УДК 681.326.74.06

Модель объекта анализа технического состояния при использовании непрерывных нормально распределенных диагностических признаков

Копкин Е. В., Кобзарев И. М.

Постановка задачи: *эффективность решения задач контроля и диагностирования сложных технических систем зависит от адекватности используемых агрегированных моделей объектов анализа технического состояния. При этом вещественные числа являются наиболее общей формой представления модельных значений диагностических признаков. Известные методы построения таких моделей основаны на предположении о равномерном законе распределения этих модельных значений и их одинаковой физической размерности.* ***Целью работы*** *является построение агрегированной модели объекта анализа технического состояния, в которой модельные значения диагностических признаков имеют нормальный закон распределения, различную физическую размерность и представлены в виде интервалов на вещественной числовой оси. Каждый из этих интервалов характеризует возможный диапазон разброса измеренных значений диагностических признаков в различных технических состояниях объекта анализа.* ***Новизна****: элементом новизны предложенного решения является процедура определения границ этих интервалов на основе использования метрики Махаланобиса, которая, в отличие от евклидовой метрики, инвариантна к масштабу и учитывает корреляцию между модельными значениями признаков, т.е. является корректной для неортонормированных пространств.* ***Результат****: преобразование множества модельных значений диагностических признаков, представленных вещественными числами, имеющими различную физическую размерность и нормальный закон распределения, к множеству интервалов на вещественной числовой оси осуществляется путем вычисления попарных расстояний между многомерными векторами, характеризующими различные технические состояния объекта анализа. Указанные векторы представляются в виде замкнутых многомерных эллипсоидов. Определение наиболее удаленных друг от друга векторов позволяет определить диапазоны возможных разбросов измеренных значений диагностических признаков в различных технических состояниях. Приводится числовой пример реализации предложенной процедуры.* ***Практическая значимость****: предложенная модель объекта анализа технического состояния при использовании нормально распределенных диагностических признаков позволяет сформировать модель процесса анализа, основными элементами которой являются информационные состояния процесса анализа и выполняемые в них проверки диагностических признаков. С помощью этих моделей можно синтезировать гибкие программы анализа технического состояния объектов, в том числе оптимальные по выбранным показателям оптимизации.*

Ключевые слова*: техническое состояние, диагностические признаки, метрика Махаланобиса.*

Введение

Для решения задач контроля и диагностирования сложных технических объектов, например, объектов ракетно-космической техники, наиболее широ-

---

Библиографическая ссылка на статью:
Копкин Е. В., Кобзарев И. М. Модель объекта анализа технического состояния при использовании непрерывных нормально распределенных диагностических признаков // Системы управления, связи и безопасности. 2018. № 2. С. 69–83. URL: http://sccs.intelgr.com/archive/2018-02/05-Kopkin.pdf

Reference for citation:
Kopkin E. V., Kobzarev I. M. Technical State Analysis Object Model Using Continuous Diagnostic Signs with Normal Distribution Law. *Systems of Control, Communication and Security*, 2018, no. 2, pp. 69–83. Available at: http://sccs.intelgr.com/archive/2018-02/05-Kopkin.pdf (in Russian).

кие возможности предоставляют их агрегированные модели, теория и методика построения которых достаточно полно изложены в работах [1, 2]. Эти модели строятся на множествах обобщенных элементов, каждый из которых заменяет многие элементы анализируемого объекта в соответствии с определенным критерием эквивалентности. В качестве обобщенных элементов в агрегированной модели используются так называемые агрегированные состояния (АС), т.е. совокупность признаков, характеризующих общие свойства состояний объекта, по которым они могут быть объединены в рамках одного класса. АС получают путем разбиения множества наблюдаемых состояний объекта на ряд классов по некоторому отношению эквивалентности (толерантности). Задача анализа технического состояния (ТС) объекта заключается в идентификации наблюдаемого конкретного состояния объекта с одним из заранее полученных АС.

Агрегированные модели, предназначенные для решения различных целевых задач анализа ТС, сохраняют общую форму представления, хотя в содержательном отношении в них имеются различия. Эти различия задаются видом агрегирующей функции [2], которая определяет масштаб агрегирования. Применительно к задаче контроля агрегирующая функция задает опорные моменты времени, в которые происходят существенные изменения состояния объекта (обычно скачком) и соответствующие им АС. При диагностировании масштаб агрегирования эквивалентен понятию глубины поиска отказа, т.е. означает перечень функциональных частей элементов объекта, с точностью до которых должно определяться место отказа. В обоих случаях агрегирующая функция задает перечень агрегированных состояний, называемых модельными техническими состояниями [1], с которыми идентифицируется наблюдаемое состояние объекта. Математически агрегирующая функция реализует разбиение множества наблюдаемых состояний на классы по некоторому отношению эквивалентности (толерантности).

Отмеченные различия проявляются лишь при построении агрегированных моделей, а процедура их использования при анализе ТС объекта формально оказывается одинаковой, т.е. процесс анализа реализуется в рамках единых математических формализмов.

В статье [3] вероятностно-динамическая модель процесса анализа, описанная в работе [1], была модифицирована на весьма важный и актуальный случай использования при контроле и диагностировании диагностических признаков, имеющих непрерывную форму представления. После этого появилось достаточно большое число работ, в частности, [4-7], посвященных построению гибких программ анализа ТС объектов, в том числе оптимальных по различным критериям, с учетом представления диагностических признаков в виде интервалов на вещественной числовой оси.

Основная часть работы [3] посвящена описанию процедуры вычисления интервалов, в которые могут попадать измеряемые значения диагностических признаков в различных ТС. Эта методика основана на предположении о равномерном распределении оцениваемых диагностических признаков и об их одинаковой физической размерности. При этом каждое ТС рассматривается в виде шара в многомерном евклидовом пространстве, а расстояния между векторами, компоненты которых представляют собой модельные значения диагностических признаков, определяются на основе евклидовой метрики. Определение расстояний между векторами в многомерном пространстве с помощью различных метрик необходимо для решения задач классификации в кластерном анализе [8]. Однако, применение евклидовой метрики корректно лишь в случае ортонормированности рассматриваемых векторов [9].

