

УДК 004.042

Исследование вопросов моделирования систем обмена информацией с дискретным и распределенным запаздыванием и задержанной обратной связью

Белов А. А., Ермолаев В. А., Кропотов Ю. А., Проскуряков А. Ю.

Постановка задачи: При построении моделей систем обмена информацией, в частности телекоммуникационных систем с дискретным и распределенным запаздыванием и задержанной обратной связью находят применение методы с применением функционально-дифференциальных уравнений. Однако на проблему решения функционально-дифференциальных уравнений накладываются ограничения, обусловленные неопределенностью моделируемой системы, которая заключается в отсутствии точных сведений о параметрах элементов модели, их естественном разбросе и изменении во времени, а также о величине запаздывания. **Цель работы:** исследование вопросов моделирования систем обмена информацией с дискретным и распределенным запаздыванием и задержанной обратной связью, идентификация параметров моделей систем телекоммуникаций аудиообмена в условиях помех. **Используемые методы:** при численном моделировании рассматривается одноканальная модель, представленная резонансным звеном второго порядка и ядром импульсной формы, описываемой суммой двух убывающих экспонент. Анализ устойчивости моделей систем с акустической обратной связью решался частотным методом. В работе рассмотрен подход к оцениванию корреляционных и спектральных функций сигналов и компонент шумовых составляющих, основанный на параметрическом представлении последних. **Новизна:** вводимые в работе модели с непрерывным последствием более полно учитывают характер акустического эха в замкнутых помещениях, чем известные дифференциально-разностные модели, что повышает достоверность результатов моделирования. Возникающая при этом проблема нахождения функций, характеризующих распределение запаздывания эха по величине, требует решения задачи идентификации. В работе эти функции (ядра) аппроксимируются рядом экспонент, что упрощает уравнения и позволяет принять последствие сосредоточенным как на конечном, так и бесконечном интервале. Компоненты эха, обусловленные резонансами замкнутых помещений, моделируются передаточными функциями соответствующих линейных звеньев. **Результат:** в работе методами теории линейных функционально-дифференциальных уравнений решена задача построения моделей систем с акустической обратной связью; моделей, с помощью которых решается задача повышения устойчивости систем громкоговорящей связи и оповещения, а также решается задача снижения уровня эха на входах речепреобразующих устройств и, соответственно, обеспечивая повышение качества их функционирования. **Практическая значимость:** построение модели систем с акустической обратной связью, модели систем с дискретным и распределенным запаздыванием методами решения функционально-дифференциальных уравнений является одним из решений проблемы устранения неопределенности при повышении качества речевой связи и оповещения.

Ключевые слова: функционально-дифференциальные уравнения, модель систем с акустической обратной связью, эхо-сигналы, речевая связь, озвучивание, акустические сигналы, аппроксимация функций распределения, корреляционная функция, адаптивный фильтр.

Библиографическая ссылка на статью:

Белов А. А., Ермолаев В. А., Кропотов Ю. А., Проскуряков А. Ю. Исследование вопросов моделирования систем обмена информацией с дискретным и распределенным запаздыванием и задержанной обратной связью // Системы управления, связи и безопасности. 2019. № 3. С. 220-238. DOI: 10.24411/2410-9916-2019-10311.

Reference for citation:

Belov A. A., Ermolaev V. A., Kropotov Y. A., Proskuryakov A. Y. Research of the information exchange systems with discrete and distributed lag and delayed feedback modeling issues. *Systems of Control, Communication and Security*, 2019, no. 3, pp. 220-238. DOI: 10.24411/2410-9916-2019-10311 (in Russian).

Введение

При построении моделей систем с дискретным и распределенным запаздыванием в областях автоматического управления и регулирования, синхронизации и нейронных сетей [1], а также акустики [2] находят методы с применением решений функционально-дифференциальных уравнений. Формирование этого направления выразилось в исследованиях, в частности, по динамике и стабилизации процессов в сетях, состоящих из множества релаксационных элементов.

Во многих случаях на проблему решения функционально-дифференциальных уравнений накладываются ограничения, обусловленные неопределенностью параметров моделируемой системы. При этом неопределенность, в зависимости от характера задачи, может заключаться в отсутствии точных сведений о параметрах линейных или нелинейных элементов модели; параметров, обусловленных их естественным разбросом и изменением во времени, а в случае систем с запаздыванием (или последствием) – в отсутствии точных сведений о характере и величине запаздывания.

В системах с акустической обратной связью неопределенность обуславливается отсутствием точной информации о характере звукового поля, о резонансах и направлениях прихода звуковых волн в точке наблюдения, параметрах отражающих поверхностей, об ориентации и диаграмме направленности приемника звука и, соответственно, о распределении компонентов наблюдаемого сигнала по величине запаздывания и фазе. При всей важности проблемы неопределенности, модели систем с акустической обратной связью, описываемых функционально-дифференциальными уравнениями, исследованы недостаточно полно [3].

Значимость решения проблемы неопределенности заключается в стремлении повысить качество речевой связи и озвучивания, в частности, повысить разборчивость речи, которая, как известно [4], зависит от характеристик акустического эха и акустической обратной связи. На формирование акустического эха влияет ряд прямых и отраженных звуковых волн, а также диффузное излучение, обусловленное реверберацией, т.е. рассеянием энергии, заключенной в резонансных колебаниях акустической среды. Особо негативно акустическое эхо влияет на качество сжатия речи, а при наличии акустической обратной связи – на устойчивость акустической системы.

Неопределенность акустической системы может иметь не только стационарный, заключающийся в естественном разбросе ее характеристик, но и динамический характер: всякое произвольное (порядка десятка сантиметров) смещение или разворот микрофона, как и кратковременные изменения условий распространения звука, обуславливают не только изменение уровня сигнала, но и, что более существенно, его фазы.

Названные причины неопределенности требуют усложнения представляющих их моделей, к числу которых можно отнести модели с переменными параметрами, в частности, с переменным запаздыванием, модели, описываемые детерминированными и стохастическими функционально-дифференциальными уравнениями, модели с элементами адаптации. Помимо сложности анализа пе-

речисленных моделей, требующих применения численных методов, встает и проблема идентификации параметров моделей.

Механизм формирования акустической обратной связи поясняется рис. 1.

