_0(\hat{\mathbf{e}}_0) &= \lambda \mathbf{K}(\mathbf{v}^g \circ \mathbf{T} \circ \mathbf{X}_{\sin}), \\ \dot{\hat{\mathbf{d}}} &\triangleq \lambda (\dot{d}_i - \dot{\rho})_{i=1, \overline{N}} = \lambda (\mathbf{v}^g \circ \mathbf{X}_{\cos}), \end{aligned} \quad (21)$$

где:  $\mathbf{X}_{\sin}$ ,  $\mathbf{X}_{\cos}$ ,  $\mathbf{v}^g$  определяется так же как и в уравнении (14);  $\mathbf{K}$  – аналогично  $\mathbf{K}^T$  в (14); вектор  $\mathbf{T} = (1/d_i)_{i=1, \overline{N}} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ ;  $\dot{\hat{\mathbf{d}}}$  – вектор ошибок до кругового пути.

Прямым методом Ляпунова доказывается следующая теорема.

**Теорема 2.** Если законы управления для скорости  $\mathbf{v}^0$  и путевого угла  $\boldsymbol{\chi}^0$  задаются согласно уравнениям (18) и (19) соответственно, то точки равновесия  $\hat{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{0}$  и  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{0}$  системы (21) асимптотически устойчивы в целом.

Доказательство этой теоремы приводится в [40] в случае допущений о начале работы группового регулятора скорости после выхода всех БПЛА на круговой путь и его строгого выдерживания. В статье [41] дается доказательство без вышеназванных допущений, что позволяет гарантировать устойчивость формирования и поддержания строя при любых начальных положениях БПЛА в группе.

С помощью уравнений (18) и (19) возможно синтезировать алгоритм управления для случая кругового пути, показанный на рис. 2. Аналогично алго-

ритму, приведенному на рис. 1, циклы вычисления фазового угла устраняют излишние развороты БПЛА.

---

### Алгоритм 2: Согласованное следование круговому пути

---

```

1 input: центр орбиты  $\mathbf{c} = (c_n, c_e, c_d)^T$ ,
2 радиус  $\rho$ , направление вращения  $\lambda$ ,
3 координаты БПЛА  $\mathbf{p} = (p_n, p_e, p_d)^T$ ,
4 курсовой угол  $\chi$ ,
5 норма вектора дополнительной скорости  $v_f$ ,
6 коэффициенты плавности  $k_o$  и  $k_\theta$ ,
7 конечная крейсерская скорость строя  $v$ 
8    $h_c \leftarrow -c_d$ 
9    $d \leftarrow \sqrt{(p_n - c_n)^2 + (p_e - c_e)^2}$ 
10   $\varphi \leftarrow \arctan 2(p_e - c_e, p_n - c_n)$ 
11  while  $\varphi - \chi < -\pi$  do
12     $\varphi \leftarrow \varphi + 2\pi$ 
13  end while
14  while  $\varphi - \chi > \pi$  do
15     $\varphi \leftarrow \varphi - 2\pi$ 
16  end while
17  Вычислить команды курсового угла и скорости согласно (17) и (18)
18 return команда высоты полета  $h_c$ , команда курсового угла  $\chi_c$ ,
    команда скорости  $v_c$ 

```

---

Рис. 2. Алгоритм согласованного следования группы БПЛА круговому пути

В случае необходимости использования адаптивного управления для компенсации параметрических неопределенностей следует повысить порядок моделей БПЛА в соответствии с уравнениями (4) и использовать методы нелинейного синтеза.

### Результаты моделирования

Для проверки разработанных алгоритмов была реализована в среде MATLAB/Simulink модель строя из четырех БПЛА «Zagi UAV» типа «летающее крыло» с полной нелинейной динамикой, обладающей 6-ю степенями свободы и 12-ю состояниями [32]. При этом каждый БПЛА оснащен стандартным настроенным автопилотом, обеспечивающим как угловую стабилизацию аппарата, так и выполнение траекторных задач по отслеживанию заданных высоты полета, угла курса и скорости полета. В таблице 1 приведены выбранные значения параметров системы, начальные координаты каждого БПЛА при выходе на прямолинейный путь, а также желаемые конечные относительные положения между аппаратами в группе, задающие конечную геометрическую форму строя. Здесь  $m$  – масса каждого БПЛА,  $J_x, J_y, J_z$  – моменты инерции БПЛА



относительно продольной, нормальной и поперечной осей связанной системы координат,  $J_{xz}$  – центробежный момент инерции,  $S$  – площадь крыла,  $b$  – средняя аэродинамическая хорда крыла,  $\mathbf{p}_i(0)$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  – вектор начальных положений  $i$ -го БПЛА в ИСК,  $\mathbf{P}_d$  – вектор, задающий желаемую геометрическую форму строя БПЛА.

