

УДК 681.324

## Модель одномерной функции плотности вероятности речевых сигналов

Кропотов Ю. А.

**Постановка задачи:** Системы телекоммуникаций функционируют в условиях сложных помех. При проектировании телекоммуникационных систем аудиообмена необходимо владеть априорной информацией о статистических характеристиках сигналов. Также необходимо создание эффективных моделей сигналов и помех с пониженной погрешностью. В статье рассматривается одномерная функция плотности вероятности речевых сигналов. Разработан алгоритм гистограммной оценки одномерной функции плотности вероятности оцифрованных отсчетов речевых сигналов. Автором рассмотрено восстановление плотности вероятности речевых сигналов по эмпирическим данным. Проведена разработка аппроксимации распределения плотности вероятностей речевых сигналов многочленом по системе экспоненциальных функций. Рассматривается итерационный метод вычисления коэффициентов экспонент многочлена аппроксимации. **Используемые методы:** метод гистограммной оценки функции плотности вероятности, метод восстановления плотности вероятностей по эмпирическим данным, метод оптимизации, метод минимизации взвешенной функции невязки, метод последовательных итераций, методы локальной аппроксимации. **Результат:** Разработан рекуррентный алгоритм определения параметров многочлена по системе экспоненциальных функций. Данный алгоритм, предназначен для аппроксимации одномерных распределений плотности вероятности речевых сигналов. Его применение обеспечивает погрешность восстановления плотности вероятности менее 5 %.

**Ключевые слова:** модель функции, речевые сигналы, плотность вероятности, гистограммная оценка.

### Введение.

#### Алгоритм гистограммной оценки функции плотности вероятности оцифрованных отсчетов речевых сигналов

Одной из адекватных характеристик аналогового речевого сигнала является функция плотности вероятностей. Функция плотности вероятности отсчетов  $x(i)$  речевого сигнала имеет такой же вид и оценивается путем построения гистограммы по большому числу данных, полученных на заданном интервале времени [1] Предлагаемый алгоритм построения гистограммы по оцифрованным отсчетам  $n$ -разрядными двоичными числами на заданном интервале времени представлен выражением [2, 3]

$$P(x_i) = \frac{1}{N} \sum_{j=-2^n+1}^{2^n-1} \sum_{i=1}^N \delta_{x_i j}, \quad (1)$$

где  $P(x_i)$  – оценка вероятности выборки  $x_i$ ,

$x_i$  –  $i$ -я выборка, представленная номером уровня квантования,

$$x_i \in [-2^n + 1, 2^n - 1], \quad |x_{i,\max}| = 2^n - 1,$$

$N$  – число выборок в анализируемом сигнале,

$i$  – номер выборки в анализируемом интервале ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),

$j$  – номер интервала гистограммы для анализа числа попаданий в него  $x_i$ -тых выборок,  $j \in [-2^n + 1, 2^n - 1]$ ,

$n$  – разрядность двоичного числа, представляющего выборку  $x_i$  и представляющего номер интервала гистограммы,

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера, имеющий вид  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i = j, \\ 0, & \text{если } x_i \neq j. \end{cases}$

Гистограммы речевого сигнала, полученные по данным различного объема  $N$ , приведены на рис. 1 [4, 5]. Из них, в частности, следует, что при числе выборок менее 1000 ( $F_\sigma=11025$  Гц) гистограмма имеет изрезанный характер и необходимо увеличение интервала разбиения  $(n_{k-1}, n_k]$ , чтобы сгладить ее. При использованной величине интервала приемлемый уровень сглаживания гистограммы достигается при числе выборок более 10000 [4, 6]. Форма гистограмм в силу нестационарного характера речевого сигнала зависит, естественно, и от рассматриваемого фрагмента речи. Для различных фрагментов гистограммы могут значительно отличаться по форме. Гистограммы, приведенные на рис.1, соответствуют интервалам активности абонента. Погрешность гистограммной оценки сигнала можно представить нормой отклонения этой оценки от априорно известной плотности вероятностей. Норму при этом можно задать любым известным способом.

Абсолютная погрешность оценивания плотности вероятностей сигнала вводится формулой [4, 7]

$$\Delta = \frac{1}{2^{n+1}} \sum_{j=-2^n+1}^{2^n-1} |P_{x_j}^N - P_{x_j}|, \quad (2)$$

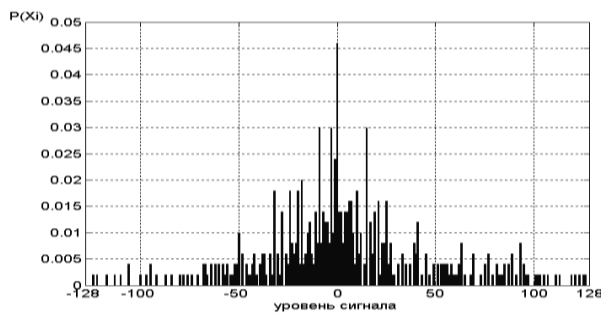
где  $P_{x_j}^N$  – гистограммная оценка вероятности случайной величины  $x_j$  при  $N$  выборках,  $P_{x_j}$  – действительная вероятность того, что величина  $x_j$  принадлежит интервалу  $(n_{k-1}, n_k]$  разбиения гистограммы. Если сигнал является стационарным, то ее можно получить экспериментально по большому числу данных, например, по выборке объемом  $K > 10^6$ ,

$N$  – число отсчетов в анализируемом интервале,  $N \leq K$ .