Между тем, упущенным из рассмотрения оказался случай нормального распределения оцениваемых диагностических признаков, имеющих, кроме того, различную физическую размерность, при котором использование евклидовой метрики для вычисления расстояний между рассматриваемыми классами является некорректным. При этом границы указанных интервалов необходимо определять с использованием метрики, отличной от евклидовой, в частности, метрики Махаланобиса [8, 10–13]. Соответственно, изменится и процедура построения гибкой программы анализа ТС объекта.

Таким образом, синтез модели объекта анализа технического состояния при условии нормального распределении непрерывных диагностических признаков, имеющих различную физическую размерность, представляет собой актуальную и практически важную задачу.

Постановка задачи

Агрегированная диагностическая модель системы может быть представлена в виде двух упорядоченных множеств [1], а именно:

$$M_{\text{о}} = \langle S, \Pi, \Sigma, P, \Phi \rangle; \quad (1)$$

$$M_{\text{п}} = \left\langle S, \Omega, \mathrm{P}, \hat{\Pi} \right\rangle. \quad (2)$$

Первое из этих множеств является моделью объекта анализа, а второе – моделью процесса определения технического состояния объекта, то есть процесса анализа.

Здесь $S = \left\{ S_i \mid i = \overline{1, m} \right\}$ – множество технических состояний анализируемого объекта; $\Pi = \left\{ \pi_j \mid j = \overline{1, n} \right\}$ – множество заданных (или выбранных) диагностических признаков, взаимно однозначно соответствующее множеству $\hat{\Pi} = \left\{ \hat{\pi}_j \mid j = \overline{1, n} \right\}$ проверок этих признаков, на котором все ТС S_i являются попарно различимыми; $\Sigma = \left\{ s_{ij} \middle| i = \overline{1, m};\ j = \overline{1, n} \right\}$ – множество модельных значений признаков $\pi_j \in \Pi$ в ТС $S_i \in S$; $P = \left\{ P(S_i) \mid \sum_{i=1}^{m} P(S_i) = 1 \right\}$ – множество вероятностей ТС $S_i \in S$; $\Phi : S \times \Pi \to \Sigma$ – отображение, согласно которому задается значение s_{ij} каждого признака $\pi_j \in \Pi$ в каждом ТС $S_i \in S$, т.е. $s_{ij} = \Phi(S_i, \pi_j)$.

Заданное в модели (2) множество $\Omega = \left\{ R \middle| R \subseteq S \right\}$ представляет собой алгебру (или σ-алгебру) подмножеств множества S, а элементы R имеют смысл информационных состояний (ИС) моделируемого процесса анализа и каждый из них представляет собой подмножество «подозреваемых» ТС, в одном из которых может находиться объект в момент анализа его состояния. Различают начальное ИС $R = S$, промежуточные ИС R & S и конечные ИС $R = S_i$ ($i=\overline{1,m}$). Каждое из конечных ИС содержит единственное «подозреваемое» ТС S_i, которое воспринимается как опознанное i-е техническое состояние объекта. В дальнейшем конечные ИС будем обозначать $R_i = \{S_i\}$, где $i=\overline{1,m}$, а все остальные (неконечные) – $R_k \subseteq S$ ($k = m+1, m+2, \ldots$). На множестве Ω задана также вероятностная мера $\mathsf{P}=\left\{P(R)\,|\,P(R)=\sum\limits_{S_i\in R}P(S_i),\,R\in\Omega\right\}$.

Модельными значениями i-го ТС являются элементы транспонированного n-мерного вектора $S_{\langle n\rangle i} = (s_{i1}, s_{i2}, \ldots s_{in})^{\mathrm{т}}$, которыми задается это состояние, а значения s_{ij} $\left(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}\right)$ представляют собой вещественные числа, имеющие нормальный закон распределения.

Основным инструментом получения измерительной информации с объекта является проверка. Под проверкой $\hat{\pi}_j\in\hat{\Pi}$ понимается совокупность операций, связанных с измерением текущего (реального) значения y_j признака $\pi_j \in \Pi$ контролируемого объекта при поступлении на его вход некоторого тестового или рабочего воздействия и сопоставлением измеренного значения y_j с модельными значениями данного признака. Исходом проверки $\hat{\pi}_j$ называется событие, заключающееся в совпадении значения y_j с некоторым модельным значением s_{ij} признака π_j в i-м ТС.

Если модельные значения признаков представляют собой вещественные числа, то совпадение значений y_j и s_{ij} отсутствует (вероятность данного события равна нулю). Речь может идти лишь о попадании измеренного значения y_j в некоторый интервал l_{ij}, соотнесенный с i-м ТС объекта.

При указанных условиях требуется модифицировать модель (1) к виду

$$M_{\mathrm{o}}^{*}=\left\langle S,\Pi,L,\Phi^{*}\right\rangle, \tag{3}$$

где $L=\left\{l_{ij}\,|\,i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}\right\}$ – множество интервалов вещественной числовой оси, в котором каждый интервал $l_{ij} \in L$ характеризует возможный разброс измеренных значений y_j признака $\pi_j \in \Pi$ в i-м ТС. Кроме того, необходимо определить границы интервалов для всех признаков во всех заданных ТС с таким расчетом, чтобы обеспечить различимость этих ТС по совокупности проверок $\hat{\pi}_j\in\hat{\Pi}$.

Очевидно, что реальное значение y_j признака π_j не может выходить за пределы интервала l_{ij} при условии, если объект находится в ТС $S_i \in S$. Однако, это не означает, что данное значение y_j должно находиться только в одном из интервалов l_{ij}. Так как интервалы l_{ij}, соответствующие одному и тому же признаку π_j, могут пересекаться в разных ТС S_i объекта, то значение y_j может попадать в несколько интервалов. Полагаем, что значения y_j распределены по интервалу l_{ij} $\left(i=\overline{1,m};j=\overline{1,n}\right)$ в соответствии с нормальным законом.