Таблица 1 – Параметры моделирования при выходе на прямолинейный путь

Параметр	Значение
$m$	1,56 кг
$J_x$	0,1147 кг·м <sup>2</sup>
$J_y$	0,0576 кг·м <sup>2</sup>
$J_z$	0,1712 кг·м <sup>2</sup>
$J_{xz}$	0,0015 кг·м <sup>2</sup>
$S$	0,2589 м <sup>2</sup>
$b$	1,4224 м
$\chi^q$	$\pi/4$ рад
$v$	13 м/с
$v_{\max}$	18 м/с
$v_{\min}$	7 м/с
$v_f^{line}$	4 м/с
$v_f^\tau$	1 м/с
$k_\chi$	0.01
$k_v^{line}$	0.005
$k_v^\tau$	0.05
$\mathbf{p}_1(0)$ , м	$[327 \ 975 \ 100]^T$
$\mathbf{p}_2(0)$ , м	$[264 \ 485 \ 100]^T$
$\mathbf{p}_3(0)$ , м	$[1032 \ 327 \ 100]^T$
$\mathbf{p}_4(0)$ , м	$[1245 \ 896 \ 100]^T$
$\mathbf{P}_d$ , м	$[55 \ 55 \ 55 \ 55 \ 55 \ 55]^T$

На рис. 3 показаны траектории полета каждого из четырех БПЛА группы при выходе в заданную геометрическую форму строя и дальнейшем ее поддержании. Также на данном рисунке представлено неоднородное как по направлению, так и по величине векторное поле следования пути для одного из БПЛА в момент времени  $t = 160$  с. Этот БПЛА является крайним в «открытой цепи» то-

пологии взаимодействия, т.е. взаимодействует только с одним соседним аппаратом группы.

На рис. 4 можно видеть, как меняются со временем ошибки относительных положений между БПЛА в группе, а на рис. 5 – как меняются путевые ошибки каждого БПЛА, т.е. ошибки по желаемым расстояниям до заданного пути. Рис. 6 иллюстрирует изменение скоростей каждого из БПЛА группы. Из результатов моделирования видно, что скорости БПЛА стремятся к заданной крейсерской скорости строя и становятся практически равными ей в момент окончательного формирования строя.

