УДК 519.711

Логико-алгебраический подход к моделированию конфликтов

Левин В. И.

Актуальность. *Конфликты присутствуют во всех областях деятельности человека, различные виды конфликтов, однако, все еще рассматриваются исследователями не как различные проявления одного и того же явления, а как различные процессы. В связи с этим сложились различные направления науки о конфликтах, характеризуемые своими подходами, моделями и методами. Однако во всех видах конфликтов есть нечто общее, позволяющее рассматривать их как одно и то же явление, несмотря на имеющиеся между ними различия. Это позволяет применять к изучению разнообразных конфликтов одни и те же подходы, модели и методы, тем самым открывая дорогу созданию единой теории конфликтов.* ***Цель статьи.*** *Целью является описание возможности построения единой теории взаимодействия систем различной природы, где имеется взаимодействие трех видов: конфликт, сотрудничество и нейтралитет. Построение такой теории использует единый подход, единую математическую модель, а также единые математические методы.* ***Метод.*** *Основным методом для достижения поставленной цели является математическое моделирование поведения изучаемых систем с помощью так называемых логических функций состояния. После этого путем совмещения функций состояния двух взаимодействующих систем строятся функция их совпадения и функция их расхождения. По значениям двух последних функций делается общее заключение о характере взаимодействия систем: конфликт, сотрудничество или нейтралитет.* ***Новизна.*** *Новизна состоит в том, что впервые показывается возможность единообразного математического моделирования процессов взаимодействия систем различной природы – социальных, экономических, политических и т.д. – с помощью аппарата алгебры логики.* ***Результат.*** *В статье, с использованием математического аппарата алгебры логики (булевой алгебры), разработан логико-алгебраический метод построения и вычисления функции совпадения и функции расхождения взаимодействующих систем. Составлен алгоритм, позволяющий путем анализа функций совпадения и расхождения взаимодействующих систем дать заключение о характере их взаимодействия – конфликт или сотрудничество.*

Ключевые слова: *конфликт, сотрудничество, нейтральность, алгебра логики, логическое изучение систем.*

Введение

Различные конфликты присутствуют практически во всех областях, с которыми связана деятельность человека: международные отношения, общество, его экономика, социальная сфера, природа, техника. Но различные виды конфликтов до сих пор воспринимаются исследователями не как различные проявления в принципе одного и того же явления, а как существенно разные процессы. В связи с этим современная наука о конфликтах развивается по различным направлениям, связанным отчасти с типами конфликтов, но в большей степени – с полученным образованием и опытом работы исследователя. В наибольшей степени сложилось 2 таких направления – гуманитарное и естественнонаучное. Гуманитарное направление использует традиционные качественные методы гуманитарных наук и зачастую направлено не столько на детальное изучение, сколько на способы практического разрешения психологических, педагогических, медицинских, этнических, юридических, религиозных, политических и иных подобных конфликтов [1]. Естественнонаучное направление использует математические модели и методы, сходные с используемыми в естественных и точных науках – математике, физике, биологии, кибернетике; оно направлено на детальное количественное изучение конфликтных ситуаций в технических, биологических, физических, информационных и других подобных системах. Отметим также, что непрестанно увеличивается число классов конфликтующих систем, к изучению которых привлекают методы обоих направлений. Таковы, например, социальные, исторические, человеко-машинные, экономические, производственные, управленческие и другие системы. Сюда же относятся и вооруженные конфликты в системах государств и внутри государства.

С конца 1990-х годов на базе естественнонаучного направления начали создаваться различные версии общей теории конфликта, различающиеся базовой концепцией и выбранными математической моделью и математическим аппаратом. Так, существует игровая теория конфликта в форме математической теории игр [2], структурная теория конфликта, построенная на основе структурно-параметрического представления конфликтующих систем [3], вероятностная теория конфликта, в которой степень конфликтности определяется с помощью аппарата теории вероятностей [4], дифференциальная теория конфликта, созданная на базе дифференциального и интегрального исчисления [5].

