

УДК 001.891.57; 623.4.01

## Методический подход к построению моделей конфликта малочисленных группировок сторон, обеспечивающий повышенную точность отражения реальных процессов

Козирацкий Ю. Л., Прохоров Д. В., Курьянов И. Ю., Говорухин С. А.

**Постановка задачи:** для оценки боевых возможностей группировок сторон различных масштабов и с различными системами вооружения широко используются модели группового боя. В настоящее время широкое развитие получил метод динамики средних, как хорошо разработанный и весьма гибкий математический аппарат, позволяющий описывать самые разнообразные боевые ситуации. Так наибольшую известность получили модели на основе уравнений Осипова-Ланчестера. Важным ограничением этой модели является большая численность сторон-участников конфликта. При этом с уменьшением численности происходит и существенное снижение точности результатов моделирования. Особо критичен такой недостаток при исследовании процессов взаимного комплексного (огневого и радиоэлектронного) поражения, когда численности боевых средств сторон невелики. **Целью работы** является разработка вероятностной модели конфликта малочисленных группировок, позволяющей корректно оценивать процесс изменения численностей противоборствующих сторон через соответствующие показатели. **Новизна работы** заключается в представлении процесса противоборства однородных малочисленных группировок с использованием передаточных функций, полученных в результате операторного преобразования интегро-дифференциальных уравнений, соответствующих направлениям нестационарного изменения состояний. **Результат:** на основе использования полумарковских процессов и матричного подхода предложен метод непосредственного представления процесса противоборства однородных малочисленных группировок ориентированным графом состояний, вершины которого отражают изменение численности противоборствующих сторон по убыванию в виде парных значений по каждому состоянию процесса. **Практическая значимость:** проведены расчеты и получены распределения финальных вероятностей численности сторон  $A$  и  $B$  при полной утрате численности противостоящей стороны и вероятностей того, что по истечению 80 секунд сторона  $A$  сохранит  $m$ , а сторона  $B$  –  $n$  единиц техники.

**Ключевые слова:** методический подход, конфликт, модель, малочисленные группировки, интенсивность, поражающие воздействия.

### Введение

Для разработки вероятностной модели воспользуемся хорошо зарекомендовавшим себя подходом, заключающемся в рассмотрении динамики противоборства двух сторон, как полумарковского процесса, протекающего на детерминированном множестве состояний конфликтной системы [1, 2, 3]. Каждому из множества состояний динамической модели конфликта поставим в соответствие соотношение численностей сторон. При этом переходы из одного состоя-

---

#### Библиографическая ссылка на статью:

Козирацкий Ю. Л., Прохоров Д. В., Курьянов И. Ю., Говорухин С. А. Методический подход к построению моделей конфликта малочисленных группировок сторон, обеспечивающий повышенную точность отражения реальных процессов // Системы управления, связи и безопасности. 2019. № 1. С. 170-182. DOI: 10.24411/2410-9916-2019-10110

#### Reference for citation:

Koziratsky Yu. L., Prokhorov D. V., Kuryanov I. Yu., Govorukhin S. A. Methodical approach to the construction of conflict models for small groupings of the parties, providing enhanced accuracy of reflection of real processes. *Systems of Control, Communication and Security*, 2019, no. 1, pp. 170-182. DOI: 10.24411/2410-9916-2019-10110 (in Russian).

ния в другое будут характеризовать изменение численностей сторон в результате нестационарных воздействий противоборствующих сторон друг на друга. При условии, что начальные численности сторон  $A - M$ ,  $B - N$  динамику конфликта можно представить в виде ориентированного графа состояний модели, показанного на рис. 1.

**Методический подход к построению моделей конфликта малочисленных группировок, обеспечивающий повышенную точность отражения реальных процессов**

Исходя из предположения о полумарковском процессе изменения состояний моделируемого конфликта, каждый переход будет характеризоваться условными вероятностными и вероятностно-временными характеристиками в виде вероятностей перехода и плотностей вероятности распределения времени нахождения в одном состоянии при переходе в другое состояние

$$P_{mn,m-1n}, P_{mn,mn-1}, \varphi_{mn,m-1n}(t), \varphi_{mn,mn-1}(t), \tag{1}$$

где  $m = \overline{M, 1}$ ;  $n = \overline{N, 1}$ ;  $P_{mn,mn-1}$  и  $P_{mn,m-1n}$  – вероятности перехода из одного состояния в другое;  $\varphi_{mn,m-1n}(t)$  и  $\varphi_{mn,mn-1}(t)$  – плотности вероятности распределения времени нахождения в одном состоянии при переходе в другое состояние.