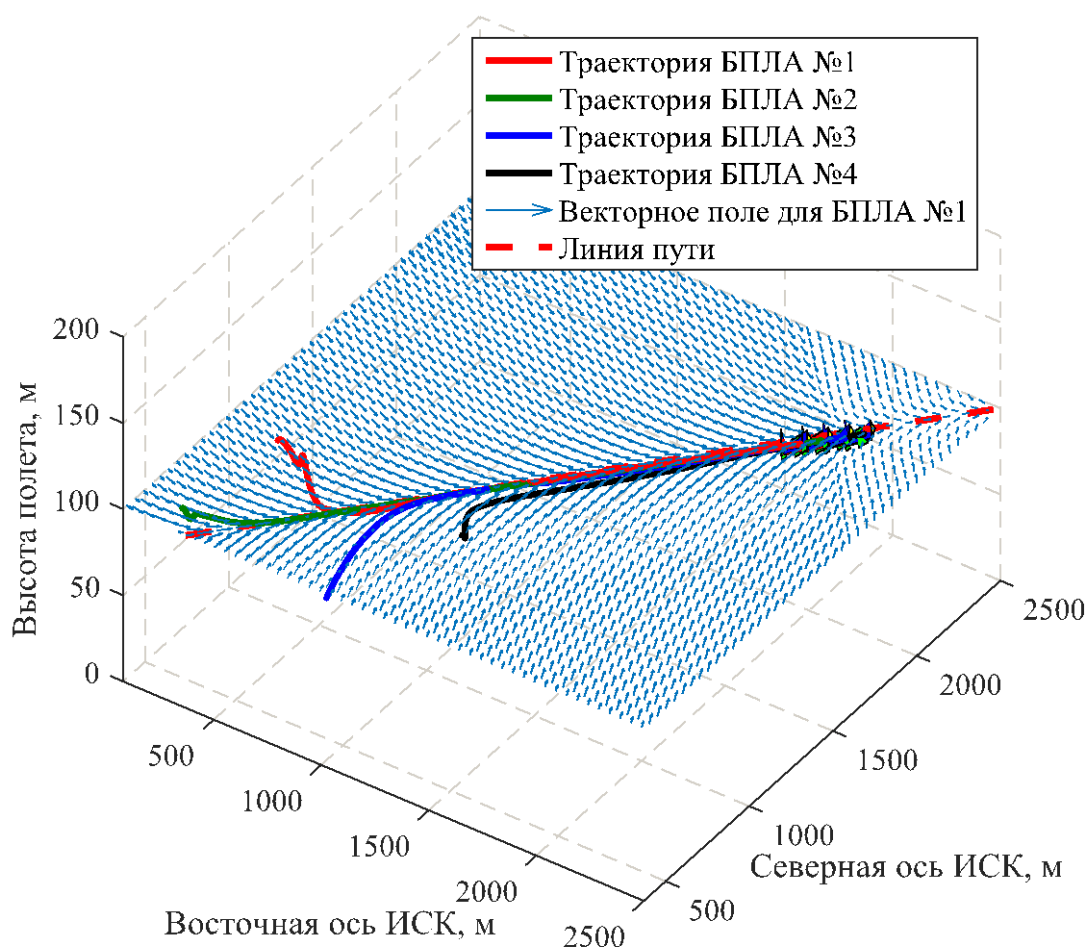


Рис. 3. Траектории четырех БПЛА группы при формировании и поддержании строя, также показано неоднородное векторное поле следования пути для одного из БПЛА

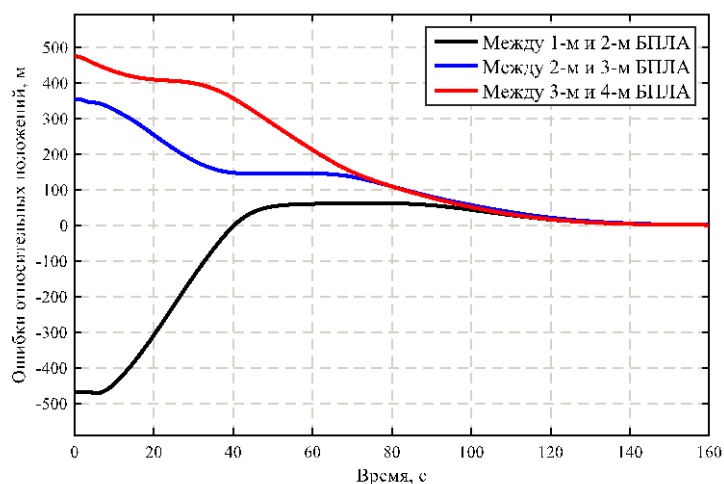


Рис. 4. Изменение ошибок относительных положений БПЛА при построении формации

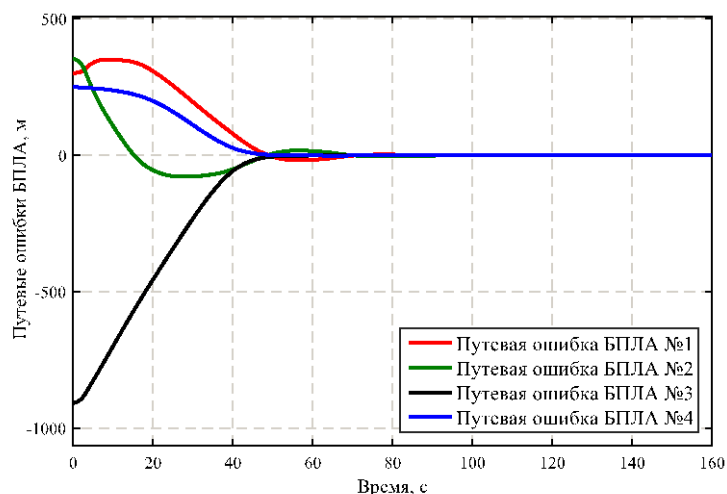


Рис. 5. Изменение путевых ошибок каждого из БПЛА при построении формации

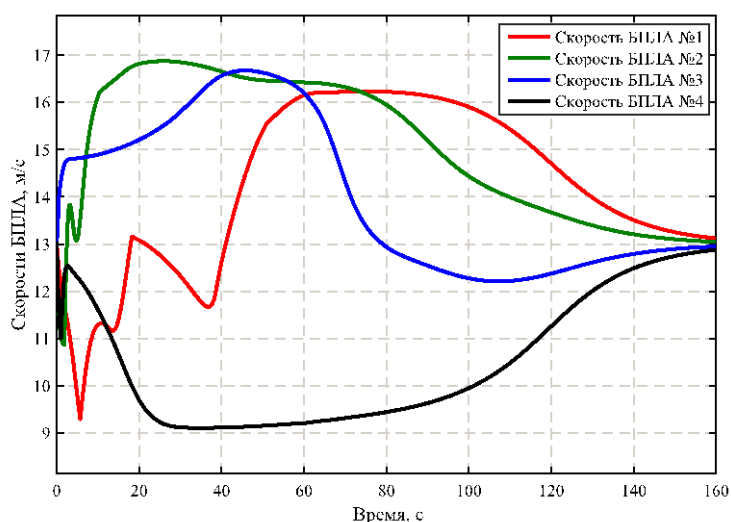


Рис. 6. Изменение скоростей БПЛА в процессе формирования строя

Как можно заметить из результатов имитационного моделирования, при данных параметрах и начальных условиях окончательное формирование строя с достаточной точностью происходит в момент времени 160 с. При этом сходимость путевых ошибок совершается быстрее, что определяется выбранными коэффициентами настройки. Таким образом, в зависимости от поставленной задачи становится возможным менять приоритет сходимости между путевыми и относительными ошибками с помощью этих коэффициентов.