Отображение $\Phi^*: S \times \Pi \rightarrow L$, заданное в модели (3), может быть представлено в виде так называемой таблицы состояний, элементами которой являются интервалы $l_{ij} \in L$.

В этих условиях проверка признака π_j заключается в измерении его текущего значения y_j и выявлении принадлежности этого значения интервалу $l_{ij} \in L$ или нескольким интервалам, если они пересекаются.

Введение в модель (3) множества L обуславливает интервальное оценивание наблюдаемых признаков, при котором необходимость использования вероятностей $P(S_i) \in P$ отпадает, в связи с чем они отсутствуют в данной модели. Однако вероятностный характер модели сохраняется, так как при непрерывной форме представления признаков π_j учитываются используемые в модели (2) вероятности $P(R_k) \in \mathsf{P}$, вычисляемые непосредственно в ходе построения гибких программ анализа ТС.

Процедура определения интервалов

Также, как и в работе [3], наблюдаемое состояние $Y_{\langle n \rangle}$ объекта будем рассматривать как некоторую точку в n-мерном евклидовом пространстве. Аналогично каждое модельное ТС $S_{\langle n \rangle i} \in S$ – как i-ю точку этого пространства. В работе [3] было доказано, что каждому ТС S_i можно поставить в соответствие выпуклое многомерное множество (замкнутый параллелепипед) L_i, любая внутренняя точка $Y_{\langle n \rangle}$ которого соответствует состоянию объекта, которое относится к его i-му ТС.

В этой же работе были сформулированы условия отделимости областей L_i, соответствующих различным ТС S_i объекта, которые исходили из «компактного расположения» состояний внутри данного ТС. Другими словами, в качестве области L_i рассматривался замкнутый шар с центром в точке S_i. При этом данные распределены сферически (равномерно по всем измерениям) вокруг центра. Расстояние между точками S_i и S_f определялось с помощью евклидовой метрики.

Однако, при нормальном распределении оцениваемых значений y_j диагностических признаков π_j, имеющих, в том числе, различную размерность, использование евклидовой метрики является некорректным. Для этого случая уместно использовать расстояние Махаланобиса [8], которое инвариантно к масштабу и учитывает корреляцию между модельными значениями s_{ij} признаков, т.е. учитывается разброс данных относительно центра масс (предполагается, что этот разброс имеет форму эллипсоида).

Это можно проиллюстрировать с помощью рис. 1, на котором две точки из набора данных, расположенные на пересечении главных осей эллипса с линией нормальной плотности, находятся на одинаковом, в смысле Махаланобиса, расстоянии от центра масс.

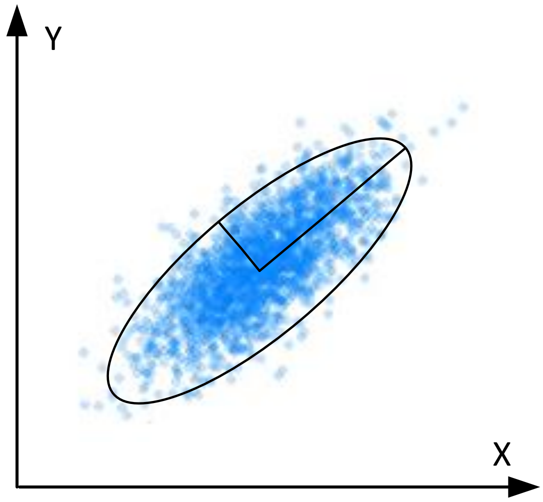

Рис. 1. Расстояние Махаланобиса.

Таким образом, в качестве искомой области L_i можно принять замкнутый эллипсоид с центром в точке S_i. Расстояние Махаланобиса между векторами модельных значений признаков в состояниях S_i и S_f определяется по формуле

$$d_{\text{м}}\left(S_{\langle n\rangle i}, S_{\langle n\rangle f}\right) = d_{if} = \sqrt{(S_{\langle n\rangle i} - S_{\langle n\rangle f})^{\text{T}} \mathbf{C}_{[n]}^{-1} (S_{\langle n\rangle i} - S_{\langle n\rangle f})}, \quad (4)$$

где $\mathbf{C}_{[n]}$ – ковариационная матрица, которую можно вычислить в соответствии с выражением

$$\mathbf{C}_{[n]} = \frac{1}{m-1} \mathbf{W}_{[m,n]}^{\text{T}} \mathbf{W}_{[m,n]}. \quad (5)$$

В этом выражении $\mathbf{W}_{[m,n]}$ представляет собой центрированную матрицу данных, элементы w_{ij} которой определяются по формуле

$$w_{ij} = s_{ij} - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} s_{ij} \; \left(i = \overline{1, m},\, j = \overline{1, n}\right). \quad (6)$$

Из рассчитанных расстояний d_{if} между всеми парами векторов $S_{\langle n\rangle i}$ и $S_{\langle n\rangle f}$ несложно составить квадратную симметричную матрицу $\mathbf{D}_{[m]}$, на главной диагонали которой будут нули, и определить максимально удаленные друг от друга вектора технических состояний.

Если теперь спроецировать ось эллипсоида, расположенную на прямой, соединяющей точку S_i с максимально удаленной от нее точкой S_f, на j-ю координатную ось, то получим отрезок l_{ij}, «внутренность» которого и является искомым интервалом. Очевидно, что середина отрезка совпадает с точкой, соответствующей заданному модельному значению s_{ij} признака π_j в i-м ТС. Таким образом, для определения искомого отрезка l_{ij} достаточно по формулам (4), (5) и (6) найти пару точек S_i и S_f для которых значение d_{if} максимально, и вычислить разброс измеренных значений j-го признака в i-м ТС, используя выражение

$$\Delta_{ij} = 0{,}5\left|s_{ij} - s_{fj}\right|. \quad (7)$$

Тогда левая и правая границы искомого отрезка для каждого j-го признака в i-м ТС определяются по формулам:

$$l_{ij}^{\text{л}} = s_{ij} - \Delta_{ij}\,;\; l_{ij}^{\text{п}} = s_{ij} + \Delta_{ij}\,. \tag{8}$$

Найденные отрезки l_{ij} в совокупности образуют множество $L = \left\{l_{ij} \mid i = \overline{1,m}\,;\, j = \overline{1,n}\right\}$. Каждый отрезок $l_{ij} \in L$ характеризует возможный разброс значений j-го признака в i-м ТС.