Известно, что множество классов систем, в частности, конфликтующих между собой систем, можно адекватно описывать в терминах математического аппарата алгебры логики [6–26]. Преимущества логического моделирования систем заключаются в конструктивности аппарата алгебры логики, наличии в нем эффективных вычислительных алгоритмов и легкости интерпретации получаемых с его помощью результатов. Все это делает целесообразным построение логической теории конфликта систем. Настоящая работа – первый шаг на пути построения указанной теории. Она содержит обзор основных результатов автора в данном направлении.

1. Постановка задачи

Для точного формулирования постановки задачи сначала рассмотрим несколько типичных систем различной природы.

1. Рассмотрим некоторую техническую систему, состоящую из основного устройства и n резервных устройств. Система запускается с работоспособным основным устройством, которое выполняет возложенную на систему функцию. При этом все резервные устройства отключены. По выходе основного устройства из строя включается 1-е резервное устройство, которое берет на себя возложенную на систему функцию. Аналогично, по выходе из строя 1-го резервного устройства функцию всей системы берет на себя 2-е резервное устройство и т.д. Пусть состояние основного устройства обозначается через x, где $x=1$, если устройство работоспособно, и $x=0$, если неработоспособно. Аналогично, обозначим состояние i-го резервного устройства $x_i, i=\overline{1,n}$, где $x_i=1$, если i-е устройство работоспособно, $x_i=0$ в противном случае. Далее, пусть состояние системы – величина y, где $y=1$, если система выполняет

возложенную на нее функцию, т.е. работоспособна, и $y=0$, если она не выполняет эту функцию (неработоспособна). Из описания работы следует, что система работоспособна, только если работоспособны основное устройство или хотя бы одно из n ее резервных устройств. Итак, функцию состояния системы $y=f(x,x_1,...,x_n)$, выражающую зависимость состояния y от состояний устройств $x,x_1,...,x_n$ в один и тот же произвольный момент времени, запишем в виде булевой логической функции

$$y=x\vee x_1\vee...\vee x_n. \quad (1)$$

Здесь $\vee$ означает логическую операцию булевой дизъюнкции. Булева логическая функция (1) представляет собой одномоментную (статическую) математическую модель функционирования описанной системы: она выражает одномоментное состояние всей системы y в виде суперпозиции логических операций дизъюнкции над состояниями в тот же момент $x,x_1,...,x_n$ всех ее устройств. Эту функцию будем называть функцией состояния системы. Из (1) видно, что $y=1$ только если $x=1$ или $x_1=1$ или ... или $x_n=1$, что полностью соответствует описанному условию работоспособности системы.

2. Рассмотрим экономическую систему, состоящую из n однотипных организаций по обслуживанию клиентов некоторого города (магазинов или банков или ремонтных мастерских и т.д.). Для определенности будем далее рассматривать систему магазинов. Каждый магазин имеет свой индивидуальный перечень предлагаемых товаров (продуктов). Однако множество A всех магазинов нашей системы $A_1,A_2,...,A_n$ должно обладать свойством полноты, в соответствии с которым клиент, посетив все магазины этого множества, гарантированно сможет приобрести все товары (продукты) из некоторого стандартного списка минимально необходимых товаров (продуктов). Кроме того, некоторые подмножества множества всех магазинов системы могут также обладать свойством полноты. Обозначим $x_i, i=\overline{1,n}$, действие клиента в отношении i-го магазина, где $x_i=1$, если клиент посещает этот магазин для покупки некоторой части стандартного списка необходимых товаров, и $x_i=0$, если не посещает. Пусть $\{A_{i_1},A_{i_2},...,A_{i_k}\}$ – некоторое полное подмножество магазинов с номерами $i=i_1,i_2,...,i_k$. Действия клиента в отношении этого подмножества магазинов, рассматриваемого как единое целое, можно описать в виде следующей логической функции $y=f(x_{i_1},...,x_{i_k})$