Результаты подобного моделирования для сценария следования круговому пути даны в статье [41].

### Выводы

Представленные алгоритмы управления позволяют автоматически формировать строй БПЛА самолетного типа при выполнении задачи согласованного следования прямолинейному и круговому пути.

Результаты моделирования на полных нелинейных моделях БПЛА типа «летающее крыло» показывают устойчивость и работоспособность алгоритмов группового управления. Синтезированные законы управления и основанные на них алгоритмы обеспечивают строгое выдерживание заданной геометрической формы БПЛА, причем скорость каждого БПЛА асимптотически стремится к желаемой конечной крейсерской скорости строя. Наряду с этим, характер сходимости возможно менять с помощью присутствующих в законах управления коэффициентов настройки в зависимости от выполняемого группой БПЛА задания.

Таким образом, в выполненном исследовании были успешно решены следующие задачи:

- проведен анализ существующих публикаций, решающих задачи управления строем автономных БПЛА, показавший, что наиболее распространенными являются централизованные методы, зачастую позволяющие получать только равноудаленный строй, в силу простоты их анализа и реализации. Сформулирована постановка задач децентрализованного управления строем при отслеживании заданного пути для группы БПЛА;
- разработан метод неоднородного как по величине, так и по направлению векторного поля для формирования и поддержания строя при отслеживании пути группой БПЛА. На основании данного метода предложены асимптотически устойчивые в целом законы управления и алгоритмы, использующие разработанную для них архитектуру децентрализованного взаимодействия на основе консенсуса;
- реализована в MATLAB/Simulink имитационная модель строя с полной нелинейной динамикой БПЛА типа «летающее крыло» с 6-ю степенями свободы и 12-ю состояниями, оснащенных стандартными настроенными автопилотами, для исследования предложенных алгоритмов. В данной модели были выполнены вычислительные эксперименты с использованием группы из четырех БПЛА, показавшие эффективность предложенных алгоритмов.

В дальнейших исследованиях планируется синтез алгоритмов на основе метода векторного поля для согласованного следования пути более сложной геометрии, учет влияния ветровых возмущений на алгоритмы управления, а также реализация формирования трехмерных строев БПЛА.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-08-01299.*

### Литература

1. Hamann H. Swarm robotics: a formal approach. – Springer International Publishing, 2018. 210 с.
2. Vicsek T., Zafeiris A. Collective motion // Physics Reports. 2012. Vol. 517. № 3-4. С. 71-140.
3. Correll N., Schwager M., Otte M. Distributed Autonomous Robotic Systems: The 14th International Symposium – Springer Nature Switzerland AG, 2019. – 528 с.
4. Khachumov M. A. Rule-based approach for controlling UAVs formation flight // Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics «Zavalishin's Readings». – Курск, 2020. – С. 319-330. doi: 10.1007/978-981-13-9267-2\_26.
5. Khachumov M., Khachumov V. The model of UAV formation based on the uniform allocation of points on the sphere // MATEC Web of Conferences. Vol. 161 EDP Sciences, 2018. doi: 10.1051/mateconf/201816103022.
6. Ivanov D. Periodic formation within a large group of mobile robots in conditions of limited communications // Advances in Intelligent Systems and Computing. Vol. 1046. – Cham: Springer, 2019. – С. 107-112. doi: 10.1007/978-3-030-30329-7\_10.
7. Milyakov D. A., Merkulov V. I. The approach to managing a group of UAVs as a system with distributed parameters // Procedia Computer Science. 2019. Vol. 150. С. 39-45. doi: 10.1016/j.procs.2019.02.009.
8. Darintsev O. V., Yudinsev B. S., Alekseev A. Y., Bogdanov D. R., Migranov A. B. Methods of a heterogeneous multi-agent robotic system group control // Procedia Computer Science. 2019. Vol. 150. С. 687-694. doi: 10.1016/j.procs.2019.02.032.
9. Макаренко С. И., Иванов М. С. Сетевая война – принципы, технологии, примеры и перспективы. – СПб.: Научно-технические технологии. 2018. 898 с.
10. Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. – М.: Физматлит, 2009. – 280 с.
11. Верба В. С., Меркулов В. И. Робототехнические комплексы на основе беспилотных летательных аппаратов. Проблемы группового управления // Полет. 2016. № 4. С. 48-55.
12. Муслимов Т. З., Мунасыпов Р. А. Проблемы поддержки принятия решений при групповом управлении БПЛА // Proceedings of the 2nd International

Conference Intelligent Technologies for Information Processing and Management (ITIPM'2014). – Уфа, 2014. – С. 196-199.