Процедура определения интервалов $l_{ij} \in L$ из модельных значений $s_{ij} \in S$ заключается в выполнении ряда последовательных шагов.

Шаг 1. Центрирование исходной матрицы данных (таблицы состояний) по формуле (6) для получения матрицы $\mathbf{W}_{[m,n]}$.

Шаг 2. Вычисление ковариационной матрицы $\mathbf{C}_{[n]}$ по формуле (5).

Шаг 3. Вычисление обратной ковариационной матрицы $\mathbf{C}_{[n]}^{-1}$.

Шаг 4. Вычисление попарных разностей $(S_{\langle n\rangle i} - S_{\langle n\rangle f})$ между векторами модельных значений признаков ($i, f = \overline{1,m}; i \neq f$).

Шаг 5. Вычисление расстояний Махаланобиса d_{if} между векторами $S_{\langle n\rangle i}$ и $S_{\langle n\rangle f}$ по формуле (4) и составление матрицы межклассовых расстояний $\mathbf{D}_{[m]}$.

Шаг 6. Вычисление границ интервалов l_{ij}.

6.1. Определение с помощью составленной на шаге 5 матрицы $\mathbf{D}_{[m]}$ для каждого из векторов $S_{\langle n\rangle i}$ наиболее удаленного от него класса $S_{\langle n\rangle f}$.

6.2. Вычисление по формуле (7) разбросов Δ_{ij} измеренных значений j-го признака в i-м ТС.

6.3. Определение левых $l_{ij}^{\text{л}}$ и правых $l_{ij}^{\text{п}}$ границ искомых интервалов l_{ij} по формуле (8).

Шаг 7. Формирование из полученных интервалов множества $L = \left\{l_{ij} \mid i = \overline{1,m}\,;\, j = \overline{1,n}\right\}$ и таблицы состояний.

В результате выполнения описанной процедуры можно сформировать модель (3), а на ее основе построить модель процесса анализа (2), основными элементами которой являются информационные состояния $R_k \subseteq S$ и выполняемые в них проверки заданных признаков $\pi_j \in \Pi$.

В рамках моделей (3) и (2) проверка признака π_j заключается в измерении его текущего значения y_j и выявлении принадлежности этого значения интервалу $l_{ij} \in L$ или нескольким интервалам, если они пересекаются.

Признак $\pi_j \in \Pi$ назовем допустимым (разрешенным для проверки) в ИС $R_k \subseteq S$, если найдется хотя бы одна пара технических состояний $S_i, S_f \in R_k$, дизъюнктных по этому признаку, т.е. таких, которым соответствуют непересекающиеся интервалы l_{ij}, $l_{fj} \in L$. Проверку $\hat{\pi}_j$ допустимого признака π_j будем также называть допустимой. Подмножество допустимых признаков в ИС R_k обозначим через Π_k. Условие, по которому оно определяется, запишем в виде

$$\pi_j \in \Pi_k\,,\ \text{если}\ \exists (S_i, S_f \in R_k) : (l_{ij} \cap l_{fj}) = \varnothing\,.$$

Для каждого признака $\pi_j \in \Pi_k$ выделим на вещественной оси ряд подынтервалов Δ_{kj}, на которых имеет место пересечение заданных интервалов l_{ij}, соответствующих техническим состояниям $S_i \in R_k$, то есть

$$\Delta_{kj} = \bigcap_{\{i\}} l_{ij},$$

где $\{i\}$ – множество индексов взаимно пересекающихся интервалов. Оно может иметь единственный элемент, показывающий, что на данном подынтервале интервал l_{ij} не пересекается с другими («пересекается сам с собой»).

Все выделенные подынтервалы Δ_{kj} будут отличаться друг от друга числом и составом пересекающихся на них интервалов l_{ij} и иметь в общем случае разную длину.

Исходом проверки признака π_j в информационном состоянии R_k назовем событие, заключающееся в попадании измеренного значения y_j признака в один из подынтервалов Δ_{kj}. Очевидно, что число ω_{kj} возможных исходов проверки равно числу выделенных подынтервалов и что это число конечно. Каждому подынтервалу Δ_{kj} присвоим порядковый номер v, т.е. введем обозначение Δ_{kj}^{v}. Соответственно v-й исход проверки обозначим через $\hat{\pi}_j^{v}$, определив его как событие $y_j \in \Delta_{kj}^{v}$ $\left(v = \overline{1, \omega_{kj}}\right)$. Тогда проверку $\hat{\pi}_j$ можем формально представить как отображение

$$\hat{\pi}_j : R_k \to R_{kj}^{v}, \text{ если } y_j \in \Delta_{kj}^{v} \left(v = \overline{1, \omega_{kj}}\right),$$

где $R_{kj}^{v} \subset R_k$ – подмножество, содержащее только те из технических состояний $S_i \in R_k$, которым соответствуют пересекающиеся интервалы $l_{ij} \in L$, т.е.

$$R_{kj}^{v} = \{S_i \in R_k \mid i : \bigcap_{\{i\}} l_{ij} \neq \varnothing\};$$

$$\Delta_{kj}^{v} = \bigcap_{\{i: S_i \in R_{kj}^{v}\}} l_{ij}.$$

Таким образом, при v-м исходе проверки $\hat{\pi}_j$ из ИС R_k получается новое ИС R_{kj}^{v}, содержащее меньшее число «подозреваемых» ТС.