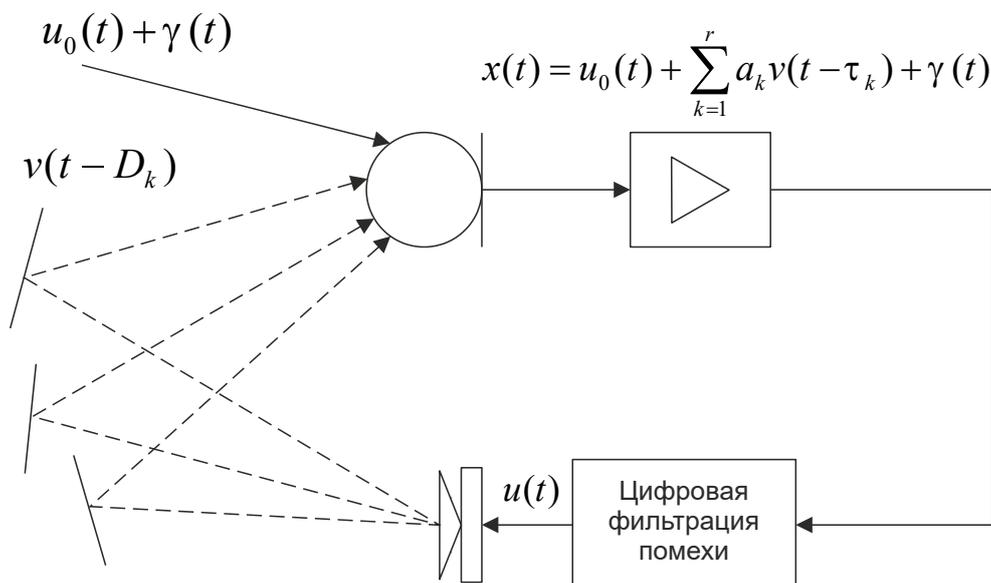


Рис. 1. Механизм формирования акустической обратной связи

Модель акустического эха в простейшем случае представляют линейной комбинацией $u(t)$ запаздывающих копий излучаемого сигнала $v(t)$:

$$u(t) = \sum_{k=1}^r \alpha_k v(t - \tau_k), \quad (1)$$

где $v(t) = \int_0^t f(\theta) u_0(t - \theta) d\theta \div F(s) U_0(s)$.

Здесь τ_k и α_k – соответственно время распространения (запаздывание) и амплитуда звуковой волны, поступающей на вход приемника по k – пути, $f(\theta)$ – импульсная функция усилителя входного сигнала $u_0(t)$, значок « \div » является символом эквивалентности оригинала функции действительного аргумента ее изображению, а r – число значимых путей распространения звука.

Модель (1), заданная, фактически, дифференциально-разностным уравнением [5], справедлива, строго говоря, лишь при дискретном распределении эха по величине задержки и отсутствии реверберации – ситуации, возникающей, например, при озвучивании открытых площадей с небольшим числом удаленных отражателей.

Построение моделей эха и систем с акустической обратной связью позволяет получить представление о непрерывном распределении эха по величине задержки и о резонансных процессах реверберации. Непрерывное распределение эха по величине задержки моделируется при этом ядрами детерминированных функционально-дифференциальных уравнений [3], а резонансные колебания акустической среды – передаточными функциями соответствующих резонаторов. В рассматриваемом линейном приближении проблема устойчивости систем с акустической обратной связью решается частотными методами, из ко-

торых обсуждаются только критерии Найквиста и Понтрягина. Проблема идентификации ядер считается решенной, например, методом наименьших квадратов. Приводятся уравнения, использованные при рассмотрении примеров простых систем.

Модели формирования эха и реверберации

Поставленную цель можно достичь в классе функционально-дифференциальных систем или систем с распределенным последствием, представляя распределение задержек звука непрерывными или обобщенными функциями, а резонансные свойства акустической среды – резонансами систем с сосредоточенными параметрами. Схема соответствующей модели приведена на рис. 2. На рисунке функции $g_k(\theta)$ аппроксимируют распределения задержек, а передаточные функции $H_k(s)$ – резонансные свойства акустической среды. При этом $g_k(\theta) \geq 0$ только в области значений $\theta \in [0, \vartheta_k]$. В противном случае они равны нулю.

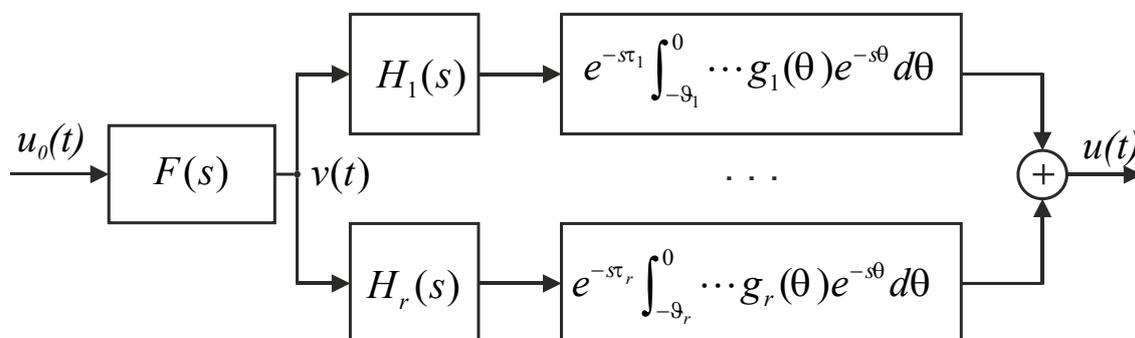


Рис. 2. Модель формирования эха, обусловленного последствием и реверберацией

Эта модель описывается функционально-дифференциальным уравнением

$$u(t) = \sum_{k=1}^r \int_{-\vartheta_k}^0 g_k(\theta) v_k(t - \tau_k + \theta) d\theta, \quad (2)$$

где $v_k(\theta) \div H_k(s)V(s)$.

Здесь $v_k(t)$ – сигнал на выходе резонаторного блока $H_k(s)$, $[0, \vartheta_k]$ – интервал значимой величины непрерывной задержки звука, распространяющегося по k -пути. Как и в уравнении (1), функция $v(t) = \int_0^t f(\theta) u_0(t - \theta) d\theta$ представляет сигнал на выходе блока $F(s)$, а набор параметров $\tau_k, k = 1, \dots, r$, – конечное множество начальных значений задержки.

Очевидно, что если все передаточные функции $H_k(s) = 1$, а функции распределения задержек представлены дельта функциями вида $g_k(\theta) = \alpha_k \delta(\theta)$, то уравнения (1) и (2) оказываются эквивалентными. В случае же, если эхо аппроксимируется суперпозицией волн как непрерывно, так и дискретно распре-

деленных по величине задержки, то уравнение (2) записывается (после очевидных замен) в виде

$$u(t) = \sum_{l=1}^q \alpha_l v_l(t - \tau_l) + \sum_{k=q+1}^r \int_0^{\vartheta_k} g_k(\theta) v_k(t - \tau_k - \theta) d\theta. \quad (3)$$

В области изображений уравнению (3) отвечает выражение

$$\frac{W(s)}{F(s)} \equiv \frac{U(s)}{U_0(s)F(s)} = \sum_{l=1}^q \alpha H_l(s) e^{-s\tau_l} + \sum_{k=q+1}^r e^{-s\tau_k} \int_0^{\vartheta_k} g_k(\theta) H_k(s) e^{-s\theta} d\theta. \quad (4)$$

При этом очевидно, что функция $W(s)$ является передаточной функцией модели, изображенной на рис. 2. Функции $H_k(s)$, считающиеся в рамках рассматриваемой модели независимыми от параметра задержки θ , выносятся в (4) из-под знаков интеграла. Конечно, учет зависимости функций $H_k(s)$ от параметра θ , когда $H_k(s) = H_k(s, \theta)$, позволяет обобщить модель и потенциально повысить ее точность. Однако ниже эта возможность не рассматривается.