13. Ivanov D., Kapustyan S., Kalyaev I. Method of spheres for solving 3D formation task in a group of quadrotors // International Conference on Interactive Collaborative Robotics. – Cham: Springer, 2016. – С. 124-132. doi: 10.1007/978-3-319-43955-6\_16.

14. Боднер В. А. Теория автоматического управления полетом. – М.: Наука, 1964. – 700 с.

15. Тарасов В. Г. Межсамолетная навигация. М: Машиностроение, 1980. – 185с.

16. Bukov V., Bronnikov A., Selvesyuk N. Decentralized coordinated control for a group of aircraft // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2010. Vol. 224. № 6. С. 647-655. doi: 10.1243/09544100JAERO671.

17. Pachter M., D'Azzo J. J., Dargan J. L. Automatic formation flight control // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1994. Vol. 17. № 6. С. 1380-1383. doi: 10.2514/3.21364.

18. Veth M., Pachter M., D'Azzo J. J. Autopilots for flying circular paths // Guidance, Navigation, and Control Conference. 1995. С. 1446-1458. doi: 10.2514/6.1995-3330.

19. Муслимов Т. З., Мунасыпов Р. А., Хабибуллина Р. Р. Интеллектуальная система поддержки принятия решений для группового управления автономными БПЛА // Proceedings of the 4th International Conference Information Technologies for Intelligent Decision Making Support (ITIDS'2016). – Уфа, 2016. – С. 193-195.

20. Халимов Н. Р., Мефедов А. В. Распределенная сетевая система управления группой ударных беспилотных летательных аппаратов // Системы управления, связи и безопасности. 2019. № 3. С. 1-13. doi: 10.24411/2410-9916-2019-10301.

21. Терентьев В. М. Задача управления полетом ДПЛА в групповых порядках и способы и средства ее решения // Авиакосмическое приборостроение. 2009. № 1. С. 10-26.

22. Ефанов В. Н., Мизин С. В., Неретина В. В. Управление полетом БПЛА в строю на основе координации взаимодействия группы летательных аппаратов // Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18. №. 1 (62). С. 114-121.

23. Верба В. С., Меркулов В. И., Самодов И. О. Управление беспилотными летательными аппаратами в составе локальной сети // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2014. Т. 12. № 3. С. 7-12.

24. Меркулов В. И., Миляков Д. А., Самодов И. О. Оптимизация алгоритма группового управления беспилотными летательными аппаратами в составе локальной сети // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 12 (161). С. 157-166.

25. Гайдук А. Р., Капустян С. Г., Меркулов В. И., Бесклубова К. В. Групповое управление БЛА // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2014. Т. 12. № 11. С. 24-36.

26. Верба В. С., Меркулов В. И., Пляшечник А. С. Согласованное управление разноудаленными летательными аппаратами с заданной временной расстановкой вывода на движущийся объект // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2015. Т. 12. № 8. С. 50-57.

27. Меркулов В. И. Синтез согласованного управления группой объектов // Динамика сложных систем - XXI век. 2016. Т. 10. № 2. С. 23-27.

28. Верба В. С., Меркулов В. И., Самодов И. О. Оптимизация группового управления беспилотными летательными аппаратами // Динамика сложных систем - XXI век. 2016. Т. 10. № 3. С. 3-9.

29. Верба В. С., Меркулов В. И., Миляков Д. А. Проблемы управления большими плотными группами беспилотных летательных аппаратов // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2018. Т. 16. № 6. С. 3-13.

30. Chang K., Xia Y., Huang K. Coordinated formation control design with obstacle avoidance in three-dimensional space // Journal of The Franklin Institute. 2015. Vol. 352. № 12. P. 5779-5795.

31. Wang Y., Wang D., Zhu S. Cooperative moving path following for multiple fixed-wing unmanned aerial vehicles with speed constraints // Automatica. 2019. Vol. 100. P. 82-89.

32. Beard R. W., McLain T. W. Small unmanned aircraft: theory and practice. – Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2012. – 300 с.

33. Бородин В. Т., Рыльский Г. И. Управление полетом самолетов и вертолетов. – М.: Машиностроение, 1972. – 240 с.

34. Nelson D. R., Barber D. B., McLain T. W., Beard R. W. Vector field path following for miniature air vehicles // IEEE Transactions on Robotics. 2007. Vol. 23 (3). С. 519-529.

35. Lawrence D. Lyapunov vector fields for UAV flock coordination // 2nd AIAA "Unmanned Unlimited" Conference and Workshop & Exhibit. – San Diego, 2003. doi: 10.2514/6.2003-6575.

36. Yamaguchi H., Arai T., Beni G. A distributed control scheme for multiple robotic vehicles to make group formations // Robotics and Autonomous Systems. 2001. Vol. 36. № 4. P. 125-147.