Обозначим через $P_k\left(\hat{\pi}_j^{v}\right)$ вероятность v-го исхода проверки признака π_j в ИС $R_k \subseteq S$, т.е. вероятность попадания измеренного значения y_j в подынтервал Δ_{kj}^{v}. Эта вероятность вычисляется по формуле

$$P_k\left(\hat{\pi}_j^{v}\right) = P\left(y_j \in \Delta_{kj}^{v}\right) = \frac{\left|\Delta_{kj}^{v}\right|}{\left|\nabla_{kj}\right|},$$

где $\left|\Delta_{kj}^{v}\right| = \left|\bigcap_{\left\{i: S_i \in R_{kj}^{v}\right\}} l_{ij}\right|$ и $\left|\nabla_{kj}\right| = \left|\bigcup_{\left\{i: S_i \in R_k\right\}} l_{ij}\right|$ — длины пересечения и объединения подынтервалов соответственно.

В рамках вероятностно-динамической модели (2) реализуется последовательная процедура анализа ТС объекта. Под действием проверок $\hat{\pi}_j \in \hat{\Pi}$ производится последовательный переход от одного ИС к другому, пока не будет определено конкретное ТС, в котором находится объект.

Пример

Пусть в виде таблицы 1 заданы модельные значения s_{ij} признаков $\pi_j \left(j=\overline{1,10}\right)$ в технических состояниях S_i $\left(i=\overline{1,8}\right)$. Построим по этим данным агрегированную модель (3) объекта анализа, т.е. определим интервалы l_{ij}, каждый из которых определяет область возможных значений j-го признака в i-м ТС объекта.

Таблица 1 – Таблица состояний объекта анализа

ТС S_i	Диагностические признаки π_j									
	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7	π_8	π_9	π_{10}
S_1	0,439	-0,587	1,242	6,054	0,319	1,3	0,592	6,18	40,7	4,52
S_2	0,317	-0,582	1,02	4,281	0,105	0,92	0,783	4,27	28,5	9,63
S_3	0,354	-0,672	1,32	6,31	0,416	1,6	0,374	2,16	35,3	6,32
S_4	0,576	-0,413	0,87	7,78	0,19	1,02	0,67	7,134	30,7	5,78
S_5	0,418	-0,379	0,944	6,532	0,717	0,84	0,211	5,19	41,4	4,64
S_6	0,397	-0,416	1,632	4,08	0,207	1,27	0,394	3,84	42,0	3,88
S_7	0,317	-0,316	1,217	2,327	0,38	1,08	0,305	5,56	29,7	0,31
S_8	0,54	-0,392	1,297	0,984	0,111	0,74	0,82	8,146	33,4	0,00

Решение.

Шаг 1. Осуществим центрирование матрицы исходных данных. Для этого вычислим математические ожидания по столбцам таблицы 1 и вычтем их из имеющихся модельных значений признаков. В результате получим матрицу $\mathbf{W}_{[8,10]}$. Вычисления будем выполнять с помощью Microsoft Office Excel 2013.

$\mathbf{W}_{[8,10]}=$

0,019	-0,117	0,049	1,261	0,013	0,204	0,073	0,870	5,488	0,135
-0,103	-0,112	-0,173	-0,513	-0,201	-0,176	0,264	-1,040	-6,713	5,245
-0,066	-0,202	0,127	1,517	0,110	0,504	-0,145	-3,150	0,087	1,935
0,156	0,057	-0,323	2,987	-0,116	-0,076	0,151	1,824	-4,513	1,395
-0,002	0,091	-0,249	1,739	0,411	-0,256	-0,308	-0,120	6,188	0,255
-0,023	0,054	0,439	-0,714	-0,099	0,174	-0,125	-1,470	6,788	-0,505
-0,103	0,154	0,024	-2,467	0,074	-0,016	-0,214	0,250	-5,513	-4,075
0,120	0,078	0,104	-3,809	-0,195	-0,356	0,301	2,836	-1,813	-4,385

Шаг 2. Вычислим ковариационную матрицу $\mathbf{C}_{[10]}$ по формуле (5). В результате получим

$\mathbf{C}_{[10]}=$

0,009	0,003	-0,006	0,036	-0,005	-0,010	0,010	0,138	0,038	-0,078
0,003	0,016	-0,003	-0,112	0,003	-0,022	-0,006	0,132	-0,032	-0,270
-0,006	-0,003	0,060	-0,260	-0,011	0,033	-0,009	-0,154	0,574	-0,278
0,036	-0,112	-0,260	5,314	0,184	0,244	-0,125	-1,183	3,347	4,592
-0,005	0,003	-0,011	0,184	0,041	0,007	-0,039	-0,111	0,539	-0,042
-0,010	-0,022	0,033	0,244	0,007	0,079	-0,023	-0,372	0,431	0,207
0,010	-0,006	-0,009	-0,125	-0,039	-0,023	0,052	0,220	-0,598	0,123
0,138	0,132	-0,154	-1,183	-0,111	-0,372	0,220	3,624	-1,999	-3,090
0,038	-0,032	0,574	3,347	0,539	0,431	-0,598	-1,999	30,510	-1,719
-0,078	-0,270	-0,278	4,592	-0,042	0,207	0,123	-3,090	-1,719	9,910

Шаг 3. Обращение ковариационной матрицы $\mathbf{C}_{[10]}$ дает следующий результат:

$\dfrac{\mathbf{C}_{[10]}^{-1}}{10^{16}}=$

-3,317	-6,209	2,317	0,498	-2,634	-4,120	-2,336	-0,010	-0,058	-0,270
-3,628	9,370	-3,063	0,047	2,920	2,777	9,249	-0,640	0,103	-0,223
-1,312	-5,540	7,957	0,450	2,610	-3,958	-2,984	0,593	-0,205	0,134
0,346	0,217	0,065	-0,035	0,246	0,211	-0,066	0,030	-0,002	0,033
-3,886	0,528	4,771	0,469	3,506	-2,058	3,115	0,065	-0,108	-0,079
-2,527	2,157	-1,558	0,142	-0,282	0,113	3,221	-0,351	0,051	-0,215
-0,539	10,876	-3,547	-0,280	3,991	4,656	8,307	-0,449	0,108	0,018
-0,329	-1,044	0,855	0,075	-0,035	-0,676	-0,529	0,054	-0,022	-0,008
0,038	0,174	-0,213	-0,013	-0,053	0,117	0,097	-0,016	0,006	-0,003
-0,375	-0,522	0,454	0,057	-0,031	-0,425	-0,125	0,012	-0,011	-0,019