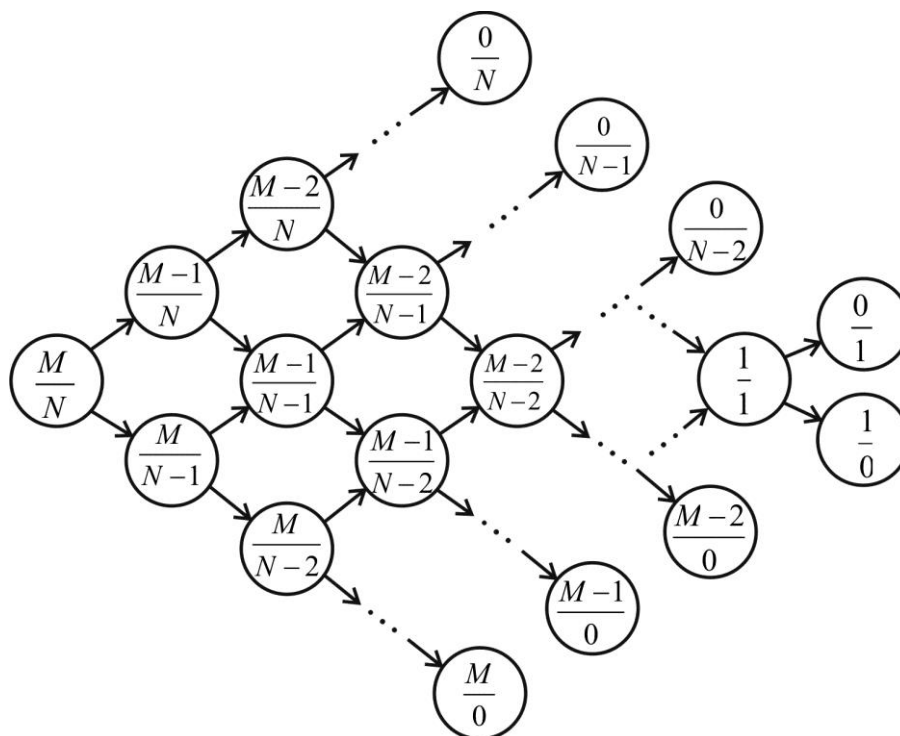


Рис. 1. Граф состояний

С учетом конфликтного обуславливания [3] плотности вероятности и вероятности перехода будут определяться следующими выражениями

$$\varphi_{mn,m-1n}(t) = \frac{\varphi_{mn,m-1n}^B(t) \cdot [1 - \int_0^t \varphi_{mn,mn-1}^A(\tau) d\tau]}{P_{mn,m-1n}};$$

$$\varphi_{mn,mn-1}(t) = \frac{\varphi_{mn,mn-1}^A(t) \cdot [1 - \int_0^t \varphi_{mn,m-1n}^B(\tau) d\tau]}{P_{mn,mn-1}}; \quad (2)$$

$$P_{mn,m-1n} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \varphi_{mn,m-1n}^B(t) \cdot [1 - \int_0^\tau \varphi_{mn,mn-1}^A(u) du] d\tau;$$

$$P_{mn,mn-1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \varphi_{mn,mn-1}^A(t) \cdot [1 - \int_0^\tau \varphi_{mn,m-1n}^B(u) du] d\tau.$$

В соответствии с подходом, приведенным в [3] каждому переходу графа состояний можно поставить в соответствие передаточные функции  $H_{mn,m-1n}(s) = H_{mn,m-1n}$ ,  $H_{mn,mn-1}(s) = H_{mn,mn-1}$ , определяемые соотношениями

$$H_{mn,m-1n}(s) = L_s[P_{mn,m-1n} \cdot \varphi_{mn,m-1n}(t)]; \quad (3)$$

$$H_{mn,mn-1}(s) = L_s[P_{mn,mn-1} \cdot \varphi_{mn,mn-1}(t)],$$

где  $L_s[\cdot]$  – оператор преобразования Лапласа.

Тогда динамическую модель рассматриваемого конфликта в форме передаточных функций можно представить в виде, показанном на рис. 2.

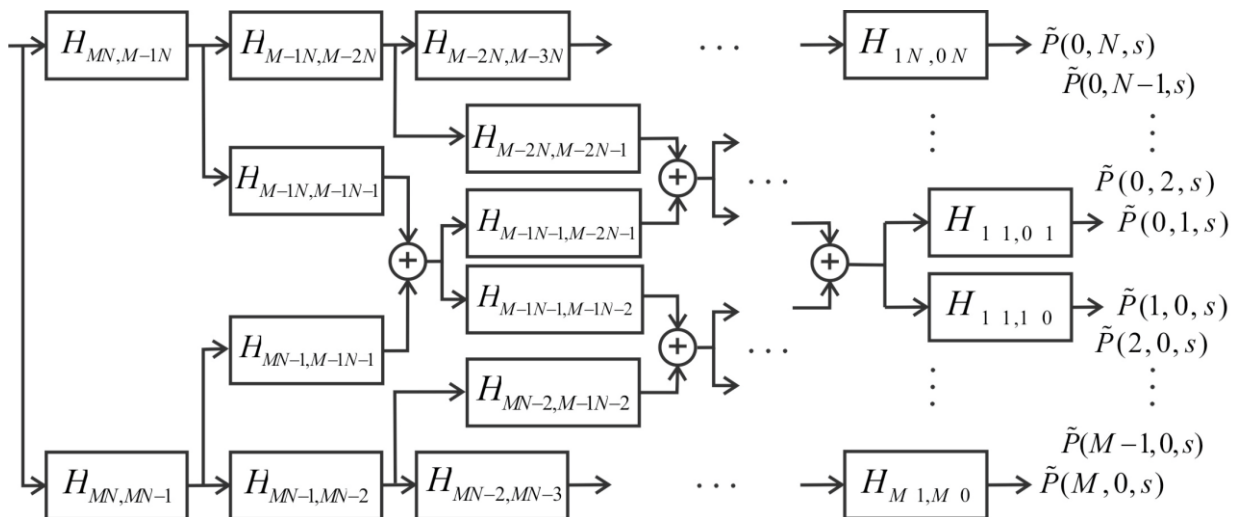


Рис. 2. Модель конфликта в форме передаточных функций

В результате могут быть получены плотности вероятности распределения численностей каждой из противоборствующих сторон как функции от времени, что позволяет сформировать закон распределения численностей каждой из сторон к моменту времени  $t$