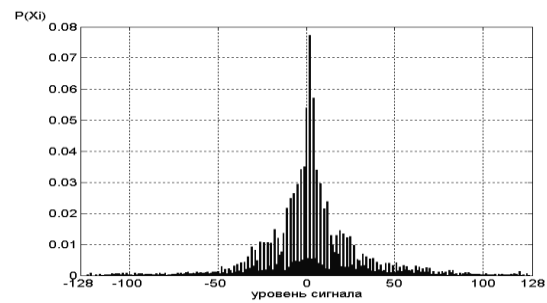
Соответственно, относительная погрешность  $\varepsilon$  определяется выражением [2, 5, 7]

$$\varepsilon = \frac{1}{2^{n+1}} \sum_{j=-2^n+1}^{2^n-1} \frac{1}{P_{x_j}} |P_{x_j}^N - P_{x_j}| \quad (3)$$

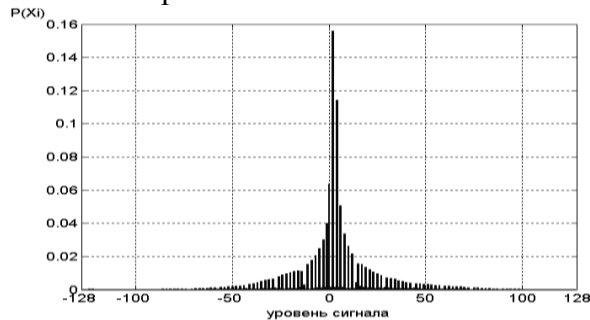
Анализ полученных результатов показал, что относительная погрешность гистограммной оценки одномерной плотности вероятностей речевого сигнала составляет менее 1% при числе выборок  $N \geq 0,5 \times 10^5$  и фиксированном периоде дискретизации  $T_D = 91 \cdot 10^{-6}$  с [2, 6]. При  $N=10^6$  относительная погрешность оценки  $\varepsilon < 0,3\%$ . Для достижения относительной погрешности 5 %, достаточно исследовать фрагмент речевого сигнала длительностью 0,299 секунды. При исследовании фрагментов речевого сигнала длительностью 30 мс и 100 мс, погрешность оценивания будет составлять 20% и 9% соответственно.



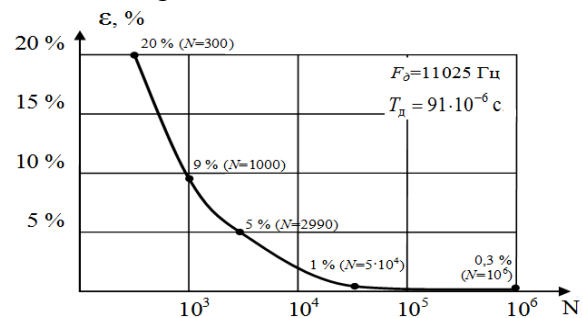
а. Интервал анализа – 500 отсчетов



б. Интервал анализа – 10000 отсчетов



в. Интервал анализа – 1000000 отсчетов



г. Зависимость погрешности гистограммной оценки от времени анализа  $t_a = T_d \cdot N$

Рис. 1. Гистограммы выборочных значений речевого сигнала и погрешность гистограммной оценки одномерной плотности вероятностей

### Восстановление плотности вероятностей речевого сигнала по эмпирическим данным

Аппроксимация полученной гистограммы может осуществляться различными способами. Помимо гамма-функции и функции Лапласа, при аппроксимации могут использоваться алгебраические и тригонометрические многочлены, многочлены по системам гауссовых и экспоненциальных функций [5, 6]. В случае алгебраических и тригонометрических многочленов, описываемых выражениями

$$\rho(x) = \sum_{k=0}^M a_k x^{M-k}, \quad (4)$$

$$\rho(x) = \sum_{k=0}^M (a_k \cos(k\alpha x) + b_k \sin(k\alpha x)), \quad (5)$$

задача аппроксимации заключается в нахождении их коэффициентов. Если параметр  $\alpha$  является известным, то задача нахождения коэффициентов многочленов (4) и (5) – это задача линейной регрессии (наименьших квадратов) [5, 8], которая решается посредством минимизации квадратичной функции потерь, представляющей невязку эмпирических данных и полученной на их основе оценки.

В общем случае функцию невязки можно записать в виде

$$Q(\theta) = \sum_{k=0}^M (\bar{f}(x_k, \theta) - P(x_k))^2,$$

где  $\bar{f}(x_k, \theta)$  – усредненная на  $k$ -ом интервале гистограммы оценка функции плотности вероятности  $f(x, \theta)$ , а  $\theta$  – вектор параметров, по которым осуществляется минимизация невязки, точнее, вектор коэффициентов  $p_k$ ,  $a_k$  и  $b_k$ , от которых многочлены зависят линейно.