Шаг 4. Вычислим попарные разности между модельными значениями признаков. Например, для $(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle f})$, $f=\overline{2,8}$, получим следующие результаты:

$(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle 2})=$	0,122	-0,005	0,222	1,773	0,214	0,38	-0,191	1,91	12,2	-5,11
$(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle 3})=$	0,085	0,085	-0,078	-0,256	-0,097	-0,3	0,218	4,02	5,4	-1,8
$(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle 4})=$	-0,137	-0,174	0,372	-1,726	0,129	0,28	-0,078	-0,954	10	-1,26
$(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle 5})=$	0,021	-0,208	0,298	-0,478	-0,398	0,46	0,381	0,99	-0,7	-0,12
$(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle 6})=$	0,042	-0,171	-0,39	1,974	0,112	0,03	0,198	2,34	-1,3	0,64
$(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle 7})=$	0,122	-0,271	0,025	3,727	-0,061	0,22	0,287	0,62	11	4,21
$(S_{\langle 10\rangle 1}-S_{\langle 10\rangle 8})=$	-0,101	-0,195	-0,055	5,07	0,208	0,56	-0,228	-1,966	7,3	4,52

Шаг 5. Вычислим расстояния Махаланобиса d_{if} между векторами $S_{\langle 10\rangle i}$ и $S_{\langle 10\rangle f}$ $\left(i=\overline{1,8}\,;j=\overline{1,10}\right)$ по формуле (4) и составим матрицу межклассовых расстояний $\mathbf{D}_{[8]}$.

$\mathbf{D}_{[8]}=$

0	**4,134**	3,896	3,791	3,774	3,773	3,665	3,458
4,134	0	3,362	4,075	3,518	**4,652**	2,895	3,822
3,896	3,362	0	4,058	4,491	3,099	3,693	**4,844**
3,791	4,075	4,058	0	3,217	3,220	2,272	**4,236**
3,774	3,518	4,491	3,217	0	**5,137**	3,261	4,336
3,773	4,652	3,099	3,220	**5,137**	0	4,162	4,435
3,665	2,895	3,693	2,272	3,261	**4,162**	0	4,155
3,458	3,822	**4,844**	4,236	4,336	4,435	4,155	0

В полученной матрице полужирным шрифтом выделены значения межклассовых расстояний, соответствующие наиболее удаленным друг от друга классам. Например, наиболее удаленным от ТС S_1 является ТС S_2, а для ТС S_4 – ТС S_8.

Шаг 6. Вычислим границы интервалов $\ell_{ij}\left(i=\overline{1,8}\,;j=\overline{1,10}\right)$. Для этого воспользуемся матрицей $\mathbf{D}_{[8]}$ и формулами (7) и (8). Результаты вычислений разбросов Δ_{ij} измеренных значений j-го признака в i-м ТС по формуле (7):

Δ_{ij} =

0,061	0,003	0,111	0,887	0,107	0,190	0,096	0,955	6,10	2,555
0,040	0,083	0,306	0,101	0,051	0,175	0,195	0,215	6,75	2,875
0,093	0,140	0,012	2,663	0,153	0,430	0,223	2,993	0,95	3,160
0,018	0,011	0,214	3,398	0,040	0,140	0,075	0,506	1,35	2,890
0,011	0,019	0,344	1,226	0,255	0,215	0,092	0,675	0,30	0,380
0,011	0,019	0,344	1,226	0,255	0,215	0,092	0,675	0,30	0,380
0,040	0,050	0,208	0,877	0,087	0,095	0,045	0,860	6,15	1,785
0,093	0,140	0,012	2,663	0,153	0,430	0,223	2,993	0,95	3,160

Шаг 7. Из полученных результатов сформируем множество $L=\left\{\ell_{ij}\mid i=\overline{1,8}\,;j=\overline{1,10}\right\}$ и новую таблицу состояний (таблица 2, таблица 3).

Таблица 2 – Таблица состояний объекта анализа (левые границы интервалов)

ТС S_i	Левые границы $\ell^{л}_{ij}$ признаков π_j в ТС S_i									
	$\ell^{л}_{i1}$	$\ell^{л}_{i2}$	$\ell^{л}_{i3}$	$\ell^{л}_{i4}$	$\ell^{л}_{i5}$	$\ell^{л}_{i6}$	$\ell^{л}_{i7}$	$\ell^{л}_{i8}$	$\ell^{л}_{i9}$	$\ell^{л}_{i10}$
S_1	0,378	-0,590	1,131	5,168	0,212	1,110	0,497	5,225	34,60	1,965
S_2	0,277	-0,665	0,714	4,181	0,054	0,745	0,589	4,055	21,75	6,755
S_3	0,261	-0,812	1,309	3,647	0,264	1,170	0,151	-0,833	34,35	3,160
S_4	0,558	-0,424	0,657	4,382	0,151	0,880	0,595	6,628	29,35	2,890
S_5	0,408	-0,398	0,600	5,306	0,462	0,625	0,120	4,515	41,10	4,260
S_6	0,387	-0,435	1,288	2,854	-0,048	1,055	0,303	3,165	41,70	3,500
S_7	0,277	-0,366	1,010	1,451	0,294	0,985	0,261	4,700	23,55	-1,475
S_8	0,447	-0,532	1,286	-1,679	-0,042	0,310	0,597	5,153	32,45	-3,160

Таблица 3 – Таблица состояний объекта анализа (правые границы интервалов)