$$P(m,t) = \sum_{n=0}^N P(m,n,t), \quad P(n,t) = \sum_{m=0}^M P(m,n,t), \quad (4)$$

при условиях  $(m=0) \cap (n=0) = \emptyset$ ,  $(m=M) \cap (n=N) = \emptyset$ ,

где  $P(m,n,t) = L_s^{-1} \left[ \frac{1}{s} \tilde{P}(m,n,s) \right];$

$$P(m, n, t) = \begin{bmatrix} 1 - P(M-1, N, t) - P(M, N-1, t) & P(M-1, N, t) & \dots & P(0, N, t) \\ P(M, N-1, t) & P(M-1, N-1, t) & \dots & P(0, N-1, t) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P(M, 0, t) & P(M-1, 0, t) & \dots & - \end{bmatrix}. \quad (5)$$

С учетом (4) средние значения и дисперсии численностей сторон можно определить с использованием известных выражений

$$\begin{aligned} \bar{m}(n, t) &= \frac{\sum_{m=0}^M m \cdot P(m, n, t)}{\sum_{m=0}^M P(m, n, t)}; \quad \bar{n}(m, t) = \frac{\sum_{n=0}^N n \cdot P(m, n, t)}{\sum_{n=0}^N P(m, n, t)}; \\ D_A(n, t) &= \sum_{m=0}^M [m - \bar{m}(n, t)]^2 \cdot P(m, n, t); \\ D_B(m, t) &= \sum_{n=0}^N [n - \bar{n}(m, t)]^2 \cdot P(m, n, t). \end{aligned} \quad (6)$$

Получение распределения численностей сторон, особенно, когда начальные численности сторон  $M$  и  $N$  превышают 3, приводит к достаточно громоздким выражениям. Для обеспечения компактности записи, удобства получения и расчетов с использованием ЭВМ предлагается матричный подход.

Для конфликта с начальными численностями сторон  $A$  и  $B$ :  $M$  и  $N$ , соответственно введем в рассмотрение следующие матрицы:

- матрицу состояний  $\mathbf{S}_{(N+1) \times (M+1)}$ ;
- матрицу горизонтальных переходов (снижение численности стороны  $A$ ) –  $\mathbf{G}_{N \times M}$ ;
- матрицу вертикальных переходов (снижение численности стороны  $B$ ) –  $\mathbf{V}_{N \times M}$ ;
- матрицу плотностей вероятностей нахождения в состояниях  $\mathbf{S}$  в начальный момент времени –  $\tilde{\mathbf{P}}_0_{(N+1) \times (M+1)}$ ;
- матрицу плотностей вероятностей нахождения в состояниях  $\mathbf{S}$  к моменту времени  $t$  –  $\tilde{\mathbf{P}}_{N \times M}$ .

Элементы перечисленных матриц в общем виде могут быть записаны следующим образом

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{M}{N} & \frac{M-1}{N} & \dots & \frac{0}{N} \\ \frac{M}{N-1} & \frac{M-1}{N-1} & \dots & \frac{0}{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{M}{0} & \frac{M-1}{0} & \dots & \frac{0}{0} \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} H_{MN, M-1N}(s) & H_{M-1N, M-2N}(s) & \dots & H_{1N, 0N}(s) \\ H_{MN-1, M-1N-1}(s) & H_{M-1N-1, M-2N-1}(s) & \dots & H_{1N-1, 0N-1}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{M1, M-11}(s) & H_{M-11, M-21}(s) & \dots & H_{11, 01}(s) \end{bmatrix}; \\
 \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} H_{MN, MN-1}(s) & H_{M-1N, M-1N-1}(s) & \dots & H_{1N, 1N-1}(s) \\ H_{MN-1, MN-2}(s) & H_{M-1N-1, M-1N-2}(s) & \dots & H_{1N-1, 1N-2}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{M1, M0}(s) & H_{M-11, M-10}(s) & \dots & H_{11, 10}(s) \end{bmatrix}; \\
 \tilde{\mathbf{P}}_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1M} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NM} \end{bmatrix}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

где:  $m/n$  – состояние конфликта, когда соотношение численностей сторон равно  $m/n$ ;  $H_{mn, m-1n}(s)$  и  $H_{mn, mn-1}(s)$  – передаточные функции при  $m = \overline{M, 1}$ ,  $n = \overline{N, 1}$ ;  $p_{ij}$  – плотности вероятностей нахождения конфликта в состояниях  $\mathbf{S}$  к моменту времени  $t$ .

Для получения распределения численностей сторон к моменту времени  $t$  применим следующий алгоритм.