При малой величине интервала гистограммы невязку можно также записать в виде

$$Q(\theta) = \sum_{k=0}^M (f(x_k, \theta) - P(x_k))^2.$$

Аналогичный вид невязки имеют и при аппроксимации гистограмм многочленами по системам гауссовых и экспоненциальных функций. При этом указанные многочлены описываются выражениями [5, 9]

$$\rho(x) = \sum_{k=1}^M A_k e^{-\frac{(x-C_k)^2}{B_k}}, \quad (6)$$

$$\rho(x) = \sum_{k=1}^M A_k e^{-\frac{|x-C_k|}{B_k}}. \quad (7)$$

Однако в этом случае задача минимизации невязки относится уже к задачам нелинейной регрессии, если только параметры  $B_k$  и  $C_k$  не заданы заранее. Методы нелинейной регрессии рассматриваются, например, в работах [8, 10].

Если восстанавливаемая функция плотности является гладкой, то, в принципе, заданную точность аппроксимации можно обеспечить с помощью любого многочлена из числа (4)–(5). Основной вопрос здесь состоит в выборе многочлена, имеющего наименьший порядок.

Негладкую функцию плотности можно с помощью метода локальной аппроксимации [8, 12] представить последовательностью многочленов вида (6)–(7), определенных на различных интервалах изменения аргумента. В точках сопряжения на них можно наложить дополнительные ограничения типа равенства. При этом на каждом из таких интервалов коэффициенты многочлена находятся посредством минимизации взвешенной функции невязки вида

$$Q_l(\theta) = \sum_{k=0}^M w(x_k - v_l) (\bar{f}(x_k, \theta) - P(x_k))^2,$$

где  $w(x)$  – весовая функция, определяющая окно используемых данных, и  $v_l$  – величина сдвига окна данных для  $l$ -интервала аппроксимации,  $l = 1, \dots, L$ . Полученная таким способом последовательность параметров  $\theta_l = \arg \min_{\theta} Q_l(\theta)$  решает задачу аппроксимации. Очевидно, что с помощью многочлена (7) негладкую функцию можно аппроксимировать и в целом.

Как уже отмечалось, чтобы быть плотностью вероятности многочлен  $f(x, \theta)$  должен быть неотрицательным, а его интеграл по области определения, равным единице. Параметры многочленов находятся в этом случае методами оптимизации с ограничениями.

Зависимости погрешности аппроксимации гистограммы речевого сигнала в целом от порядка многочленов (4)–(7) приведены на рис. 2. Погрешность определялась по формуле (3).

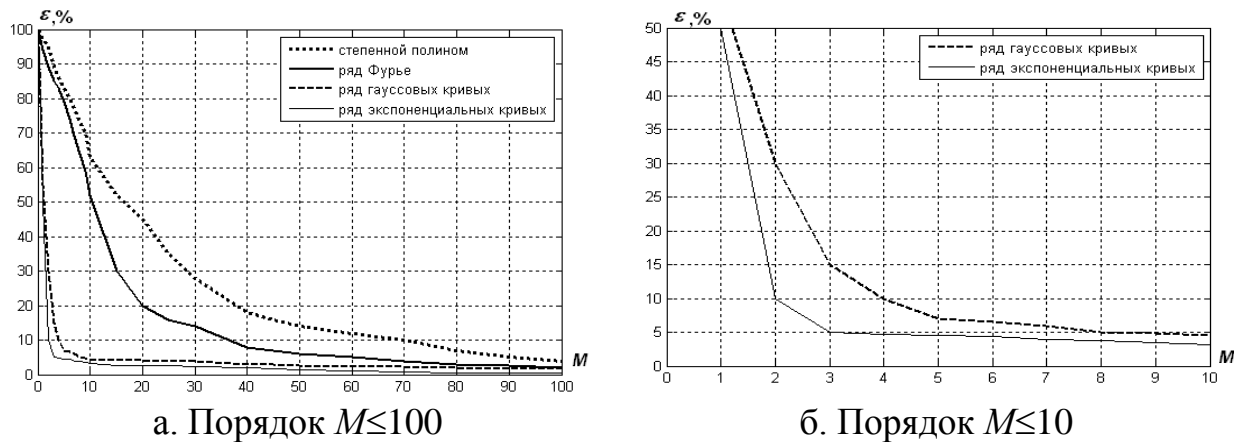


Рис. 2. Зависимости погрешности аппроксимации от порядка многочлена

Из рис. 2 видно, что погрешность аппроксимации  $\varepsilon \leq 5\%$ , если  $M \geq 90$  – при использовании степенного многочлена (4),  $M \geq 80$  – для тригонометрического многочлена (5),  $M \geq 8$  – в случае многочлена (6) по системе гауссовых кривых и  $M \geq 3$  – для многочлена (7) по системе экспонент. Относительная погрешность аппроксимации  $\varepsilon = 5\%$  сопоставима при этом с погрешностью построения гистограммы речевого сигнала, что позволяет не стремиться к большей точности аппроксимации.