Следуя [6] отметим, что первая группа слагаемых, числом q , в правой части уравнений (3) и (4) моделирует основной звук и ранние отражения, а вторая группа – реверберацию. Ранние отражения – это небольшое число волн, запаздывающих относительно основного звука на величину около 60 мс, а реверберация – волны, запаздывающие на 60 – 300 мс и более. Конечно, эти цифры, зависящие от геометрии помещения и расположения отражающих поверхностей, носят ориентировочный характер.

Аппроксимация функций распределения запаздывания по величине

Чтобы придать передаточной функции $W(s)$ явный вид, ее ядра (распределения запаздываний по величине) $g_k(\theta)$ необходимо каким-то способом аппроксимировать, например, последовательностями экспонент или ступенчатыми функциями. В первом, простейшем, случае их можно представить выражениями вида

$$g_k(\theta) = \begin{cases} c_k (1 - e^{-p_k \theta}) e^{-q_k \theta} = \\ = c_k (e^{-q_k \theta} - e^{-(q_k + p_k) \theta}), \theta \in [0, \vartheta_k], \\ 0, \theta \notin [0, \vartheta_k]. \end{cases} \quad (5)$$

При этом максимум функции (5), равный $g_{k, \max} = 0,5 c_k (1 + p_k / q_k)^{-q_k / p_k} p_k / (q_k + p_k)$, достигается при значении $\theta_{\max} = (1 / p_k) \ln(1 + p_k / q_k) > 0$. График одного такого ядра изображен на рис. 3 при значении $\theta_{\max} = 1/34$ с, что соответствует десятиметровому пути распространения звука, $g_{k, \max} = 0,5$ и $c_k = 1$, откуда $p_k / q_k = 3,4$, $p_k = 50,37$ и $q_k = 14,8$.

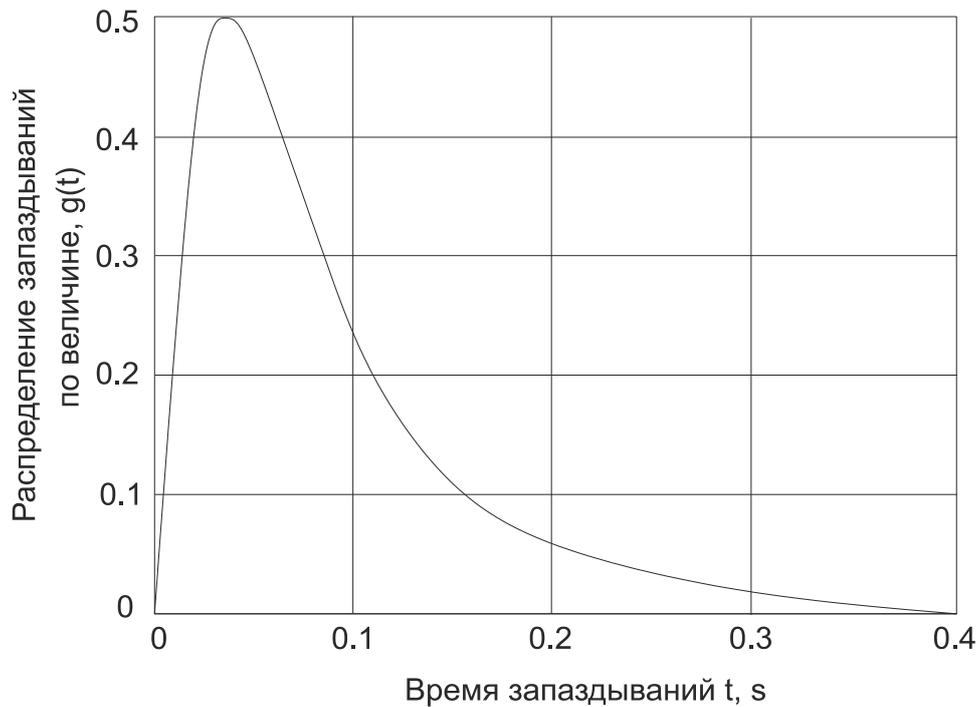


Рис. 3. Пример функции распределения запаздывания (5)

Подстановка (5) в соответствующее слагаемое уравнения (4) и последующее интегрирование позволяет получить выражение

$$\int_0^{\mathcal{G}_k} g_k(\theta) e^{-s\theta} d\theta = c_k \frac{e^{-s\mathcal{G}_k} (s\eta_k + \mu_k) + p_k}{(s + q_k + p_k)(s + q_k)}, \quad (6)$$

где $\eta_k = e^{-q_k\mathcal{G}_k} (e^{-p_k\mathcal{G}_k} - 1)$ и $\mu_k = e^{-q_k\mathcal{G}_k} (q_k e^{-p_k\mathcal{G}_k} - (q_k + p_k))$.

Принимая, что распределения запаздываний (5) и выражения (6) справедливы при всех значениях k (отличаясь только параметрами c_k , p_k , q_k и \mathcal{G}_k), передаточная функция

$$W(s) = F(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l H_l(s) e^{-s\tau_l} + F(s) \sum_{k=q+1}^r c_k H_k(s) \frac{e^{-s(\tau_k + \mathcal{G}_k)} (s\eta_k + \mu_k) + e^{-s\tau_k} p_k}{(s + q_k + p_k)(s + q_k)}. \quad (7)$$

В случае когда $\mathcal{G}_k \rightarrow \infty$, выражение (7) принимает вид

$$W(s) = F(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l H_l(s) e^{-s\tau_l} + F(s) \sum_{k=q+1}^r c_k H_k(s) \frac{e^{-s\tau_k} p_k}{(s + q_k + p_k)(s + q_k)}. \quad (8)$$

Передаточные функции $F(s)$ и $H_k(s)$, $k = 1, \dots, r$, представляют соответственно свойства аппаратных средств передачи звука и свойства акустической среды. Модуль функции $F(j\omega)$ в рабочем диапазоне частот обычно считается равномерным (специально вводимая иногда в целях повышения разборчивости речи неравномерность не меняет существа задачи); фазовая характеристика названной функции значимой при этом не считается. В общем случае можно записать: $F(s) = A(s)/B(s)$, где $A(s)$ и $B(s)$ – многочлены соответственно степени m и $n > m$.