ТС S_i	Правые границы $\ell^{п}_{ij}$ признаков π_j в ТС S_i									
	$\ell^{п}_{i1}$	$\ell^{п}_{i2}$	$\ell^{п}_{i3}$	$\ell^{п}_{i4}$	$\ell^{п}_{i5}$	$\ell^{п}_{i6}$	$\ell^{п}_{i7}$	$\ell^{п}_{i8}$	$\ell^{п}_{i9}$	$\ell^{п}_{i10}$
S_1	0,500	-0,585	1,353	6,941	0,426	1,490	0,688	7,135	46,800	7,075
S_2	0,357	-0,499	1,326	4,382	0,156	1,095	0,978	4,485	35,250	12,505
S_3	0,447	-0,532	1,332	8,973	0,569	2,030	0,597	5,153	36,250	9,480
S_4	0,594	-0,403	1,084	11,178	0,230	1,160	0,745	7,640	32,050	8,670
S_5	0,429	-0,361	1,288	7,758	0,972	1,055	0,303	5,865	41,700	5,020
S_6	0,408	-0,398	1,976	5,306	0,462	1,485	0,486	4,515	42,300	4,260
S_7	0,357	-0,266	1,425	3,204	0,467	1,175	0,350	6,420	35,850	2,095
S_8	0,633	-0,252	1,309	3,647	0,264	1,170	1,043	11,139	34,350	3,160

Заключение

Сформированная модель объекта анализа технического состояния при использовании нормально распределенных диагностических признаков (3) позволяет построить модель процесса анализа (2), основными элементами которой являются информационные состояния процесса анализа и выполняемые в них проверки диагностических признаков. С помощью этих моделей можно синтезировать гибкие программы анализа технического состояния объектов, в том числе оптимальные по выбранным показателям оптимизации, таким как средние затраты, средняя достоверность, средняя информативность и др. Преимущество интервального оценивания диагностических признаков заключается в том, что, во-первых, непрерывная форма представления признаков является наиболее общей, а во-вторых, при использовании модели (3) нет необходимости знать вероятности $P(S_i)$ распознаваемых технических состояний объекта. Вероятностный характер модели проявляется в учете вероятностей $P(R_k)$ информационных состояний процесса анализа, которые рассчитываются непосредственно в ходе построения гибкой программы анализа технического состояния объекта.

Литература

1. Дмитриев А. К., Юсупов Р. М. Идентификация и техническая диагностика. Учебник для ввузов. – Л.: МО СССР, 1987. – 521 с.

2. Калинин В. Н., Резников Б. А., Варакин Е. И. Теория систем и оптимального управления. Ч. I. Основные понятия, математические модели и методы анализа систем. Учебник для ввузов. – Л.: ВИКИ им. А.Ф. Можайского, 1979. – 319 с.

3. Дмитриев А. К., Кравченко И. Д. Модель процесса диагностирования технического объекта при использовании непрерывных диагностических признаков // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 1994. №11–12. С. 3–9.

4. Мышко В. В., Кравцов А. Н., Копкин Е. В., Чикуров В. А. Теоретические основы и методы оптимизации анализа технического состояния сложных систем: монография. – СПб.: ВКА имени А.Ф.Можайского, 2013.– 303 с.

5. Копкин Е. В., Чикуров В. А., Алейник В. В., Лазутин О. Г. Алгоритм построения гибкой программы диагностирования технического объекта по критерию ценности получаемой информации // Труды СПИИРАН. 2015. № 4(41). С. 106-128.

6. Копкин Е. В., Деев В. В. Алгоритм построения гибкой программы анализа технического состояния объекта по критерию эффективности информации // Научно-аналитический журнал «Вестник Санкт-Петербургского университета государственной противопожарной службы МЧС России». 2016. № 4. – URL: http://vestnik.igps.ru/wp-content/uploads/V84/13.pdf (дата обращения: 10.03.2018)

7. Копкин Е. В., Бородько Д. Н., Пастухова К. Е. Алгоритм построения квазиоптимальной гибкой программы анализа технического состояния объекта // Информационно-управляющие системы. 2017. № 1 (86). С. 31-39.

8. Хачумов М. В. Расстояния, метрики и кластерный анализ // Искусственный интеллект и принятие решений. 2012. Т. 9. № 1. С. 81-89.

9. Орлов А. И., Луценко Е. В. Системная нечеткая интервальная математика. Монография. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – 600 с.

10. Kulis B. Metric Learning: a Survey. Foundations and Trends in Machine Learning. 2013. vol. 5. no. 4. pp 287-364.

11. de Leon A. R., Carrière K. C. A Generalized Mahalanobis Distance for Mixed Data. Journal of Multivariate Analysis. 2005. vol. 92. pp. 174-185.

12. Yang L., Jin R. Distance Metric Learning: A Comprehensive Survey. – Michigan State University, 2006. – 51 p.

13. Кан Ш. Ч., Микулович А. В., Микулович В. И. Вибрационная диагностика машин на основе методов эмпирической декомпозиции и сингулярного разложения // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук. 2010. № 2. С. 113-120.

References

1. Dmitriev A. K., Iusupov R. M. *Identifikatsiia i tekhnicheskaia diagnostika* [Identification and Technical Diagnostics]. Leningrad, Ministry of Defence of the USSR Publ., 1987. 521 p. (in Russian).

2. Kalinin V. N., Reznikov B. A., Varakin E. I. *Teoriia sistem i optimal'nogo upravleniia. Osnovnye poniatiia, matematicheskie modeli i metody analiza sistem* [Theory of Systems and Optimum Control. Basic Concepts, Mathematical Models and Methods of the Analysis of Systems]. Leningrad, Mozhaysky Military Engineering Institute Publ., 1979. 319 p. (in Russian).

3. Dmitriev A. K., Kravchenko I. D. Model' protsessa diagnostirovaniia tekhnicheskogo ob''ekta pri ispol'zovanii nepreryvnykh diagnosticheskikh priznakov [The Model of Technical Object Diagnosis Process Using Continuous Diagnostic Signs]. *Journal of Instrument Engineering*, 1994, vol. 37, no. 11-12, pp. 3-9 (in Russian).