1. Преобразование матриц  $\mathbf{G}$  и  $\mathbf{V}$  путем произведения Шура с матрицей  $\tilde{\mathbf{P}}$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{G}_1 &= \tilde{\mathbf{P}} \circ \mathbf{G}; \\
 \mathbf{V}_1 &= \tilde{\mathbf{P}} \circ \mathbf{V}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Произведение Шура (Адамара или начальное произведение) представляет собой поэлементное произведение матриц  $(\mathbf{A} \circ \mathbf{B})_{ij} = (\mathbf{A})_{ij}(\mathbf{B})_{ij}$ .

2. Преобразование матриц  $\mathbf{G}_1$  и  $\mathbf{V}_1$  следующим образом

$$\begin{aligned}
 \mathbf{G}_{2(N+1) \times (M+1)} &= \mathbf{I}_{(N+1) \times N} \cdot \mathbf{G}_{1N \times M} \cdot \overset{\circ}{\mathbf{I}}_{M \times (M+1)}; \\
 \mathbf{V}_{2(N+1) \times (M+1)} &= \overset{\circ}{\mathbf{I}}_{(N+1) \times N} \cdot \mathbf{V}_{1N \times M} \cdot \mathbf{I}_{M \times (M+1)}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

где  $\mathbf{I}_{(N+1) \times N}$ ,  $\overset{\circ}{\mathbf{I}}_{(N+1) \times N}$ ,  $\mathbf{I}_{M \times (M+1)}$ ,  $\overset{\circ}{\mathbf{I}}_{M \times (M+1)}$  – матрицы вида (пример для случая  $M = N = 2$ )

$$\mathbf{I}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \overset{\circ}{\mathbf{I}}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{I}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \overset{\circ}{\mathbf{I}}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Суммирование полученных матриц  $\mathbf{G}_2$ ,  $\mathbf{V}_2$  с  $\tilde{\mathbf{P}}_0$  и получение матрицы плотностей вероятностей нахождения конфликта в состояниях  $\mathbf{S}$  к моменту времени  $t$

$$\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}_0 + \mathbf{G}_2 + \mathbf{V}_2. \quad (10)$$

4. С использованием обратного преобразования Лапласа получение вероятностей нахождения конфликта к моменту времени  $t$  в состояниях, соответствующих матрице  $\mathbf{S}$  (вероятностей того, что к моменту времени  $t$  сторона  $A$  сохранит  $m$ , а сторона  $B$  –  $n$  единиц техники) (матрицы вида (5))

$$P_{ij} = L_s^{-1} \left[ \frac{1}{s} \tilde{P}_{ij} \right]. \quad (11)$$

Для случая, когда безусловные плотности вероятности распределения времени нахождения в одном состоянии при переходе в другое состояние определяются экспоненциальными распределениями, передаточные функции переходов можно записать следующим образом

$$H_{mm,mm-1}(s) = \frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a + \Lambda_b}; \quad H_{mn,m-1n}(s) = \frac{\Lambda_b}{s + \Lambda_a + \Lambda_b}, \quad (12)$$

где  $\Lambda_a = \lambda_a m$ ;  $\Lambda_b = \lambda_b n$  – интенсивности поражающих воздействий, приведенные к численностям сторон;  $\lambda_a$  и  $\lambda_b$  – интенсивности поражающих воздействий сторон;  $m$  и  $n$  – текущие численности сторон.

Эффективные скорострельности (интенсивности выполнения задач поражения) одной боевой единицы группировок связаны со средним временем выполнения задач поражения одной боевой единицы обратной зависимостью  $\lambda_a = 1/\bar{T}_a$ ,  $\lambda_b = 1/\bar{T}_b$  [4].

Для определения среднего времени выполнения задач огневого поражения (ОП) одной боевой единицей сторон  $\bar{T}_a = \bar{T}_{\Sigma a}$ ,  $\bar{T}_b = \bar{T}_{\Sigma b}$  [1, 5] воспользуемся подходом, описанным в [4].

Процесс огневого поражения боевыми средствами одной стороны боевыми средствами противостоящей стороны можно условно разбить на два процесса: разведки и собственно поражения и представить в виде графа состояний на рис. 3.

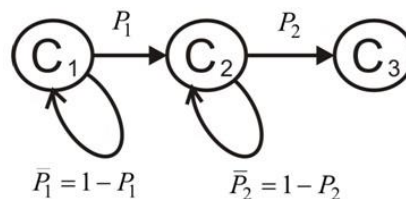


Рис. 3. Граф состояний, отражающий процесс огневого поражения

На графе применены следующие обозначения:  $C_1$  – начато выполнение задач разведки;  $C_2$  – задача разведки выполнена, начато выполнение задачи поражения;  $C_3$  – задача поражения выполнена;  $P_1$  – вероятность выполнения задачи разведки;  $P_2$  – вероятность выполнения задачи огневого поражения.

В форме передаточных функций процесс разведки и поражения может быть представлен в виде схемы на рис. 4, где  $H_{12}(s)$  и  $H_{23}(s)$  – передаточные

функции процессов разведки и поражения соответственно, определяемые исходя из [4, 6, 7]  $H_{ij}(s) = \frac{P_i H_{ij}(s)}{1 - \bar{P}_i H_{ij}(s) H_{ji}(s)}$ ,  $H_{\Sigma}(s) = H_{12}(s) H_{23}(s)$ .