В ряде случаев ядра функционально-дифференциальных уравнений проще аппроксимировать ступенчатыми функциями вида

$$g_k(\theta) \cong \sum_{m=1}^M g_k(m\Delta - \Delta/2)(\mathbf{1}(\theta - (m-1)\Delta) - \mathbf{1}(\theta - m\Delta)),$$

откуда следует, что

$$\begin{aligned} \int_0^{g_k} g_k(\theta) e^{-s\theta} d\theta &= \frac{1}{s} (1 - e^{-s\Delta}) \sum_{m=1}^M g_{k,m} e^{-s(m-1)\Delta} = \\ &= \frac{1}{s} \left(g_{k,1} + \sum_{m=1}^{M-1} (g_{k,m+1} - g_{k,m}) e^{-sm\Delta} - g_{k,M} e^{-sM\Delta} \right). \end{aligned}$$

Здесь $g_{k,m} = g_k(m\Delta - \Delta/2)$, Δ – период дискретизации аппроксимируемого ядра и $\mathbf{1}(\theta)$ – единичная функция, т.е. $\mathbf{1}(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta > 0, \\ 0, & \theta < 0. \end{cases}$

Соответственно, передаточная функция разомкнутой системы

$$W(s) = F(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l H_l(s) e^{-s\tau_l} + \frac{1}{s} F(s) (1 - e^{-s\Delta}) \sum_{k=q+1}^r H_k(s) \sum_{m=1}^M g_{k,m} e^{-s(m-1)\Delta}.$$

Особенность рассматриваемой задачи заключена в том, что аппроксимации подлежат ядра подынтегральных выражений – по своему смыслу заведомо положительные и убывающие на бесконечности функции. Аппроксимация ядер по системе экспоненциально убывающих функций, примером чему является выражение (5), позволяет решить эту проблему на всей действительной полуоси. Аналогично решается, только на конечном интервале, задача аппроксимации ступенчатыми функциями. Конечно, задача может быть решена и по системе степенных функций. Только в этом случае требуется принять дополнительные меры по выделению области допустимых значений результатов аппроксимации, включая расходимость на бесконечности. Примером такой аппроксимации является функция

$$g_k(\theta) = \begin{cases} \eta_2(1 - e^{-\lambda\theta}) - \eta_1\theta, & \theta \in [0, g_k] \\ 0, & \theta \notin [0, g_k] \end{cases}$$

$$\eta_2 > \eta_1 > 0, \lambda = -\frac{1}{g_k} \ln(1 - \eta_1 g_k / \eta_2) > 0, g_k > 0.$$

Подстановка этой функции под знак интеграла функционально-дифференциального уравнения и интегрирование дает выражение

$$\begin{aligned} \int_0^{g_k} g_k(\theta) e^{-s\theta} d\theta &= \left[\eta_1(s^{-2} + \theta s^{-1}) e^{-s\theta} + \eta_2(e^{-(s+\lambda)\theta} (s+\lambda)^{-1} - e^{-s\theta} s^{-1}) \right] \Big|_0^{g_k} = \\ &= \frac{1}{s^2(s+\lambda)} \{ [(\eta_2\lambda - \eta_1)s - \eta_1\lambda] + [(\eta_2(e^{-\lambda g_k} - 1) + \eta_1 g_k)s^2 + (\eta_1\lambda(g_k + 1) - \eta_2\lambda)s + \eta_1\lambda] e^{-s g_k} \} \equiv \\ &\equiv a_1 \frac{s + b_1}{s^2(s + \lambda)} + a_2 \frac{s^2 + b_2 s + b_3}{s^2(s + \lambda)} e^{-s g_k}, \end{aligned}$$

что усложняет решение и, в силу неестественной формы распределения запаздываний по величине, обуславливает появление сомнений в его адекватности.

Модели акустических систем с запаздывающей обратной связью

Согласно рис. 4 прямая часть системы с акустической обратной связью (т.е. система с разомкнутой обратной связью) эквивалентна модели эхосигнала $y(t)$ в области его смешивания с входным сигналом $x(t)$ и определяется передаточной функцией $W(s)$. При этом для передаточной функции замкнутой системы имеет место известное выражение

$$R(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)}. \quad (9)$$

Соответственно, изображение сигнала $v(t)$ на выходе источника звука с передаточной функцией $F(s)$ имеет вид

$$V(s) = \frac{F(s)}{1 + W(s)} X(s).$$

Функция $F(s)$, которая, как правило, может считаться характеристикой полосового фильтра или близкой к нему системы, а также, по определению, и $W(s)$, являются устойчивыми. По этой причине факт устойчивости или неустойчивости модели с акустической обратной связью полностью определяется свойствами характеристической функции $1 + W(s)$ – свойствами знаменателя формулы (9).

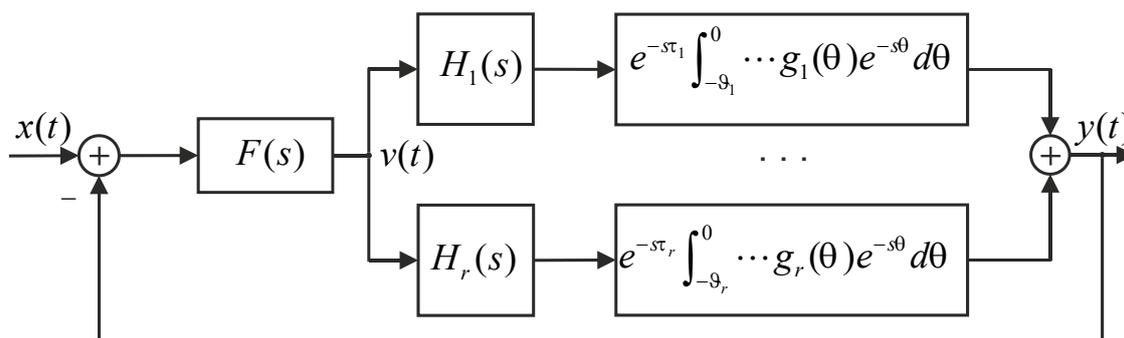


Рис. 4. Модель системы с акустической обратной связью

Функции $H_l(s) = P_l(s)/Q_l(s)$, $l = 1, \dots, q$, и $H_k(s) = P_k(s)/Q_k(s)$, $k = q + 1, \dots, r$, определяющие соответственно передачу звуковых волн по прямым акустическим каналам и волн реверберации – переносчиков энергии, накопленной в акустических резонаторах озвучиваемого объекта. Приближенно можно положить, что $H_l(s) = 1$, а $H_k(s) = 1/(s^2 + b_k s + d_k)$. Если, к тому же, обозначить $(s + q_k + p_k)(s + q_k) = G_k(s)$, то характеристический многочлен (квази-полином) замкнутой системы с передаточной функцией (9), при условии, что разомкнутая система задана выражением (8), можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 & B(s) \prod_{n=1}^r Q_n(s) \prod_{m=q+1}^r G_m(s) + A(s) \sum_{l=1}^q \alpha_l \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq l}}^r Q_n(s) \prod_{m=q+1}^r G_m(s) P_l(s) e^{-s\tau_l} + \\
 & + A(s) \sum_{k=q+1}^q c_k p_k \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^r Q_n(s) \prod_{\substack{m=q+1 \\ m \neq k}}^r G_m(s) P_k(s) e^{-s\tau_k} = 0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Для устойчивости замкнутой системы (при разомкнутой обратной связи система считается устойчивой) все корни характеристического многочлена должны находиться в левой полуплоскости комплексной переменной. Поскольку нахождение корней квазиполинома (10) – сложная задача, то обычно прибегают к частотным методам проверки устойчивости. Используются также и, имеющие большую общность, критерии устойчивости во временной области, что требует перехода к описанию модели системой дифференциальных уравнений обычно первого порядка.