Вычислительные ресурсы, необходимые для аппроксимации, зависят как от размерности вектора оцениваемых параметров, так и от характера задачи оптимизации, от того, как, линейно или нелинейно зависит от них функция потерь и от того, какие ограничения налагаются на аппроксимирующую функцию. Зависимости вычислительных затрат на аппроксимацию гистограммы речевого сигнала [11] от порядка многочленов для рассмотренных выше случаев приведены на рис. 3.

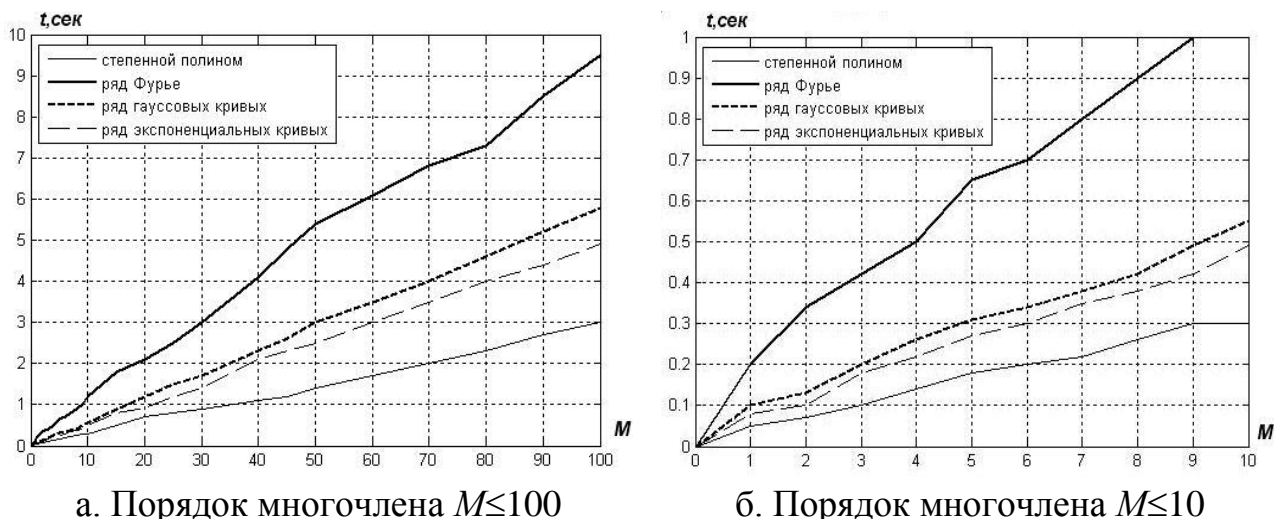


Рис. 3. Вычислительные затраты аппроксимации гистограммы речи

Из рис. 3. видно, что при заданной точности аппроксимации  $\varepsilon = 5\%$  предпочтение по вычислительным затратам следует отдать многочлену третьего порядка по системе экспоненциальных функций (7). Это обуславливает, в дальнейшем, аппроксимацию гистограмм речевых сигналов многочленами вида (7) порядка  $M = 3$  [9].

### Аппроксимация плотности вероятности речевых сигналов многочленом по системе экспоненциальных функций

Многочлен по системе экспоненциальных функций, используемый при восстановлении плотности вероятности, задается выражением

$$\rho(x) = \sum_{k=1}^M A_k e^{-\frac{|x-C_k|}{B_k}}, \quad (8)$$

где  $A_k, B_k, C_k$  – коэффициенты, значения которых с помощью соответствующего алгоритма находятся из условия максимальной точности аппроксимации имеющейся гистограммы многочленом (8) [4, 5, 6].

Пусть искомая плотность вероятности является симметричной и одномодальной функцией. Если к тому же принять, что все коэффициенты смещения  $C_k$  равны между собой, то они представляют собой математическое ожидание случайного процесса, оценка которого в предположении эргодичности описывается выражением [7]

$$C_k = \overline{x(nT)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)$$

При этом если из наблюдаемых данных вычесть оценку  $\overline{x(nT)}$  или принять в соответствии с исследованиями в [4], что  $\overline{x(nT)} \approx 0$  для речевых сигналов, то получится процесс с нулевым математическим ожиданием, а многочлен (8) примет вид

$$\rho(x) = \sum_{k=1}^M A_k e^{-\frac{|x|}{B_k}}$$

Коэффициенты  $A_k$  и  $B_k$  находятся методом последовательных итераций, начиная с коэффициентов  $A_M$  и  $B_M$  для  $M$ -й экспоненты, которая наиболее полно представляет гистограмму в области её значений близких, к нулю. Поэтому для составления пары уравнений, с помощью которых определяются  $A_M$  и  $B_M$ , берутся аргументы  $|x_{i_{\max}}|$  и  $|x_{i_{\max}-1}|$ , находящиеся в области  $P(x_k) < 0,05P(0)$ , то есть в области, где значение производной оценки плотности близко к нулю,  $f'(x, \theta) \approx 0$ .

При этом индексация аргументов  $i$  для экспоненты  $M$ -го порядка осуществляется по правилу  $i_{\max} = 2M - 1$ .