$$y=x_{i_1}\wedge x_{i_2}\wedge...\wedge x_{i_k}, \quad (2)$$

в которой $y=1$, если клиент посещает все магазины подмножества, приобретая при этом все необходимые товары, и $y=0$ – в противном случае, а x_i введены выше. Здесь $\wedge$ означает логическую операцию булевой конъюнкции. Из (2) видно, что $y=1$, только если $x_{i_1}=1$ и $x_{i_2}=1$ и ... и $x_{i_k}=1$, что полностью соответствует описанному условию работы выделенного подмножества магазинов. В дальнейшем знак $\wedge$ булевой конъюнкции для сокращения записи будет опущен. Булеву логическую функцию $y=f(x_{i_1},...,x_{i_k})$ вида (2) естественно называть частной функцией состояния произвольного клиента при выбранном полном подмножестве магазинов $\{A_{i_1},..., A_{i_k}\}$, поскольку она выражает зависимость состояния клиента, в смысле приобретения (неприобретения) им списка необходимых товаров, от посещения (непосещения) им всех магазинов выбранного полного подмножества магазинов. Однако клиент вправе выбрать для посещения любое полное подмножество имеющегося множества магазинов A (включая само множество A), поскольку все они эквивалентны в смысле возможности приобретения стандартного списка товаров. Отсюда следует, что полная возможность приобретения клиентом стандартного списка товаров во всем имеющемся множестве магазинов A есть теоретико-множественное объединение его частных возможностей приобретения указанного списка товаров в отдельных полных подмножествах множества A. Это означает, что, наряду с частными (2), существует также общая функция состояния произвольного клиента $y = f(x_1,..., x_n)$, выражающая зависимость состояния клиента, в смысле приобретения (неприобретения) им стандартного списка товаров, от посещения (непосещения) всех магазинов хотя бы одного полного подмножества магазинов $\{A_{i_1},..., A_{i_k}\}$ имеющегося множества магазинов $A = \{A_1,..., A_n\}$. Эта функция имеет вид

$$y = \bigvee_{\{i_1,...,i_k\}} (x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k}). \tag{3}$$

Дизъюнкция $\vee$ конъюнкций переменных $(x_{i_1},..., x_{i_k})$ в выражении (3) берется по всем наборам номеров магазинов $\{i_i,..., i_k\}$, которым соответствуют полные подмножества магазинов $\{A_{i_1},..., A_{i_k}\}$. Из (3) видно, что $y = 1$ (клиент выкупает весь стандартный перечень товаров), только в случае, если хотя бы для одного набора $\{i_i,..., i_k\}$ имеем $x_{i_1} = 1$, ..., $x_{i_k} = 1$ (т.е. клиент посещает все магазины хотя бы одного полного подмножества $\{A_{i_1},..., A_{i_k}\}$. Данное устройство общей функции состояния клиента системы магазинов соответствует описанным выше условиям функционирования системы. Поэтому булеву функцию (3), имеющую вид дизъюнкции конъюнкций (т.е. дизъюнктивной нормальной формы – ДНФ) можно считать статической математической моделью функционирования системы магазинов. Совершенно аналогично строятся статические математические модели других сходных экономических систем – банков, ремонтных мастерских и т.д.

3. Рассмотрим административную систему – Ученый совет, включающий председателя совета и n членов совета. Для простоты будем считать число n четным. Заседание совета правомочно, только если в нем участвует председатель совета и не менее половины членов. Обозначим состояние совета переменной y, где $y = 1$, если совет правомочен проводить заседание, и $y = 0$ в противном случае. Далее, пусть x_i – состояние i-го члена совета, где $x_i = 1$, если i-й член совета присутствует на заседании совета, и $x_i = 0$, если не присутствует. Аналогично вводим переменную x для обозначения состояния председателя: $x = 1$, если председатель присутствует на заседании совета, и $x = 0$, если не