Из известных частотных критериев, критериев Михайлова, Найквиста, Понтрягина и D-разбиения, ниже обсуждаются только критерии Найквиста и Понтрягина. В рамках критерия Найквиста утверждается, что годограф комплексной функции $W(j\omega)$ устойчивой системы не должен охватывать точки $(-1, j0)$ комплексной плоскости. Другой подход к анализу устойчивости – критерий Понтрягина, основывается на анализе косвенных условий отсутствия нулей квазиполинома системы в левой полуплоскости комплексного переменного.

Пусть комплексная функция $W(j\omega)$, соответствующая (7) или (8), имеет вид

$$W(j\omega) = \sum_{l=1}^q \alpha_l W_l(\omega) e^{-j(\varphi_l(\omega) + \omega\tau_l)} + \sum_{k=q+1}^r c_k W_k(\omega) e^{-j(\varphi_k(\omega) + \omega\tau_k)}. \tag{11}$$

Здесь, амплитудные и фазовые характеристики компонентов разомкнутой системы $W(s)$, определяемой выражением (8), описываются входящими в (11) функциями

$$\begin{aligned}
 & W_l(\omega) = |F(j\omega)H_l(j\omega)| \text{ и} \\
 & W_k(\omega) = |F(j\omega)H_k(j\omega)p_k / (-\omega^2 + j\omega(2q_k + p_k) + (q_k + p_k)q_k)|, \\
 & \varphi_l(\omega) = \arg(F(j\omega)H_l(j\omega)) \text{ и} \\
 & \varphi_k(\omega) = \arg(F(j\omega)H_k(j\omega)p_k / (-\omega^2 + j\omega(2q_k + p_k) + (q_k + p_k)q_k)).
 \end{aligned}$$

Топологический анализ годографа функции (11) или соответствующего характеристической функции $1 + W(j\omega)$ квазиполинома $P(j\omega)$ в принципе решает задачу устойчивости системы с акустической обратной связью методами Найквиста и Понтрягина, соответственно. При этом наличие неизбежных погрешностей идентификации параметров модели и, в частности, погрешностей аппроксимации ядер, удается учесть посредством их соответствующей модификации. Это нашло выражение в появлении области робастного анализа и робастной устойчивости.

В одной из модификаций критерия Найквиста предполагается, что разомкнутая система, которая при охвате ее обратной связью сохраняет свою устойчивость, характеризуется априорно известной (номинальной) передаточ-

ной функцией $W^0(j\omega)$, а ее неопределенность задается либо аддитивным, либо мультипликативным неравенством. Пусть передаточной функции разомкнутой системы с неопределенными параметрами отвечает выражение (11). Передаточную функцию $W^0(j\omega)$ номинальной системы можно задать аналогичным выражением, обозначив, ее номинальные компоненты – как $W_n^0(j\omega)$, $W_n^0(\omega)$ и $\varphi_n^0(\omega)$. При этом аддитивная мера неопределенности определяется неравенством

$$|W(j\omega) - W^0(j\omega)| \leq \lambda \psi(\omega),$$

а мультипликативная мера, которую можно свести к аддитивной мере – неравенством

$$|W(j\omega) - W^0(j\omega)| \leq \lambda \psi(\omega) |W^0(j\omega)|,$$

где $\psi(\omega)$ – некоторая, заранее заданная положительная функция.

В случае аддитивной неопределенности и устойчивости номинальной разомкнутой системы, робастная устойчивость замкнутой системы имеет место,

если годограф функции $W_\psi(j\omega) = \frac{1 + W^0(j\omega)}{\psi(\omega)} - 1$ не охватывает круга радиусом

λ с центром в точке $(-1, j0)$. Критерий Понтрягина основывается на полученной им теореме, согласно которой если корни квазиполинома, например, вида (10), находятся в левой полуплоскости комплексной переменной, т.е. система устойчива, то: 1) коэффициент при главном слагаемом – слагаемом с максимальными показателями степени квазиполинома отличен от нуля, 2) выполняется неравенство

$$R'(\omega)J(\omega) - R(\omega)J'(\omega) > 0, \quad \forall \omega \in \mathbf{R}, \quad (12)$$

где $R(\omega)$ и $J(\omega)$ – соответственно действительная и мнимая части квазиполинома – характеристического многочлена, записанного как $P(j\omega) = R(\omega) + jJ(\omega)$, и корни $R(\omega)$ и $J(\omega)$ являются простыми, действительными и перемежающимися.

Обратно, все корни квазиполинома находятся в левой полуплоскости комплексной переменной: 1) когда все корни $R(\omega)$ и $J(\omega)$ являются простыми, действительными, выполняется неравенство (12) и коэффициент главного слагаемого отличен от нуля, 2) когда все корни $R(\omega)$ и $J(\omega)$ являются действительными, простыми и обеспечивающими выполнение неравенства (12), а коэффициент главного слагаемого отличен от нуля.

В моделях множественных отражений ядра интегральных выражений – непрерывные, возможно за исключением конечного числа точек разрыва, распределения интенсивностей эха по величине запаздывания – подлежат аппроксимации неотрицательными функциями, графики которых аналогичны по форме графику, приведенному на рис. 3.

Уравнения двухканальной модели прямого и распределенного эха

При одном единственном канале прямого распространения эха и одном канале распределенного запаздывания, уравнения (7) и (8) принимают соответственно вид

$$W(s) = F(s)\alpha H_1(s)e^{-s\tau_1} + F(s)cH_2(s)\frac{e^{-s(\tau_2+\theta)}(s\eta + \mu) + e^{-s\tau_2}p}{(s+q+p)(s+q)}, \quad (13)$$

$$W(s) = F(s)\alpha H_1(s)e^{-s\tau_1} + F(s)cH_2(s)\frac{e^{-s\tau_2}p}{(s+q+p)(s+q)}. \quad (14)$$

Здесь $\eta = e^{-q\theta}(e^{-p\theta} - 1)$, $\mu = e^{-q\theta}(qe^{-p\theta} - (q+p))$ и $\int_0^\theta g(\theta)e^{-s\theta}d\theta = c\frac{e^{-s\theta}(s\eta + \mu) + p}{(s+q+p)(s+q)}$.

Любое из полученных выше уравнений можно представить известными способами и в форме системы функционально-дифференциальных уравнений первого порядка – форме, обычно принимаемой в работах по данной теме в качестве основной. Однако, при всех достоинствах, ниже эта возможность не рассматривается. Из уравнений (13) и (14) видно, что они имеют самостоятельное значение, заключающееся, помимо упрощения численного анализа, в установлении более прозрачной зависимости характеристик модели от ее параметров, в том числе, в установлении роли каналов распространения прямого и распределенного эха.

Из уравнения (14), в частности, следует, что соответствующий ему квази-полином имеет вид

$$P(s) = A(s)(s+q+p)(s+q)Q_2(s)\alpha P_1(s)e^{-s\tau_1} + A(s)cQ_1(s)pP_2(s)e^{-s\tau_2} = 0.$$

Оценка параметров модели методом максимального правдоподобия

При оценивании параметров модели систем с акустической обратной связью, например, может быть использован метод, основанный на согласовании корреляционных функций. В этом случае, используются методы, основанные на собственных значениях и сингулярных разложениях ковариационных матриц, имеющих трёхдиагональную структуру. Достижимая точность приближения наблюдаемых данных функцией регрессии зависит в значительной степени от размеров области ее определения. С увеличением размеров области, в пределах которой наблюдаемые данные не стремятся к нулю, точность снижается. Устранить этот недостаток можно, воспользовавшись методом локальной аппроксимации. Приближение наблюдаемых данных в этом случае обеспечивается последовательностью функций регрессии, каждая из которых задана на своем конечном интервале. Одновременно, это позволяет аппроксимировать нестационарные сигналы и системы.