37. Мунасыпов Р. А., Муслимов Т. З. Групповое управление беспилотными летательными аппаратами на основе метода пространства относительных состояний // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19. № 2. С. 120-125.

38. Мунасыпов Р. А., Муслимов Т. З., Хабибуллина Р. Р. Групповое управление автономными беспилотными аппаратами с использованием метода потенциального поля // Материалы Всероссийской научно-технической конференции молодых ученых и аспирантов «Интеллектуальные системы, управление и мехатроника – 2016». – Севастополь, 2016. – С. 225-229.

39. Muslimov T. Z., Munasypov R. A. UAV formation flight using non-uniform vector field and fuzzy self-tuning PD-control // IEEE International Russian Automation Conference (RusAutoCon). – Sochi, 2018. doi: 10.1109/rusautocon.2018.8501769.

40. Муслимов Т. З., Мунасыпов Р. А. Децентрализованное управление круговыми формациями беспилотных летательных аппаратов на основе метода векторного поля // Вестник УГАТУ. 2019. Т. 23. № 3(85). С. 112-121.

41. Muslimov T. Z., Munasypov R. A. Consensus-based cooperative circular formation control strategy for multi-UAV system // IEEE International Russian Automation Conference (RusAutoCon). – Sochi, 2019. doi: 10.1109/rusautocon.2019.8867733.

### References

1. Hamann H. *Swarm robotics: A formal approach*. Springer International Publishing, 2018, 210 p.

2. Vicsek T., Zafeiris A. Collective motion. *Physics reports*, 2012, vol. 517, no. 3-4, pp. 71-140.

3. Correll N., Schwager M., Otte M. *Distributed Autonomous Robotic Systems: The 14th International Symposium*. Springer Nature Switzerland AG, 2019. 528 p.

4. Khachumov M. A. Rule-based approach for controlling UAVs formation flight. *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin’s Readings”*. Kursk, 2020, pp. 319-30. doi: 10.1007/978-981-13-9267-2\_26.

5. Khachumov M., Khachumov V. The model of UAV formation based on the uniform allocation of points on the sphere. *MATEC Web of Conferences*. EDP Sciences, 2018, vol. 161. doi: 10.1051/mateconf/201816103022.

6. Ivanov D. Periodic formation within a large group of mobile robots in conditions of limited communications. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, Cham: Springer, 2019, vol. 1046, pp. 107-112. doi: 10.1007/978-3-030-30329-7\_10.

7. Milyakov D. A., Merkulov V. I. The approach to managing a group of UAVs as a system with distributed parameters. *Procedia Computer Science*, 2019, vol. 150, pp. 39-45. doi: 10.1016/j.procs.2019.02.009.

8. Darintsev O. V., Yudinsev B. S., Alekseev A. Y., Bogdanov D. R., Migranov A. B. Methods of a heterogeneous multi-agent robotic system group control. *Procedia Computer Science*, 2019, vol. 150, pp. 687-694. doi:10.1016/j.procs.2019.02.032.

9. Makarenko S. I., Ivanov M. S. *Setecentricheskaya vojna – principy, tekhnologii, primery i perspektivy* [Network-Centric Warfare – Principles, Technologies, Examples and Prospects]. Saint Petersburg, Naukoemkie tekhnologii Pub., 2018. 898 p. (in Russian).

10. Kalyaev I. A., Gaiduk A. R., Kapustyan S. G. *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniia v gruppakh robotov* [Models and Algorithms of Cooperative Control in Groups of Robots]. Moscow, Fizmatlit Publ, 2009. 280 p. (in Russian).



11. Verba V. S., Merkulov V. I. Group control of unmanned aerial robotic systems. *All-Russian Scientific-Technical Journal "Polyot" ("Flight")*, 2016, no. 4, pp. 48-55 (in Russian).

12. Muslimov T. Z., Munasyrov R. A. Problemy podderzhki priniatiia reshenii pri gruppovom upravlenii BPLA. [Problems of decision support in UAV group control]. *Intelligent Technologies for Information Processing and Management (ITIPM'2014)*, 2014, pp. 196-199 (in Russian).

13. Ivanov D., Kapustyan S., Kalyaev I. Method of Spheres for Solving 3D Formation Task in a Group of Quadrotors. *Interactive Collaborative Robotics First International Conference*. Budapest, 2016, pp. 124-132. DOI: 10.1007/978-3-319-43955-6\_16

14. Bodner V. A. *Teoriia avtomaticheskogo upravleniia poletom*. [Automatic Flight Control Theory]. Moscow, Nauka Publ, 1964. 700 p. (in Russian).

15. Tarasov V. G. *Mezhsamoletnaia navigatsiia*. [Inter-Aircraft Navigation]. Moscow, Mashinostroenie Publ, 1980. 185 p. (in Russian).