При определении параметров экспоненты порядка  $(M-1)$  значения индексов пары аргументов  $|x_i|$  и  $|x_{i-1}|$  определяется выражением  $i = 2(M-1) - 1$ , причем значения аргументов  $|x_i|$  и  $|x_{i-1}|$  для экспоненты  $(M-1)$ -порядка

необходимо выбирать в области наибольшего перегиба функции  $f(x, \theta)$ , а именно в области, где вторая производная экспериментальной гистограммы близка к максимальному значению, т.е.  $f''(x, \theta) \approx \max$  [7, 13].

Для определения параметров экспоненты первого порядка аргумент  $|x_1|$  выбирается в области, где экспериментальная гистограмма  $P(x_k)$  имеет максимальную крутизну подъема, то есть значение аргумента  $|x_1|$  находится в области значений, близких к нулю, и подчиняется условиям  $|x_1| > 0$  и  $|x_1| \approx 0$ . Значения аргумента  $x_0$  принимается равным нулю.

Выбор областей значений аргументов и правила их индексации при определении параметров экспонент иллюстрируется на рис. 4.

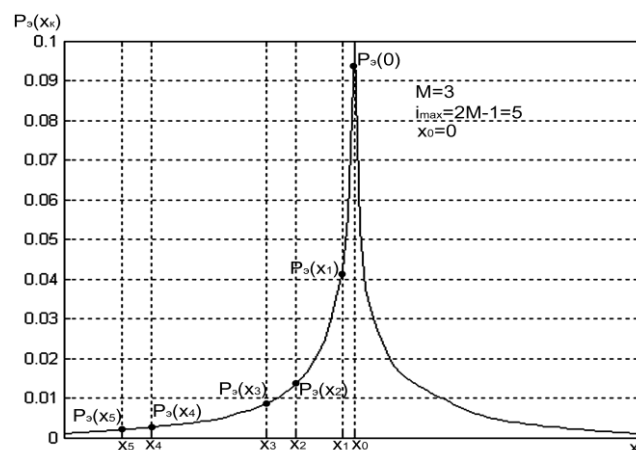


Рис. 4. Выбор и индексация аргументов  $x_i$  для определения параметров экспоненциальных функций

Процесс определения параметров начинается с предположения, что в аппроксимирующей функции имеет место только экспонента  $M$ -го порядка вида [7]

$$P(x_i) = A_M e^{-\frac{|x_i|}{B_M}}.$$

Значения параметров  $A_{M-1} \div A_1$  остальных экспонент принимаются равными нулю. Решая два уравнения для аргументов  $|x_{2M-1}|$  и  $|x_{2M-2}|$ , получаем

$$B_M = \frac{|x_{2M-2}| - |x_{2M-1}|}{\ln \frac{P(x_{2M-1})}{P(x_{2M-2})}}, \quad A_M = P(x_{2M-2}) e^{\frac{|x_{2M-2}|}{B_M}}.$$

Далее определяются параметры экспоненты  $M-1$  порядка, при этом также предполагается, что параметры  $A_{M-2} \div A_1$  экспонент ряда равны нулю. Таким способом определяются  $A_{M-1}$  и  $B_{M-1}$ , при аргументах  $|x_{2M-3}|$  и  $|x_{2M-4}|$ . Аппроксимирующая функция в этом случае имеет вид

$$P(x_i) = A_M e^{-\frac{|x|}{B_M}} + A_{M-1} e^{-\frac{|x|}{B_{M-1}}}. \quad (9)$$

Решая два уравнения относительно  $A_{M-1}$  и  $B_{M-1}$ , получаем

$$\left[ \frac{P(x_{2M-3}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-3}|}{B_M}}}{P(x_{2M-4}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_M}}} \right] = e^{\frac{|x_{2M-4}| - |x_{2M-3}|}{B_{M-1}}},$$

$$B_{M-1} = \frac{|x_{2M-4}| - |x_{2M-3}|}{\ln \left[ \frac{P(x_{2M-3}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-3}|}{B_M}}}{P(x_{2M-4}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_M}}} \right]},$$

$$A_{M-1} = \left[ P(x_{2M-4}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_M}} \right] e^{\frac{|x_{2M-4}|}{B_{M-1}}}$$

После определения  $A_{M-1}$  и  $B_{M-1}$  уточняются  $A_M$  и  $B_M$  решением уравнений с помощью выражения (9) для двух аргументов. Тогда уточненные значения  $A'_M$  и  $B'_M$  получаются с помощью следующих выражений:

$$B'_M = \frac{|x_{2M-2}| - |x_{2M-1}|}{\ln \frac{P(x_{2M-1}) - A_{M-1} e^{-\frac{|x_{2M-1}|}{B_{M-1}}}}{P(x_{2M-2}) - A_{M-1} e^{-\frac{|x_{2M-2}|}{B_{M-1}}}}}, \quad (10)$$

$$A'_M = \left[ P(x_{2M-2}) - A_{M-1} e^{-\frac{|x_{2M-2}|}{B_{M-1}}} \right] e^{\frac{|x_{2M-2}|}{B'_M}}.$$

С учетом уточненных значений параметров экспоненты  $M$ -го порядка уточняются параметры  $A_{M-1}$  и  $B_{M-1}$  экспоненты  $(M-1)$ -го порядка, с помощью выражений (10).