Вопрос сопряжения отдельных функций регрессии можно решить, если дополнить ограничения, представленные в задаче минимизации, условиями согласования значений этих функций и, возможно, значений их производных в узлах сопряжения [7].

Поставим задачу определения параметров в наблюдаемом сигнале $x(t)$, являющимся аддитивной суммой оцениваемого сигнала $s(t)$ и акустической

помехи $\eta(t)$, которая также считается комплексной функцией. В дискретной форме этот сигнал имеет вид

$$x(k) = s(k) + \eta(k) = \sum_{n=1}^p a_n e^{j(n\frac{\omega_1}{f_0}k + \varphi_n)} + \eta(k). \quad (15)$$

Здесь f_0 - частота дискретизации.

Задачу определения параметров функции (15) можно решить также методом максимального правдоподобия, применение которого осложнено недостаточной надежностью априорной информации о распределениях помех. Метод максимального правдоподобия, как известно, в случае независимых одинаково распределенных гауссовых величин эквивалентен методу наименьших квадратов. В этом случае параметры функции (15) можно, в принципе, найти методами нелинейного программирования. А именно, в случае функции (15), посредством решения задачи минимизации:

$$\{\hat{\omega}_1, \hat{a}, \hat{\varphi}\} = \arg \min_{\{\omega_1, a, \varphi\}} \|s - x\|^2.$$

Если ввести векторы выборок выделяемого $\mathbf{s} = (s(1) \ s(2) \ \dots \ s(N))^T$ и наблюдаемого $\mathbf{x} = (x(1) \ x(2) \ \dots \ x(N))^T$ сигнала, векторы $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_p)^T$ и $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_p)^T$, то норму можно записать в виде

$$\|s - x\|^2 = \langle s - x, s - x \rangle = \sum_{k=1}^N \left| \sum_{n=1}^p a_n e^{j(n\frac{\omega_1}{f_0}k + \varphi_n)} - x(k) \right|^2.$$

Как задачу нелинейной регрессии можно рассматривать метод максимального правдоподобия, если только принять, что оцениваемый сигнал имеет вид многочлена $\mathbf{a}^T \varphi(t)$ по системе линейно независимых функций. Это приводит к параметрической задаче максимизации функции правдоподобия $P(y_a^b | \mathbf{a})$, решение которой по наблюдаемым на интервале $[a, b]$ данным y_a^b записывается в виде:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \sup_{\mathbf{a}} P(y_a^b | \mathbf{a}). \quad (16)$$

Метод максимального правдоподобия может быть использован при определенных условиях, если наблюдаемые данные представляют собой последовательность независимых случайных величин с плотностью вероятности $p(y_k | \mathbf{a})$.

При этом функция правдоподобия имеет вид $P(y_a^b | \mathbf{a}) = \prod_{k=1}^n p(y_k | \mathbf{a})$. Аналогично, если известны одномерная плотность вероятности $p(y_k | \mathbf{a})$ и условная плотность вероятности $p(y_{k+1} | y_k, \mathbf{a})$, то функция правдоподобия описывается выражением

$$P(y_a^b | \mathbf{a}) = p(y_1 | \mathbf{a}) \prod_{k=1}^n p(y_{k+1} | y_k, \mathbf{a}).$$

В связи с рассмотренными выше методами параметрической оптимизации и локальной аппроксимации, следует отметить, что по своему содержанию они практически эквивалентны проекционным методам решения операторных

уравнений, проекционным и интерполяционным методам анализа и расчета систем.

Структуры систем обмена информацией с задержанной обратной связью

Как отмечалось выше, в свободном пространстве эхо-сигналы образуются в результате отражений, обусловленных особенностями рельефа местности. Значительные размеры территории приводят к большим задержкам распространения эхо-сигналов. Импульсные функции в каналах распространения эха можно при этом принять за некоторые постоянные коэффициенты передачи [8]. Модель множественных отражений эха в этом случае может быть описана выражением вида

$$v(t) = \sum_{k=1}^r a_k u(t - \tau_k) = \sum_{k=1}^r a_k u(t - D_k T). \quad (17)$$

Задача идентификации при этом заключается в определении параметров затухания a_k и запаздывания $\tau_k = D_k T$ для r каналов эхо-сигнала.

По условию, сигнал $u(t)$, многократные отражения которого формируют сигнал $v(t)$, является известным и нестационарным. Это позволяет применить при оценивании указанных параметров технику корреляционного анализа.

Наличие в наблюдаемом сигнале встречной речи характерно для систем оперативно-командной связи и оповещения. Структура системы обмена информацией с компенсационным каналом помехи показана на рис. 5. Входной сигнал $x(t)$ системы состоит из аддитивной суммы речевого сигнала $u_0(t)$, сигнала множественных отражений $v(t)$ и акустического шума $\gamma(t)$ в виде

$$x(t) = u_0(t) + \sum_{k=1}^r a_k u(t - D_k) + \gamma(t).$$

В системе обмена в виде абонентского устройства, в соответствии с рис. 5, имеются шумоподавляющее устройство, реализующее алгоритм адаптивного подавления акустических помех с формантным распределением полос режекции, адаптивный фильтр компенсации эха, блок вычисления долговременных параметров эха – a_k и D_k , блок формирования опорного сигнала адаптивного фильтра [8, 9] в виде

$$\hat{y}_k(n) = \sum_{k=1}^r \hat{a}_k u_0(n - \hat{D}_k),$$

сумматор, на выходе которого получают разность эха и опорного сигнала, в соответствии с выражением

$$u_{\text{вых}}(n) = \sum_{k=1}^r e_k(n) + u_0(n) + \gamma(n),$$

где $\sum_{k=1}^r e_k(n) = \sum_{k=1}^r v(n - D_k) - \sum_{k=1}^r \hat{y}_k(n - \hat{D}_k)$.