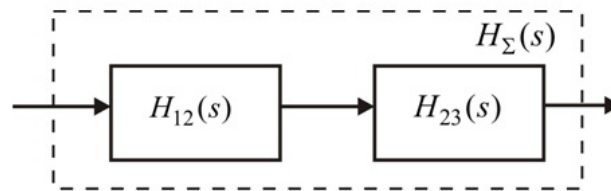


Рис. 4. Процесс огневого поражения в форме передаточных функций

Выражение для определения общего среднего времени разведки и поражения цели можно получить, следуя рекомендациям, изложенным в [4]

$$\bar{T}_{\Sigma} = - \left. \frac{dH_{\Sigma}(s)}{ds} \right|_{s=0} \cdot \left. \frac{1}{L_s^{-1} [H_{\Sigma}(s)/s]} \right|_{t \rightarrow \infty}. \quad (13)$$

С учетом вышесказанного формирование элементов матриц **G** и **V** удобно производить с помощью следующих выражений:

– матрицы **G**

$$H_{ij}(s) = \frac{(N+1-i)\lambda_b}{s + (M+1-j)\lambda_a + (N+1-i)\lambda_b}; \quad (14)$$

– матрицы **V**

$$H_{ij}(s) = \frac{(M+1-j)\lambda_a}{s + (M+1-j)\lambda_a + (N+1-i)\lambda_b}. \quad (15)$$

Воспользуемся данными методическими рекомендациями и на примере рассмотрим конфликт с численностями сторон  $M = N = 3$ .

Граф состояний модели, характеризующий динамику конфликта в этом случае, показан на рис. 5.

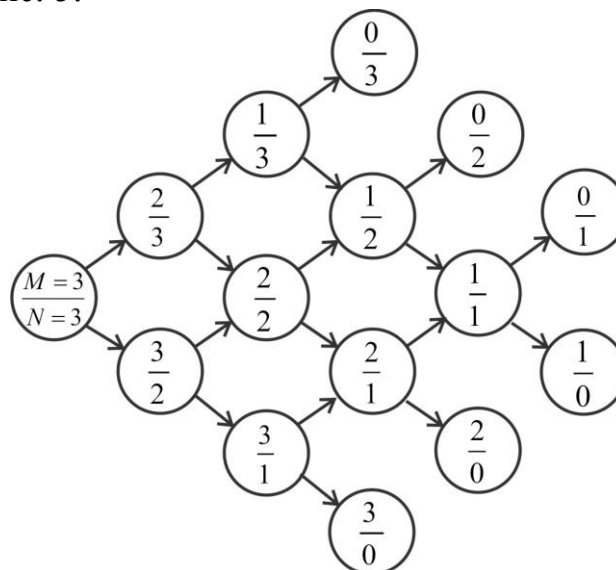


Рис. 5. Граф состояний при  $M = 3, N = 3$

Для случая начальных численностей сторон  $M = N = 3$  вероятности того, что к моменту времени  $t$  у стороны  $A$  останется  $m$  единиц техники, а у стороны  $B$  –  $n$  единиц техники, в форме преобразования Лапласа могут быть получены с помощью следующих выражений