4. Myshko V. V., Kravtsov A. N., Kopkin E. V., Chikurov V. A. *Teoreticheskie osnovy i metody optimizatsii analiza tekhnicheskogo sostoianiia slozhnykh system. Monografija* [Theoretical Bases and Methods for Optimizing the Analysis of the Technical State of Complex Systems. Monography]. Saint Petersburg, Mozhaisky Military Space Academy Publ., 2013. 303 p. (in Russian).

5. Kopkin E. V., Chikurov V. A., Aleinik V. V., Lazutin O. G. The Algorithm for Constructing a Flexible Program of Diagnosing a Technical Object according to the Criterion of the Value of the Received Information. *SPIIRAS Proceedings*, 2015, vol. 4(41), pp. 106-128 (in Russian).

6. Kopkin E. V., Deev V. V. Algorithm of Construction of Flexible Program Analysis of The Object Technical State by the Information Efficiency Criterion. *Scientific- Analytical Journal Bulletin of Saint Petersburg University of State Fire*

Service of EMERCOM of Russia, 2016, vol. 4. Available at: http://vestnik.igps.ru/wp-content/uploads/V84/13.pdf (accessed 10 March 2018) (in Russian).

7. Kopkin E. V., Borodko D. N., Pastuhova K. E. The Algorithm for Constructing Quasioptimal Flexible Program of Analysis of the Technical State of the Object. *Information and Control Systems*, 2017, vol. 1, pp. 27-41. (in Russian).

8. Khachumov M. V. Distances, Metrics and Cluster Analysis. *Artificial Intelligence and Decision Making*, 2012, vol. 9 (1), pp. 81-89 (in Russian).

9. Orlov A. I., Lucenko E. V. *Sistemnaja nechetkaja interval'naja matematika. Monografija* [System Fuzzy Interval Mathematics. Monography]. Krasnodar, Kuban State Agrarian University Publ., 2014. 600 p. (in Russian).

10. Kulis B. Metric Learning: a Survey. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2013, vol. 5, no. 4, pp 287-364.

11. de Leon A. R., Carrière K. C. A Generalized Mahalanobis Distance for Mixed Data. *Journal of Multivariate Analysis*, 2005, vol. 92, pp 174-185.

12. Yang L., Jin R. *Distance Metric Learning: A Comprehensive Survey*. Michigan State University, 2006. 51 p.

13. Kang Sh. Q., Mikulovich A. V., Mikulovich V. I. Diagnosis for Machine Vibration Based on the Method of Empirical Decomposition and Singular Value Decomposition. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Series of Physical-Technical Sciences*, 2010, no. 2, pp. 113-120 (in Russian).

Статья поступила 3 апреля 2018 г.

Информация об авторах

Копкин Евгений Вениаминович – доктор технических наук. Профессор кафедры технологий и средств автоматизации обработки и анализа информации космических средств. Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: анализ технического состояния сложных систем; сбор и обработка информации. E-mail*:* kopkins@mail.ru

Кобзарев Игорь Михайлович – соискатель ученой степени кандидата технических наук. Адъюнкт кафедры технологий и средств автоматизации обработки и анализа информации космических средств. Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. Область научных интересов: сбор и обработка информации. E-mail*:* kobzaryan@mail.ru

Адрес: 197198, Россия, Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13.

Technical State Analysis Object Model Using Continuous Diagnostic Signs with Normal Distribution Law

E. V. Kopkin, I. M. Kobzarev

Purpose. *The efficiency of solving the problems of control and diagnosing of complex technical systems depends on the adequacy of the aggregate models of analysis objects of technical state being used. In this case, real numbers are the most common form of representation of the model values of the diagnostic signs. The known methods of construction of such models are based on the assumption of uniform distribution law of these model values and their equal physical dimension. The purpose of work is to build an aggregated model of the analysis object of the technical state, in which the model values of the diagnostic signs have a normal distribution law, different physical dimensions and are presented in the form of intervals on the real numerical axis. Each of these intervals characterizes the possible range of variation of the measured values of the diagnostic signs in different technical states of the analysis object.* ***Novelty.*** *The novelty element of the proposed solution is the procedure of determining the bounds of these intervals on the basis of the Mahalanobis metric use which, unlike the Euclidean metric, is invariant to the scale and takes into account the correlation between the model signs values, i.e., is correct for non-orthonormalized spaces.* ***Results.*** *Transformation of the set of model values of the diagnostic signs represented by real numbers having different physical dimensions and normal distribution law to the set of intervals on the real numerical axis is carried out by calculating the pairwise distances between multidimensional vectors characterizing the various technical states of the analysis object. These vectors are represented in the form of closed multidimensional ellipsoids. Determination of the most remote vectors allows to determine the ranges of possible dispersions of the measured values of the diagnostic signs in different technical states. A numerical example of the proposed procedure is presented.* ***Practical relevance***. *The proposed model of the analysis object of the technical state using diagnostic signs normally distributed allows to create a model of the analysis process, the main elements of which are the information states of the analysis process and the tests of the diagnostic signs performed in them. By means of these models it is possible to synthesize flexible programs for analyzing the technical state of objects, including the optimal ones according to the selected optimization indicators.*

Keywords*: technical state, diagnostic signs, Mahalanobis metrics.*

Information about Authors

Evgeniy Veniaminovich Kopkin – Dr. habil. of Engineering Sciences. Professor of the Department of Technologies and Automation Equipment for Processing and Analysis of Space Objects Information. Military Space Academy by name of A.F. Mozhaysky. Field of research: analysis of technical state of the complex systems; data acquisition. E-mail: kopkins@mail.ru

Igor Mihaylovich Kobzarev – Doctoral Student. The postgraduate student of the Department of Technologies and Automation Equipment for Processing and Analysis of Space Objects Information. Military Space Academy by name of A.F. Mozhaysky. Field of research: analysis of technical state of the complex systems; data acquisition. E-mail: kobzaryan@mail.ru

Address: Russia, 197198, Saint Petersburg, Zhdanovskaya str., 13.