Процесс уточнения должен носить циклический характер до получения минимальной погрешности, определяемой выражением

$$\frac{P(x) - P'(x)}{P(x)} \leq \varepsilon_{\min}.$$

Затем определяются параметры  $A_{M-2}$  и  $B_{M-2}$  экспоненты  $(M-2)$  порядка. После получения вышеуказанных параметров, параметры экспонент  $M$ -го,  $(M-1)$ -го и  $(M-2)$ -го порядков уточняются методом циклических итераций до получения минимального значения погрешности.

В завершение определяются параметры последней экспоненты, экспоненты 1-го порядка, то есть определяются  $A_1$  и  $B_1$  с помощью выражения аппроксимирующей функции вида (9). При этом используется значение аппроксимирующей функции в граничных условиях, когда аргумент  $x_0=0$ . В этом случае выражение (9) принимает вид

$$P(0) = A_M + A_{M-1} + \dots + A_2 + A_1.$$



В этом уравнении неизвестным является только параметр  $A_1$ , поэтому получаем выражение для определения  $A_1$ :

$$A_1 = P(0) - A_M - A_{M-1} - \dots - A_2. \quad (11)$$

Далее составляем уравнение вида

$$P(x_1) = A_M e^{-\frac{|x_1|}{B_M}} + A_{M-1} e^{-\frac{|x_1|}{B_{M-1}}} + \dots + A_1 e^{-\frac{|x_1|}{B_1}},$$

которое решаем относительно  $B_1$  и получаем

$$B_1 = \frac{|x_1|}{\ln \left[ \frac{A_1}{P(x_1) - A_M e^{-\frac{|x_1|}{B_M}} - A_{M-1} e^{-\frac{|x_1|}{B_{M-1}}} - \dots - A_2 e^{-\frac{|x_1|}{B_2}} \right]}. \quad (12)$$

После вычисления параметров  $A_1$  и  $B_1$  все полученные параметры экспонент уточняются следующими выражениями:

$$B'_M = \frac{|x_{2M-2}| - |x_{2M-1}|}{\ln \left[ \frac{P(x_{2M-1}) - A_{M-1} e^{-\frac{|x_{2M-1}|}{B_{M-1}}} - \dots - A_1 e^{-\frac{|x_{2M-1}|}{B_1}}}{P(x_{2M-2}) - A_{M-1} e^{-\frac{|x_{2M-2}|}{B_{M-1}}} - \dots - A_1 e^{-\frac{|x_{2M-2}|}{B_1}}} \right]},$$

$$A'_1 = \left[ P(x_{2M-2}) - A_{M-1} e^{-\frac{|x_{2M-2}|}{B_{M-1}}} - \dots - A_1 e^{-\frac{|x_{2M-2}|}{B_1}} \right] e^{\frac{|x_{2M-2}|}{B'_M}},$$

$$B'_{M-1} = \frac{|x_{2M-4}| - |x_{2M-3}|}{\ln \left[ \frac{P(x_{2M-3}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-3}|}{B_M}} - A_{M-2} e^{-\frac{|x_{2M-3}|}{B_{M-2}}} - \dots - A_1 e^{-\frac{|x_{2M-3}|}{B_1}}}{P(x_{2M-4}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_M}} - A_{M-2} e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_{M-2}}} - \dots - A_1 e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_1}}} \right]},$$

$$A'_{M-1} = \left[ P(x_{2M-4}) - A_M e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_M}} - A_{M-2} e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_{M-2}}} - \dots - A_1 e^{-\frac{|x_{2M-4}|}{B_1}} \right] e^{\frac{|x_{2M-4}|}{B'_{M-1}}},$$

.....

$$B'_2 = \frac{|x_2| - |x_3|}{\ln \left[ \frac{P(x_3) - A_M e^{-\frac{|x_3|}{B_M}} - A_{M-1} e^{-\frac{|x_3|}{B_{M-1}}} - \dots - A_3 e^{-\frac{|x_3|}{B_3}} - A_1 e^{-\frac{|x_3|}{B_1}}}{P(x_2) - A_M e^{-\frac{|x_2|}{B_M}} - A_{M-1} e^{-\frac{|x_2|}{B_{M-1}}} - \dots - A_3 e^{-\frac{|x_2|}{B_3}} - A_1 e^{-\frac{|x_2|}{B_1}}} \right]},$$

$$A'_2 = \left[ P(x_2) - A_M e^{-\frac{|x_2|}{B_M}} - A_{M-1} e^{-\frac{|x_2|}{B_{M-1}}} - \dots - A_3 e^{-\frac{|x_2|}{B_3}} - A_1 e^{-\frac{|x_2|}{B_1}} \right] e^{\frac{|x_2|}{B'_2}}$$

Каждый цикл обеспечивает уточнение значений  $A_1$  и  $B_1$ . Эти параметры уточняются с помощью полученных выше выражений (11) и (12). Циклические итерации уточнений завершаются при достижении заданного значения погрешности аппроксимации. Пример аппроксимации плотности вероятности

многочленом порядка  $M=3$  для одной из реализаций речевого сигнала приведен на рис. 5.