$$\begin{aligned}
 P(2,3,s) &= \frac{1}{s} H_{3,3,2,3} = \frac{1}{s} \frac{3\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b}; \\
 P(1,3,s) &= \frac{1}{s} H_{3,3,2,3} H_{2,3,1,3} = \frac{1}{s} \frac{3\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{3\lambda_b}{s + 2\lambda_a + 3\lambda_b}; \\
 P(0,3,s) &= \frac{1}{s} H_{3,3,2,3} H_{2,3,1,3} H_{1,3,0,3} = \frac{1}{s} \frac{3\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{3\lambda_b}{s + 2\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{3\lambda_b}{s + \lambda_a + 3\lambda_b}; \\
 P(3,2,s) &= \frac{1}{s} H_{3,3,3,2} = \frac{1}{s} \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b}; \\
 P(3,1,s) &= \frac{1}{s} H_{3,3,3,2} H_{3,2,3,1} = \frac{1}{s} \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 2\lambda_b}; \\
 P(3,0,s) &= \frac{1}{s} H_{3,3,3,2} H_{3,2,3,1} H_{3,1,3,0} = \frac{1}{s} \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 2\lambda_b} \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + \lambda_b}; \\
 P(2,2,s) &= \frac{1}{s} \left[ H_{3,3,2,3} H_{2,3,2,2} + H_{3,3,3,2} H_{3,2,2,2} \right] = \frac{1}{s} \left[ \frac{3\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{2\lambda_a}{s + 2\lambda_a + 3\lambda_b} + \right. \\
 &+ \left. \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{2\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 2\lambda_b} \right]; \\
 P(1,2,s) &= \frac{1}{s} \left[ H_{3,3,2,3} H_{2,3,1,3} H_{1,3,1,2} + H_{3,3,2,3} H_{2,3,2,2} H_{2,2,1,2} + H_{3,3,3,2} H_{3,2,2,2} H_{2,2,1,2} \right] = \\
 &= \frac{1}{s} \left[ \frac{3\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{3\lambda_b}{s + 2\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{\lambda_a}{s + \lambda_a + 3\lambda_b} + \frac{3\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \times \right. \\
 &\times \left. \frac{2\lambda_a}{s + 2\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{2\lambda_b}{s + 2\lambda_a + 2\lambda_b} + \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{2\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 2\lambda_b} \frac{2\lambda_b}{s + 2\lambda_a + 2\lambda_b} \right]; \\
 P(2,1,s) &= \frac{1}{s} \left[ H_{3,3,2,3} H_{2,3,2,2} H_{2,2,2,1} + H_{3,3,3,2} H_{3,2,2,2} H_{2,2,2,1} + H_{3,3,3,2} H_{3,2,3,1} H_{3,1,2,1} \right] = \\
 &= \frac{1}{s} \left[ \frac{3\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{2\lambda_a}{s + 2\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{2\lambda_a}{s + 2\lambda_a + 2\lambda_b} + \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \times \right. \\
 &\times \left. \frac{2\lambda_b}{s + 3\lambda_a + 2\lambda_b} \frac{2\lambda_a}{s + 2\lambda_a + 2\lambda_b} + \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \frac{3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 2\lambda_b} \frac{\lambda_b}{s + 3\lambda_a + \lambda_b} \right]; \\
 P(1,1,s) &= H_{1,2,1,1} P(1,2,s) + H_{2,1,1,1} P(2,1,s) =
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{\lambda_a}{s + \lambda_a + 2\lambda_b} P(1,2,s) + \frac{\lambda_b}{s + 2\lambda_a + \lambda_b} P(2,1,s); \\
 P(0,1,s) &= H_{1,1,0,1} P(1,1,s) = \frac{\lambda_b}{s + \lambda_a + \lambda_b} P(1,1,s); \\
 P(1,0,s) &= H_{1,1,1,0} P(1,1,s) = \frac{\lambda_a}{s + \lambda_a + \lambda_b} P(1,1,s); \\
 P(0,2,s) &= H_{1,2,0,2} P(1,2,s) = \frac{2\lambda_b}{s + \lambda_a + 2\lambda_b} P(1,2,s); \\
 P(2,0,s) &= H_{2,1,2,0} P(2,1,s) = \frac{2\lambda_a}{s + 2\lambda_a + \lambda_b} P(2,1,s); \\
 P(3,3,s) &= \frac{1}{s} \left[ 1 - H_{3,3,2,3} - H_{3,3,3,2} \right] = \frac{1}{s} \left[ 1 - \frac{3\lambda_b + 3\lambda_a}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b} \right] = \frac{1}{s + 3\lambda_a + 3\lambda_b}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Разработанная вероятностная модель была реализована с использованием среды MathCAD для следующих исходных данных:  $\bar{T}_a = 7$  с;  $\bar{T}_b = 12$  с;  $t_0 = 80$  с. В соответствии с выражениями (16) были проведены расчеты и получены распределения финальных вероятностей численности сторон  $A$  и  $B$  при полной утрате численности противостоящей стороны (рисунок 6) и вероятностей того, что к моменту времени  $t_0 = 80$  с сторона  $A$  сохранит  $m$ , а сторона  $B$  –  $n$  единиц техники (рис. 7). Среднее значение численности стороны  $A$  при  $n = \overline{0, N}$  составило 1,4; 2,16; 2,17; 2,38, а дисперсия – 0,38; 1,2; 0,8; 0,38 соответственно. Анализ полученных результатов показывает более интенсивное снижение численности техники стороны  $B$ .

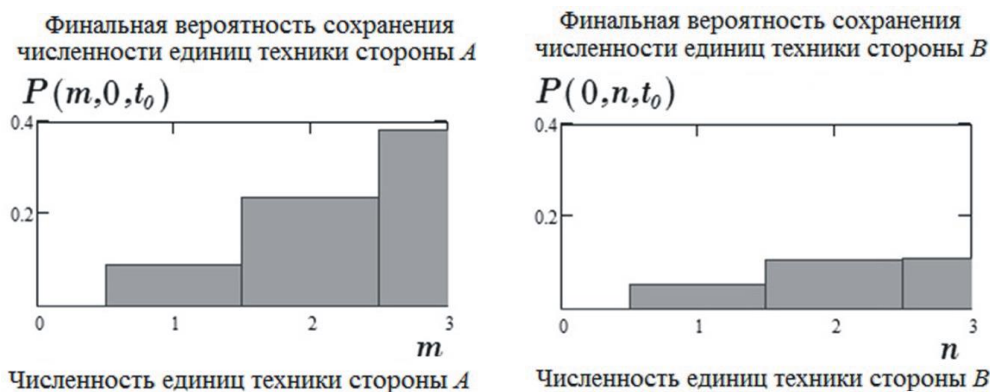


Рис. 6. Распределение финальных вероятностей сохранения численности сторон  $A$  и  $B$  при полной утрате численности противостоящей стороны