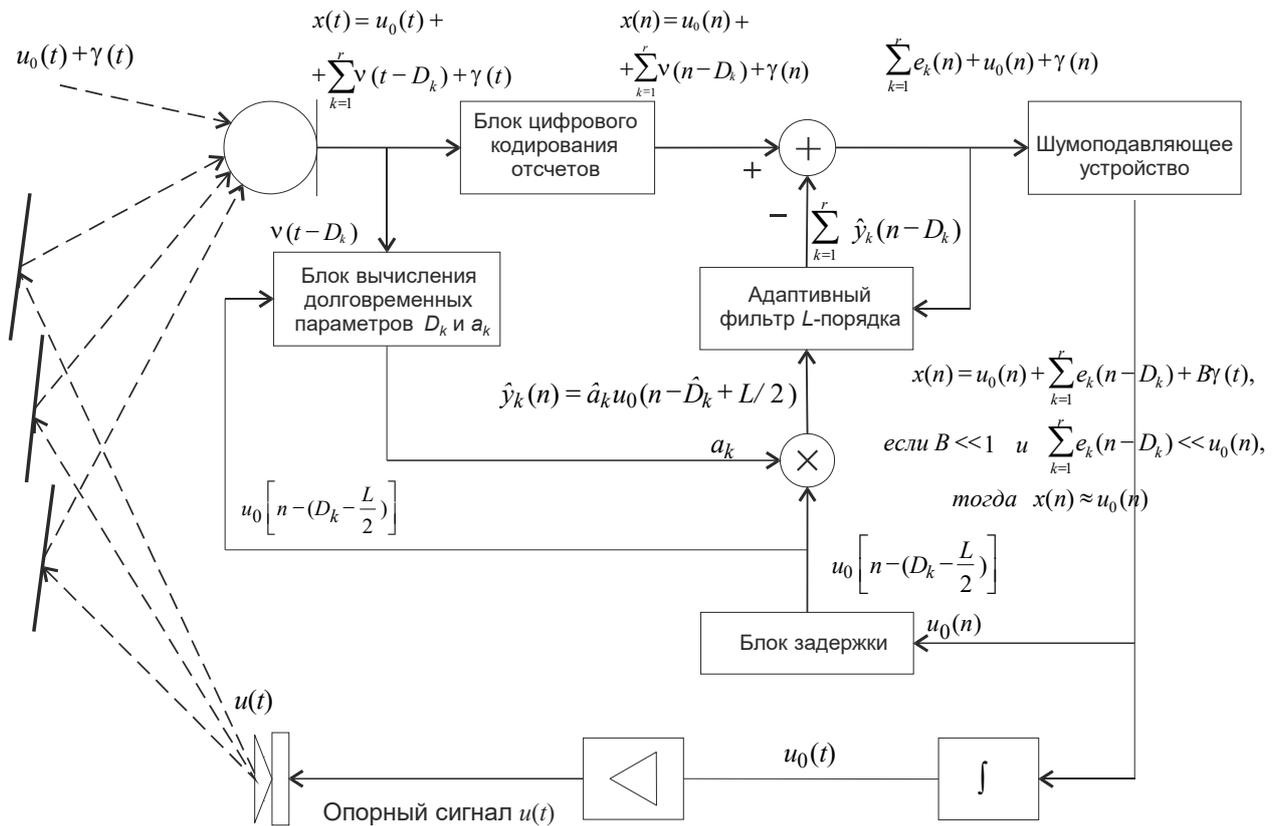


Рис. 5. Абонентское устройство с дополнительным компенсационным каналом

Как видно из структуры обмена информацией на рис. 5, результирующий выходной сигнал, полученный применением обработки с задержанной обратной связью, принимает вид

$$x(n) = u_0(n) + \sum_{k=1}^r e_k(n - D_k) + B\gamma(t),$$

с учетом $\sum_{k=1}^r e_k(n - D_k) \ll u_0(n)$ и $B \ll 1$, можно принять, что выходной сигнал $x(n) \approx u_0(n)$.

В отличие от открытой территории, эхо-сигнал в замкнутых помещениях следует считать интегральной суммой компонентов, непрерывно распределенных по величине задержки. Достаточно хорошим приближением к действительности может явиться использование модели эхо-сигнала в виде (2). Входящие в эти выражения импульсные функции $f(\theta)$ имитируют, при этом, непрерывное распределение задержек в пределах относительно небольших окрестностей $[\tau_k - \varepsilon, \tau_k + \varepsilon]$, $k = 1, \dots, r$, выделенных главных каналов эха.

Заключение

Построение модели систем с акустической обратной связью, модели систем с дискретным и распределенным запаздыванием методами решения функционально-дифференциальных уравнений является одним из решений пробле-

мы устранения неопределенности при повышении качества речевой связи и оповещения.

Рассмотренная выше в представлениях геометрической акустики модель множественных отражений предполагает необходимость нахождения ядер – неотрицательных весовых функций, характеризующих распределение интенсивности отраженных звуковых волн, содержащих соответствующую информацию, от величины их запаздывания. В отличие от этой модели, в модели резонансных мод акустическая среда рассматривается как резонансная система, описываемая в зависимости от геометрии озвучиваемой зоны набором соответствующих резонансных частот и, соответственно, эхо и реверберация моделируются реакцией резонансной системы на звуковые колебания.

Методы численного решения функционально-дифференциальных уравнений, характеризуемые в целом большим разнообразием, зависят от типа уравнения, которому отвечает квазиполином (10). Так, если степень первого слагаемого в (10) выше степени многочленов – коэффициентов в остальных слагаемых, то уравнение относится к разностному типу. Если же указанные степени равны, то уравнение относится к нейтральному типу.

Представленные выше модели систем с акустической обратной связью обеспечивают, по существу, важное, но только первое приближение к действительности; в них, в частности, не учитывается возможность возникновения в трактах распространения звука нелинейных искажений, причиной которых, в первую очередь, может стать нелинейность некоторых операторов и нестабильность распределения времени запаздывания по величине. Нелинейность операторов, во многом обусловленную нелинейностью источника звука (громкоговорителя), можно учесть в рамках, например, модели Вольтерра. Нестабильность запаздывания моделируется функционально-дифференциальными уравнениями с переменными или случайными параметрами.

Таким образом, создание модели системы с акустической обратной связью позволяет решать вопросы повышения эффективности речевой связи и озвучивания методами создания систем обработки в телекоммуникациях. Также для решения данной задачи можно применять метод минимизации функции потерь и метод максимального правдоподобия. Моделирование внешних помех эхо-сигналов можно рассматривать как средство преодоления априорной неопределенности, основанное на извлечении данных из результатов наблюдений [10, 11].

Литература

1. Erneux T. Applied delay differential equations. – New York: Springer Sciences, 2009. – 199 p.
2. Kahrs M., Brandenburg K. Applications of digital signal processing to audio and acoustics. – New York: Kluwer Academic Publisher, 2002. – 572 p.
3. Хейл Д. Теория функционально-дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1984. – 421 с.

4. Кропотов Ю. А., Ермолаев В. А. Моделирование и методы исследований акустических сигналов, шумов и помех в системах телекоммуникаций: монография. Москва-Берлин: Директ-Медиа, 2016. – 256 с.
5. Беллман Р., Кук К. Л. Дифференциально-разностные уравнения. – М.: Мир, 1967. – 548 с.
6. Kuttruff H. Room acoustics. – London, New York: Spon Press, 2009. – 374 p.
7. Кропотов Ю. А., Кульков Я. Ю. Аппроксимация закона распределения вероятности амплитуд речевого сигнала // Радиотехника. 2006. № 11. С. 63-66.
8. Кропотов Ю. А., Парамонов А. А. Методы проектирования алгоритмов обработки информации телекоммуникационных систем аудиообмена: монография. Москва-Берлин: Директ-Медиа, 2015. – 226 с.
9. Kropotov Y. A., Ermolaev V. A. Algorithms for processing acoustic signals in telecommunication systems by local parametric methods of analysis [Electronic resource] // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Proceedings. – 2015. pp. 1-4. doi: 10.1109/SIBCON.2015.7147109. – URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7147109/> (дата обращения 12.09.2019)
10. Кропотов Ю.А., Белов А. А., Проскуряков А. Ю., Колпаков А. А. Методы проектирования телекоммуникационных информационно-управляющих систем аудиообмена в сложной помеховой обстановке // Системы управления, связи и безопасности. 2015. № 2. С. 165-183.
11. Proskuryakov A. Y. Processing and forecasting of time series in systems with dynamic parameters [Electronic resource] // Proceedings 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM. – 2017. pp. 1-4. doi: 10.1109/ICIEAM.2017.8076366. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8076366> (дата обращения 12.09.2019).