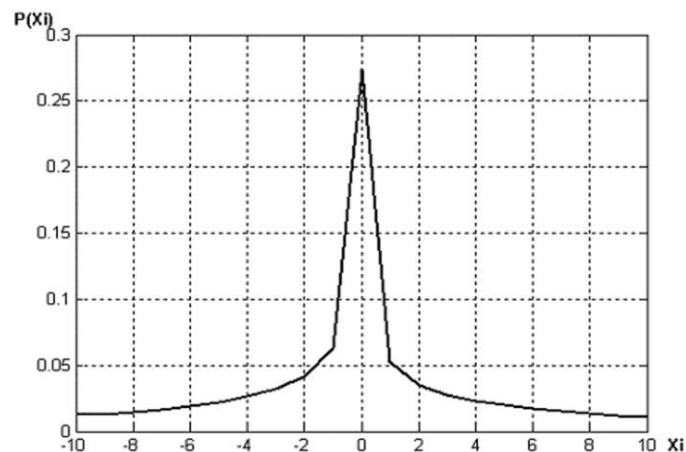


Рис. 5. Пример аппроксимации гистограммы многочленом третьего порядка по системе экспоненциальных функций при значениях параметров:

$$M=3, A_1 = 0.003135969, A_2 = 0.033715075, A_3 = 0.237038956, \\ B_1 = 9.647790078, B_2 = 7.739749293, B_3 = 0.47697697, \varepsilon \leq 5\%$$

### Выводы

1. Разработан алгоритм гистограммного оценивания одномерной функции распределения плотности вероятности дискретных отсчетов речевых сигналов.

2. Исследован вопрос необходимого объема выборки для получения гистограммной оценки одномерной функции распределения плотности вероятности с заданной погрешностью.

3. Установлено, что восстанавливаемая функция плотности вероятности является гладкой и может быть аппроксимирована многочленом по системе экспоненциальных функций с наименьшим порядком. В частности, проведенные исследования показали, что погрешность аппроксимации функции плотности вероятности отсчетов речевых сигналов вышеуказанным многочленом третьего порядка составляет не более 5%.

### Литература

1. Рабинер Л. Р., Шафер Р. В. Цифровая обработка речевых сигналов. – М.: Радио и связь. 1981. 496 с.

2. Кропотов Ю. А. Временной интервал определения закона распределения вероятности амплитуд речевого сигнала // Радиотехника. 2006. № 6. – С. 97–98.

3. Кропотов Ю. А. Аппроксимация закона распределения вероятности амплитуд речевого сигнала // 16 Международная конференция «Микроволновые и телекоммуникационные технологии» (CriMiCo). Севастополь. 2007. Т. 1. С. 422–425.

4. Кропотов Ю. А., Быков А. А. Погрешность при определении закона распределения вероятности амплитуд речевого сигнала // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: Межвуз. сб. науч. тр. / Под

ред. А.Н.Пылькина – М.: Горячая линия-Телеком, 2006. С. 70–74.

5. Кропотов Ю. А. Экспериментальные исследования закона распределения вероятности амплитуд сигналов системы передачи речевой информации // Проектирование и технология электронных средств. 2006. Т. 4. С. 37–42.

6. Кропотов Ю. А., Кульков Я. Ю. Аппроксимация закона распределения вероятности амплитуд речевого сигнала // Радиотехника. 2006. № 11. С. 63–65.

7. Кропотов Ю. А. Алгоритм определения параметров экспоненциальной аппроксимации закона распределения вероятности амплитуд речевого сигнала // Радиотехника. 2007. № 3. С. 44–47.

8. Кропотов Ю.А., Ермолаев В.А. Методы оптимизации в задачах локальной аппроксимации сигналов // В мире научных открытий. 2010. № 6.1 (12). С. 44–47.

9. Кропотов Ю. А., Быков А. А. Модель закона распределения вероятности амплитуд сигналов в базисе экспоненциальных функций системы передачи речевой информации // Проектирование и технология электронных средств. 2007. № 2. С. 30–34.

10. Ермолаев В. А. Об оценивании функций распределения и стабилизации характеристик случайных процессов релейными системами // Приборы и системы управления. 1997. № 4. С. 36–37.

11. Кропотов Ю. А., Быков А. А. Алгоритм подавления акустических шумов и сосредоточенных помех с формантным распределением полос режекции // Вопросы радиоэлектроники. 2010. Т. 1. № 1. С. 60–65.

12. Кропотов Ю. А., Быков А. А. Аппроксимация закона распределения вероятности отсчетов сигналов акустических помех // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2011. № 2. С. 61–63.

13. Ермолаев В. А., Кропотов Ю. А. О корреляционном оценивании параметров моделей акустических эхо-сигналов // Вопросы радиоэлектроники. 2010. №1. С. 46–50.

## References

1. Rabiner L. R., Schafer R. W. *Digital processing of speech signals*. Prentice Hall, 1978.

2. Kropotov Y. A. The Time Interval of a Definition the Regularity Distribution Probability Amplitudes of Speech Signals. *Radiotekhnika*, 2006, no. 6, pp. 97–98 (In Russia)

3. Kropotov Y. A. Approximation of the Laws of the Probability Distribution of the Amplitudes of the Speech Signal. *Proceedings of 16-th International Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Tecnology"*. Sevastopol, 2007, vol. 1, pp. 422–425 (In Ukraine).