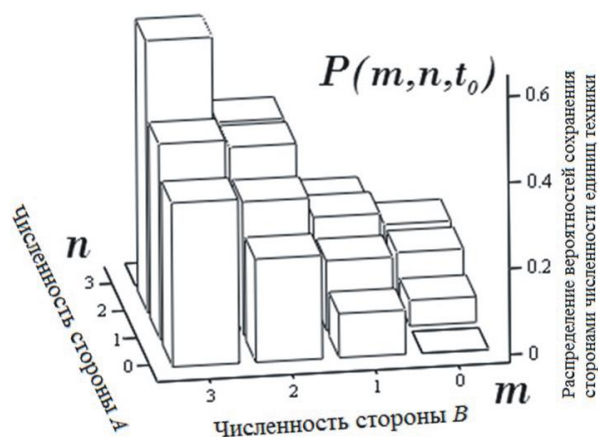


Рис. 7. Распределение вероятностей того, что к моменту времени  $t_0$  сторона  $A$  сохранит  $m$ , а сторона  $B$  –  $n$  единиц техники

### Выводы

На основе использования полумарковских процессов и матричного подхода предложен метод непосредственного представления процесса противоборства однородных малочисленных группировок ориентированным графом состояний, вершины которого отражают изменение численности противоборствующих сторон по убыванию в виде парных значений по каждому состоянию процесса, и его вероятностного описания с использованием передаточных функций, полученных в результате операторного преобразования интегродифференциальных уравнений, соответствующих направлениям нестационарного изменения состояний. проведены расчеты и получены распределения финальных вероятностей численности сторон  $A$  и  $B$  при полной утрате численности противостоящей стороны и вероятностей того, что по истечению 80 секунд сторона  $A$  сохранит  $m$ , а сторона  $B$  –  $n$  единиц техники

### Литература

1. Бобриков А. А. Оценка эффективности огневого поражения ударами ракет и огнем артиллерии: военно-теоретический труд. – СПб.: Галяя Принт, 2006. – 421 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М.: Сов. Радио, 1972. – 552 с.
3. Будников С. А., Гревцев А. И., Иванцов А. В., Кильдюшевский В. М., Козирацкий А. Ю., Козирацкий Ю. Л., Кущев С. С., Лысиков В. Ф., Паринов М. Л., Прохоров Д. В. Модели информационного конфликта средств поиска и обнаружения. Монография / под ред. Ю.Л. Козирацкого. – М.: Радиотехника, 2013. – 232 с.
4. Козирацкий Ю. Л., Донцов А. А., Иванцов А. В., Козирацкий А. Ю., Кусакин О. В., Кущев С. С., Лысиков В. Ф., Мазилев С. Л., Паринов М. Л., Прохоров Д. В. Модели пространственного и частотного поиска. Монография / под ред. Ю.Л. Козирацкого. – М.: Радиотехника, 2014. – 344 с.
5. Исламов В. К., Петрашко О. И. Модель оценки эффективности поражения объектов с применением разведывательно-ударных средств // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2017. № 6. С. 20-28.

6. Глушков А. Н., Дробышевский Н. В., Кулешов П. Е., Марченко А. В. Динамическая модель процесса защиты оптико-электронного средства от лазерного комплекса функционального поражения // Системы управления, связи и безопасности. 2018. № 3. С. 136-149.

7. Глушков А. Н., Кулешов П. Е., Дробышевский Н. В., Марченко А. В. Системный подход к обеспечению требуемой разведзащищенности оптико-электронных средств // Системы управления, связи и безопасности. 2018. № 4. С. 92-109.

### References

1. Bobrikov A. A. Ocenka effektivnosti ogneвого poragzhenia udarami raket i ognem artillerii. [Assessment of efficiency of fire defeat by blows of rockets and fire of artillery: military and theoretical work]. Moscow, Galerea Print Publ., 2006, 421 p. (in Russia)

2. Ventsel E. S. Issledovanie operaciy. [Research of operations]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1972. 552 p. (in Russia)

3. Budnikov S. A., Grevcev A. I., Ivancov A. V., Kil'dyushevskij V. M., Kozirackij A. Yu., Kozirackij Yu. L., Kushchev S. S., Lysikov V. F., Parinov M. L., Prohorov D. V. *Modeli informacionnogo konflikta sredstv poiska i obnaruzheniya. Monografiya* [Models of information conflict of search and detection tools. Monography]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2013. 232 p. (in Russian).

4. Kozirackij Yu. L., Doncov A. A., Ivancov A. V., Kozirackij A. Yu., Kusakina O. V., Kushchev S. S., Lysikov V. F., Mazilov S. L., Parinov M. L., Prohorov D. V. *Modeli prostranstvennogo i chastotnogo poiska. Monografiya* [Models of spatial and frequency search. Monography]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2014. 344 p. (in Russian).

5. Islamov V. K., Petrashko O. I. Model ocenki effektivnosti porazhenia ob'ektov s primeneniem razvedyvatel'no-udarnih grupp. [Model of assessment of efficiency of defeat of objects with application of prospecting and shock means]. *The information and measuring and operating systems*, 2017, no. 6, pp. 20-28 (in Russian).

6. Glushkov A. N., Drobyshevskij N. V., Kuleshov P. E., Marchenko A. V. Dynamic Model of Protection Process of an Optical-Electronic Means from a Laser Complex of Functional Damage. *Systems of Control, Communication and Security*, 2018, no. 3, pp. 136-149. Available at: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-03/07-Glushkov.pdf> (in Russian).