16. Bukov V., Bronnikov A., Selvesyuk N. Decentralized Coordinated Control for a Group of Aircraft. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2010, vol. 224, no. 6, pp. 647-655. doi: 10.1243/09544100JAERO671.

17. Pachter M., D'Azzo J. J., Dargan J. L. Automatic Formation Flight Control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, vol. 17, no. 6, pp. 1380-1383. doi: 10.2514/3.21364.

18. Veth M., Pachter M., D'Azzo J. J. Autopilots for Flying Circular Paths. *Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1995, pp. 1446-1458. doi: 10.2514/6.1995-3330.

19. Muslimov T. Z., Munasyrov R. A., Khabibullina R. R. Intellektual'naiia sistema podderzhki priniatiia reshenii dlia gruppovogo upravleniia avtonomnymi BPLA. [Intelligent Decision Support System for Group Control of Autonomous UAVs]. *Information Technologies for Intelligent Decision Making Support (ITIDS'2016)*. Ufa, 2016, pp. 193-195 (in Russian).

20. Halimov N. R., Mefedov A. V. The Distributed Network-Centric Control System of an Attacking Unmanned Aerial Vehicles Group. *Systems of Control, Communication and Security*, 2019, no. 3, pp. 1-13. doi: 10.24411/2410-9916-2019-10301 (in Russian).

21. Terentev V. M. Problem of UAV Formation-Flight Control and Methods and Means of its Solving. *Aviakosmicheskoe priborostroenie* [Aerospace Instrument-Making], 2009, no. 1, pp. 10-26 (in Russian)

22. Efanov V. N., Mizin S. V., Neretina V. V. Flight Control of the UAV in the Ranks on the Basis of Coordination of Interaction of the Group of Aircraft. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2014, vol. 18, no. 1 (62), pp. 114-121 (in Russian).

23. Verba V. S., Merkulov V. I., Samodov I. O. The Control of Unmanned Aerial Vehicle in the Structure of the Local Network. *Journal Information-measuring and Control Systems*, 2014, vol. 12, no. 3, pp. 7-12 (in Russian).

24. Merkulov V. I., Milyakov D. A., Samodov I. O. Optimization Algorithm Group Control Drones on a LAN. *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, 2014, no. 12 (161), pp. 157-166 (in Russian).
25. Gaiduk A. R., Kapustyan S. G., Merkulov V. I., Besklubova K. V. Group Control of UAVs. *Journal Information-measuring and Control Systems*, 2014, vol. 12, no. 11, pp. 24-36 (in Russian).
26. Verba V. S., Merkulov V. I., Plyashechnik A. S. Coordinated Guidance of Arbitrary Positioned Aircrafts with Specific Time Offset on a Moving Target. *Journal Information-measuring and Control Systems*, 2015, vol. 12, no. 8, pp. 50-57 (in Russian).
27. Merkulov V. I. Synthesis of Coordinated Group Guidance. *Dynamics of Complex Systems – XXI century*, 2016, vol. 10, no. 2, pp. 23-27 (in Russian).
28. Verba V. S., Merkulov V. I., Samodov I. O. Optimization of Group Control Unmanned Aerial Vehicles. *Dynamics of Complex Systems – XXI century*, 2016, vol. 10, no. 3, pp. 3-9 (in Russian).
29. Verba V. S., Merkulov V. I., Milyakov D. A. Problems of Management of Large Density Groups of Unmanned Flying Apparatuses. *Journal Information-measuring and Control Systems*, 2018, vol. 16, no. 6, pp. 3-13 (in Russian).
30. Chang K., Xia Y., Huang K. Coordinated Formation Control Design with Obstacle Avoidance in Three-Dimensional Space. *Journal of The Franklin Institute*, 2015, vol. 352, no. 12, pp. 5779-5795.
31. Wang Y., Wang D., Zhu S. Cooperative Moving Path Following for Multiple Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles With Speed Constraints. *Automatica*, 2019, vol. 100, pp. 82-89.
32. Beard R. W., McLain T. W. *Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice*. Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2012, 300p.
33. Borodin V. T., Rylsky G. I. *Upravleniye poletom samoletov i vertoletov*. [Flight control of airplanes and helicopters]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972. 240 p. (in Russian).
34. Nelson D. R., Barber D. B., McLain T. W., Beard R. W. Vector Field Path Following for Miniature Air Vehicles. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, vol. 23 (3), pp. 519-529.
35. Lawrence D. Lyapunov Vector Fields for Uav Flock Coordination. *2nd AIAA "Unmanned Unlimited" Conference and Workshop & Exhibit*. San Diego, 2003. doi: 10.2514/6.2003-6575
36. Yamaguchi H., Arai T., Beni G. A Distributed Control Scheme for Multiple Robotic Vehicles to Make Group Formations. *Robotics and Autonomous Systems*, 2001, vol. 36, no. 4, pp. 125-147.
37. Munasyrov R. A., Muslimov T. Z. UAVs Group Control Based on the Relative State Space Method. *Mechatronics, automation, control*, 2018, vol. 19, no. 2, pp. 120-125 (in Russian).
38. Munasyrov R. A., Muslimov T. Z., Khabibullina R. R. Gruppovoe upravlenie avtonomnymi bespilotnymi apparatami s ispol'zovaniem metoda potentsial'nogo polia. [Group control of autonomous unmanned aerial vehicles using the potential field method]. *Materials of the All-Russian Scientific and Technical*

*Conference of Young Scientists and Graduate Students “Intelligent Systems, Control and Mechatronics - 2016”*. Sevastopol, 2016, pp. 225-229 (in Russian).