4. Kropotov Y. A., Bykov A. A. Pogreshnost' pri opredelenii zakona raspredeleniia veroiatnosti amplitud rechevogo signala [The Error of Law in Determining the Probability Distribution of the Amplitude of the Speech Signal]. *Matematicheskoe i programmnoe obespechenie vychislitel'nykh system. Mezhdvuzovyi sbornik nauchnykh trudov* [Mathematical and software of computer systems].

Moscow, Gorjachaja linija-Telekom, 2006, pp. 70–74 (In Russia).

5. Kropotov Y. A. Experimental Study of the Law of Probability Distribution of the Signal Amplitudes of the Transmission of Voice Information. *Proektirovanie i tehnologija jelektronnyh sredstv*, 2006. № 4. pp. 37–42 (In Russia).

6. Kropotov Y. A., Kulikov Ya. Yu. The Approximation a Regularity Distribution Probability Amplitudes of Speech Signals. *Radiotekhnika*, 2006, no. 11, pp. 63–65 (In Russia).

7. Kropotov Y. A. The Algorithm of Definition of Parameters of a Exponential Approximation of the Law of Distribution of Probability of Amplitudes of a Speech Signal. *Radiotekhnika*, 2007, no. 3, pp. 44–47 (In Russia).

8. Kropotov Y. A., Ermolaev V. A. Optimization Methods in Tasks of the Local Signals Approximations. *In the World of Scientific Discoveries*, 2010, no. 6.1, pp. 44–47 (In Russia).

9. Kropotov Y. A., Bykov A. A. Model Law Probability Distribution of the Signal Amplitudes in the Basis of Exponential Functions of the Transmission of Voice Information. *Proektirovanie i tehnologija jelektronnyh sredstv*, 2007, no 2, pp. 30–34 (In Russia).

10. Ermolaev V. A. Ob otsenivanii funktsii raspredeleniia i stabilizatsii kharakteristik sluchainykh protsessov releinymi sistemami [Estimation of Distribution Functions and Stabilizing Characteristics of Random Processes Relay System]. *Pribory i sistemy upravlenija* [Instruments and Monitoring Systems], 1997, no. 4, pp. 36–37 (In Russia).

11. Kropotov Y. A., Bykov A. A. Algorithm of suppression of acoustic noise and the concentrated hindrances with formant band distribution rejection. *Voprosy radiojelektroniki*, 2010, vol. 1, no. 1, pp. 60–65 (In Russia).

12. Kropotov Y. A., Bykov A. A. Approximation of the distribution law of probability of countings of signals of acoustic noise interferences. *Radio and telecommunication systems*, 2011, no. 2, pp. 61–63 (In Russia)

13. Ermolaev V. A., Kropotov Y. A. On the correlation estimation of parameters of models of acoustic echo-signals. *Voprosy radiojelektroniki, serija OT*, 2010, no. 1, pp. 46–50 (In Russia).

Статья поступила 3 ноября 2015 г.

### Информация об авторе

*Кропотов Юрий Анатольевич* – доктор технических наук, профессор. Заведующий кафедрой «Электроники и вычислительной техники». Муромский институт (филиал) «Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевич Столетовых». Область научных интересов: телекоммуникационные информационно-управляющие системы. Тел.: +7(49234)772-72. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Адрес: Россия, 602264, г. Муром, ул. Орловская, д. 23.

## Model-Dimensional Probability Density Function of the Speech Signal

Y. A. Kropotov

**Purpose.** Telecommunications systems operate in complex interference. When designing telecommunication systems audio exchange necessary to possess a priori information on the statistical characteristics of the signals. It is also necessary to create effective models of signals and interference with reduced accuracy. The article deals with one-dimensional probability density function of speech signals. An algorithm for evaluation of the one-dimensional histogram of the probability density function of the digitized samples of speech signals. The author discussed the restoration of the probability density of speech signals from empirical data. Spend development approximating the probability density distribution of speech signals polynomial system of exponential functions. An iterative method for calculating the coefficients of the polynomial approximation of the exhibitor. **Methods.** Histogram method of evaluating the probability density function, the probability density recovery method from empirical data, optimization method, a method of minimizing the weighted residual function, method of successive iterations, the local approximation method. **Results:** We have developed a recursive algorithm for determining the parameters of a polynomial system of exponential functions. This algorithm is designed to approximate the one-dimensional probability density distribution of speech signals. Its use provides error recovery probability density of less than 5%.

**Key words:** model of function, speech signals, probability density, histogram evaluation.

### Information about Author

Yurij Anatolievich Kropotov – Dr. habil. of Technical Sciences, Professor. Head of Chair «Electronics and Computer Science». Murom Institute (branch) of the «Vladimir State University named after Alexander and Nickolay Stoletovs». Field of research: telecommunication information and control systems. Ph.: +7(49234)77272. E-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Address: Russia, 602264, Murom, st. Orlovskaya, h. 23.