7. Glushkov A. N., Kuleshov P. E., Drobyshevskij N. V., Marchenko A. V. A system approach to ensuring the required intelligence protection of optical-electronic means. *Systems of Control, Communication and Security*, 2018, no. 4, pp. 92-109. Available at: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-04/05-Glushkov.pdf> (in Russian).

Статья поступила 11 марта 2019 г.

### Информация об авторах

*Козирацкий Юрий Леонтьевич* – заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор. Профессор кафедры радиоэлектронной борьбы (и технического обеспечения частей РЭБ). Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж). Область научных интересов: конфликтология в радиоэлектронной борьбе; развитие перспективных военных технологий информационного обеспечения радиоэлектронного поражения и радиоэлектронной защиты. E-mail: urleo@bk.ru

*Прохоров Дмитрий Владимирович* – кандидат технических наук, доцент. Доцент кафедры радиоэлектронной борьбы (и технического обеспечения частей РЭБ). Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж). Область научных интересов: конфликтология в радиоэлектронной борьбе; развитие перспективных военных технологий информационного обеспечения радиоэлектронного поражения и радиоэлектронной защиты. E-mail: dvp2201@rambler.ru

*Курьянов Игорь Юрьевич* – кандидат технических наук. Преподаватель кафедры радиоэлектронной борьбы (и технического обеспечения частей РЭБ). Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж). Область научных интересов: конфликтология в радиоэлектронной борьбе; развитие перспективных военных технологий информационного обеспечения радиоэлектронного поражения и радиоэлектронной защиты. E-mail: igku1@yandex.ru

*Говорухин Сергей Анатольевич* – кандидат технических наук. Заместитель начальника кафедры радиоэлектронной борьбы (и технического обеспечения частей РЭБ). Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж). Область научных интересов: конфликтология в радиоэлектронной борьбе; развитие перспективных военных технологий информационного обеспечения радиоэлектронного поражения и радиоэлектронной защиты. E-mail: gowor\_64@mail.ru

Адрес: 394064, Россия, г. Воронеж, Старых Большевиков, д. 54А.

---

### **Methodical approach to forming conflict models small groups of parties, providing increased accuracy of reflection of real processes**

Yu. L. Koziratsky, D. V. Prokhorov, I. Yu. Kuryanov, S. A. Govorukhin

***Problem definition.** Group battle models are widely used to assess the combat capabilities of groups of parties of various sizes and with different weapon systems. Currently, the method of medium dynamics has been widely developed, as a well-developed and very flexible mathematical apparatus, which allows describing a wide variety of combat situations. Thus, models based on Osipov-Lanchester equations are best known. An important limitation of this model is the large number of parties to the conflict. In this case, with a decrease in the number, a significant decrease in the accuracy of the simulation results also occurs. Such a*

deficiency is especially critical in the study of the processes of mutual complex (fire and electronic) destruction, when the numbers of the combat means of the parties are small. **Purpose of the work** is to develop a probabilistic model of the conflict of small groups that makes it possible to correctly evaluate the process of changing the numbers of the opposing sides through appropriate indicators. **The novelty of work** consists in representations of process of confrontation of uniform small groups with use of the transfer functions received as a result of operator transformation of the integral differential equations corresponding to the directions of non-stationary change of states. **Result:** the method of direct representation of process of confrontation of uniform small groups is offered by the focused state graph which tops reflect change of number of warring parties on decrease in the form of pair values on each condition of process, on the basis of use of semi-Markov processes and matrix approach. **Practical importance:** calculations are held and made the distributions of the final probabilities of the number of sides A and B were obtained with a complete loss of the number of the opposing side and the likelihood that after 80 seconds, side A would save and side B would be units of equipment.

**Key words:** methodical approach, conflict, model, small groups, intensity, damaging effects.

### Information about Authors

*Yury Leontyevich Koziratsky* – Dr. habil. of Engineering Sciences, professor. Professor of department of radio-electronic fight. Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh). Field of research: conflictology in radio-electronic fight; development of perspective military technologies of information support of radio-electronic defeat and radio-electronic protection. E-mail: urleo@bk.ru

*Dmitry Vladimirovich Prokhorov* – Ph.D. of Engineering Sciences, Docent. Docent of radio-electronic fight. Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh). Field of research: conflictology in radio-electronic fight; development of perspective military technologies of information support of radio-electronic defeat and radio-electronic protection. E-mail: dvp2201@rambler.ru

*Igor Yuryevich Kuryanov* – Ph.D. of Engineering Sciences. Teacher of department of radio-electronic fight (and technical providing parts of REB). Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh). Field of research: conflictology in radio-electronic fight; development of perspective military technologies of information support of radio-electronic defeat and radio-electronic protection. E-mail: igku1@yandex.ru

*Sergey Anatolyevich Govorukhin* – Ph.D. of Engineering Sciences. Deputy chief of department of radio-electronic fight. Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin Air Force Academy» (Voronezh). Field of research: conflictology in radio-electronic fight; development of perspective military technologies of information support of radio-electronic defeat and radio-electronic protection. E-mail: gowor\_64@mail.ru

Address: Russia, 394052, Voronezh, Staryh Bol'shevikov str., 54A.