39. Muslimov T. Z., Munasypov R. A. UAV formation flight using non-uniform vector field and fuzzy self-tuning PD-control. *IEEE International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*. Sochi, 2018. doi: 10.1109/rusautocon.2018.8501769.

40. Muslimov T. Z., Munasypov R. A. Decentralized circular formation control of fixed-wing UAVs using vector field method. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2019, vol. 23, no. 3 (85), pp. 112-121 (in Russian).

41. Muslimov T. Z., Munasypov R. A. Consensus-based cooperative circular formation control strategy for Multi-UAV system. *IEEE International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*. Sochi, 2019. doi: 10.1109/rusautocon.2019.8867733.

Статья поступила 12 ноября 2019 г.

### Информация об авторе

Муслимов Тагир Забирович – соискатель ученой степени кандидата технических наук. Уфимский государственный авиационный технический университет. Область научных интересов: наведение, навигация и управление летательными аппаратами; управление группами автономных БПЛА; интеллектуальные и адаптивные системы автоматического управления. E-mail: tagir.muslimov@gmail.com

Адрес: 450008, Россия, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12.

---

## Algorithms of Autonomous Fixed-wing UAVs Formation Control via Vector Field Method

T. Z. Muslimov\*

\*Scientific advisor – R. A. Munasypov, Dr. habil. of Engineering Sciences, Full Professor, Professor of the Department of Automation of Technological Processes, Ufa State Aviation Technical University

**Purpose.** Despite a considerable amount of research in the field of cooperative control of autonomous UAVs (unmanned aerial vehicles), the problem of large decentralized UAV groups (swarms) automatic flight organization in real conditions is still relevant. This is especially true of UAVs of fixed-wing type because of their limited maneuverability and the need to maintain a minimum flight speed. **This work aims to develop** decentralized control UAV groups algorithms based on the vector field methods which intended to both implement and maintain formation flying. The algorithms allow to obtain an arbitrary geometric shape of the group. In this case, the features of the nonlinear and indefinite dynamics of the “autopilot-UAV” systems should be taken into account, which will allow to use the developed algorithms in real conditions. **Methods.** This article solves the problem of implementing and maintaining the UAV formation within the framework of a coordinated path following. This method assumes that the waypoints are connected through the limit sets in the form of lines and circles, so UAVs asymptotically approach these limit sets in flight. All UAVs approach given distances relative to the limit sets and get together in completely decentralized groups, which take specified geometric shapes because of consensus at the same time. **The novelty** element of the presented solution lies in the work of group speed controllers of each UAV from the very beginning of for-

mation algorithms, i.e. even before reaching the desired path, which is ensured by global asymptotic stability. Also the element of novelty is the application of the architecture of decentralized interaction based on consensus to non-linear UAV agents through non-linear control laws and commands. **Result.** The use of the presented solution allows not only to accelerate the gathering of UAV groups in a given formation, but also to eliminate the often-held assumption that all UAVs strictly maintain a given path in flight. Thus, the stability of the UAV system holds even in the case of deviations from following the path for some reason, for example, due to wind shear. In addition, this work takes into account the order of UAV models which can be increased. Such increase allows to consider the uncertain dynamics of the “autopilot-UAV” systems using adaptive control. **Practical relevance** lies in the fact that the obtained scientific results can be used in creating UAV formation control systems for solving such practical problems as cooperative territory inspection, patrolling and search, localization of the enemy radar, electronic attack, suppression of enemy air defense using false targets, cooperative target tracking, construction of antenna arrays from UAVs, measurement of wind profiles for meteorological studies, automatic refueling in the air, increase in payload or range due to decrease in lift-induced drag in the case of tight formation flight, etc.

**Key words:** swarm behavior, UAV formation, formation flying, decentralized control, multi-agent approach, group control, cooperative control, coordinated guidance.

### Information about Author

*Tagir Zabirovich Muslimov* – Doctoral Student. Ufa State Aviation Technical University. Field of research: guidance, navigation and control of aircrafts; cooperative control of autonomous UAVs; intelligent and adaptive automatic control systems. E-mail: tagir.muslimov@gmail.com

Address: Russia, 450008, Ufa, K. Marx str., 12.