References

1. Erneux T. *Applied delay differential equations*. New York, Springer Sciences, 2009. 199 p.
2. Kahrs M., Brandenburg K. *Applications of digital signal processing to audio and acoustics*. New York, Kluwer Academic Publisher, 2002. 572 p.
3. Hale J. *Teoriya funkcionalno-differencialnyh uravnenij* [Theory of functional differential equations]. Moscow, World Publ., 1977. 421 p. (in Russian).
4. Kropotov Y. A., Ermolaev V. A. *Modelirovanie i metody issledovanij akusticheskikh signalov, шумов i pomekh v sistemah telekommunikacij* [Modeling and research methods of acoustic signals, noise and interference in telecommunication systems: monograph]. Moscow-Berlin, Direct-Media, 2016. 256 p. (in Russian).
5. Beilman R., Cooke K. L. *Differencialno-raznostnye uravneniya* [Differential-difference equations]. Moscow, World Publ., 1963. 548 p. (in Russian).
6. Kuttruff H. *Room acoustics*. London, New York: Spon Press, 2009. 374 p.
7. Kropotov Y. A., Kulkov Y. Yu. The approximation a regularity distribution probability amplitudes of speech signals. *Radioengineering*, 2006, no. 11, pp. 63-66 (in Russian).

8. Kropotov Y. A., Paramonov A. A. *Metody proektirovaniya algoritmov obrabotki informacii telekommunikacionnyh sistem audioobmena: monografiya* [Methods of designing information processing algorithms for telecommunication audio exchange systems: monograph]. Moscow-Berlin, Direct-Media, 2015. 226 p (in Russian).

9. Kropotov Y. A., Ermolaev V. A. Algorithms for processing acoustic signals in telecommunication systems by local parametric methods of analysis [Electronic resource]. *2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON) – Proceedings*, 2015. pp. 1-4. doi: 10.1109/SIBCON.2015.7147109. Available at: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7147109/> (accessed 12 September 2019)

10. Kropotov Y. A., Belov A. A., Proskuryakov A. Y., Kolpakov A. A. Models, Methods of Designing Telecommunication Information and Control Audio Exchange Systems in Difficult Noise Conditions. *Systems of Control, Communication and Security*, 2015, no. 2, pp. 165-183 (in Russian).

11. Proskuryakov A. Y. Processing and forecasting of time series in systems with dynamic parameters [Electronic resource]. *Proceedings 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM*, 2017. pp. 1-4. doi: 10.1109/ICIEAM.2017.8076366. Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8076366> (accessed 12 September 2019).

Статья поступила 19 сентября 2019 г.

Информация об авторах

Белов Алексей Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: телекоммуникационные системы мониторинга, обработка данных, методы вейвлет-преобразования. E-mail: aleks.murom@mail.ru

Ермолаев Валерий Андреевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: телекоммуникационные системы, математическое моделирование, нейронные сети, обработка акустических сигналов. E-mail: valeermolaev@yandex.ru

Кропотов Юрий Анатольевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: телекоммуникационные и информационно-управляющие системы. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Проскуряков Александр Юрьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Алек-

сандра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: прогнозирование данных, нейронные сети, обработка и предсказание данных в экономических системах. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru
Адрес: 194064, Россия, г. Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3.

Research of the information exchange systems with discrete and distributed lag and delayed feedback modeling issues

A. A. Belov, V. A. Ermolaev, Y. A. Kropotov, A. Y. Proskuryakov

Problem statement. When models of information exchange systems, for example, telecommunication audio-exchange systems with discrete and distributed lag and delayed feedback, are constructed, functional differential equations are used. But, the problem of solving functional differential equations is constrained because of the uncertainty of the parameters of the simulated system. Such uncertainty occurs because of the lack of accurate information about the parameters of the model elements, natural spread of the parameters and changes in parameters in time, and also because of the delay value. Research of the information exchange systems with discrete and distributed lag and delayed feedback modeling issues, identification of the parameters of the telecommunication audio exchange systems models under interference conditions **are purposes of the work.** **Methods.** In a process of numerical modeling, a single-channel model is being considered. This model is represented as a second-order resonant link and a pulse-shaped core, which is described as the sum of two decreasing exponentials. To analyze the systems with acoustic feedback models stability, frequency method is used. The approach to estimate the correlation and spectral functions of acoustic signals and noise components, based on the parametric representation of the noise components is considered in the paper. **Novelty.** Introduced continuous «aftereffect» models give a better result, then other well-known differential-difference models, when the character of the acoustic echo must be considered in confined spaces. It increases the reliability of the simulation results. At the same time, the problem of finding functions, which characterize the magnitude delay distribution of the echo, requires to solve the identification problem. These functions (kernels) are approximated by a number of exponentials, which simplifies the equations and allows to accept the aftereffect focused both on a finite and an infinite interval. The echo components, due to the confined spaces resonances, are modeled by the transfer functions of the corresponding linear links. **Results.** Problems of the models of systems with acoustic feedback and models which help to increase the stability of speakerphone and warning systems development, using methods of the theory of linear functional-differential equations are solved. Also the echo level reducing at the speech-converting devices inputs problem is solved. It helps to increase the quality of speech-converting devices functioning. **Practical relevance.** The model of systems with acoustic feedback, the model of systems with discrete and distributed delay, based on functional-differential equations solving methods, are the solutions of the uncertainty eliminating problem, if the quality of voice communication and notification is improved.

Key words: functional-differential equations, model of systems with acoustic feedback, echo signals, voice communication, scoring, acoustic signals, distribution functions approximation, correlation function, adaptive filter.

Information about Authors

Aleksey Anatolievich Belov – Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: telecommunication system monitoring, data processing, wavelet transform techniques. E-mail: aleks.murom@mail.ru

Valeryi Andreevich Ermolaev – Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the

«Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: telecommunication system, mathematical modeling, neural networks, acoustic signal processing. E-mail: valeermolaev@yandex.ru

Yurij Anatolievich Kropotov – Dr. of Engineering Sciences, Full Professor. Head of the Department «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: telecommunication information and control systems. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Aleksandr Yurievich Proskuryakov – Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of chair «Electronics and Computer Science». Murom institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: data prediction, neural networks, data processing and prediction in economic systems. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Address: Russia, 602264, Vladimirskaya oblast, Murom, ulitsa Orlovskaya, 23.