присутствует. Из описания работы совета следует, что заседание совета правомочно $(y=1)$, только если $x=1$ и существует хотя бы один набор $\{x_{i_1},..., x_{i_{n/2}}\}$ из $n/2$ переменных x_i, где $x_{i_1}=1$, ..., $x_{i_{n/2}}=1$. Таким образом, функцию состояния системы $y=f(x,x_1,...,x_n\}$, выражающую зависимость состояния системы y от состояния председателя x и состояний рядовых членов $x_1,..., x_n$ в один и тот же произвольный момент времени можно представить в виде следующей булевой логической функции

$$y=x[\bigvee_{\{i_1,...,i_{n/2}\}}(x_{i_1}x_{i_2}...x_{i_{n/2}})]. \tag{4}$$

Дизъюнкция $\vee$ конъюнкций переменных $(x_{i_1},..., x_{i_{n/2}})$ в (4) вычисляется по всем возможным конъюнкциям, включающим каждая по $n/2$ переменных из множества $\{x_1,..., x_n\}$. Число этих конъюнкций

$$N=C_n^{n/2}=\frac{n!}{[(n/2)!]^2}. \tag{5}$$

Булева логическая функция вида (4) является статической математической моделью работы описанной выше административной системы – Ученого совета. Она выражает одномоментное состояние всей системы y в виде суперпозиции логических операций конъюнкции и дизъюнкции над состояниями в тот же момент времени $x, x_1,..., x_n$ элементов системы – председателя и членов Ученого совета. Из выражения (4) видно, что $y=1$, только если $x=1$ и хотя бы для одного набора $\{x_{i_1},..., x_{i_{n/2}}\}$ из $n/2$ переменных x_i выполняется $x_{i_1}=1$, ..., $x_{i_{n/2}}=1$. Это полностью соответствует описанным выше условиям работы нашей системы.

Из приведенных выше примеров можно заключить, что значительное число систем – технических, экономических, административных и т.д. (подробный список систем см. в [6–14, 17, 22, 24–26]) можно описать математически с помощью логической функции состояния, выражающей мгновенное состояние системы в произвольный момент времени t в виде суперпозиции логических операций над состояниями в этот же момент t элементов системы. Исследование каждой отдельной системы в терминах логической функции ее состояния позволило в свое время построить эффективную логическую теорию систем. С ее помощью можно успешно рассчитывать системы, анализировать и синтезировать их [6–13].

Задача данной работы состоит в том, чтобы распространить построенную логическую теорию отдельных систем на ситуацию взаимодействия систем. Такое распространение должно позволить изучать конфликты между системами как их отрицательное взаимодействие, а сотрудничество между ними – как положительное взаимодействие, используя для изучения тот же самый логический аппарат. В итоге должна быть создана логическая теория конфликта и сотрудничества систем, изучающая данные явления полностью формализованно с помощью математического аппарата алгебры логики. Разрабатываемая теория аналогична логической теории цифровых вычислительных устройств [19] и имеет все преимущества последней – конструктивность представления изучаемой системы, возможность формализованного проектирования и формализованной минимизации (упрощения) ранее спроектированной системы.

2. Математический аппарат

В качестве математического аппарата теории будем использовать алгебру логики [27], т.е. систему

$$L = (B; f_1, f_2, ...) , \tag{6}$$

где $B = \{0, 1\}$ – двоичное множество, а $f_1, f_2, ...$ – все возможные операции на множестве B, называемые логическими (булевыми) функциями. В этой алгебре любая n-арная операция f из (6) есть отображение $B^n \to B$, т.е. функция $y = f(x_1, ..., x_n)$ от n переменных, где $y, x_1, ..., x_n \in B$. Соответственно этому областью определения любой логической функции $y = f(x_1, ..., x_n)$ является множество всех n-местных двоичных наборов $(x_1, ..., x_n)$ значений аргументов x_i. Эти двоичные наборы имеют вид $(00...0), (00...1), ..., (11...1)$, их общее число равно 2^n. Областью значений любой логической функции f с любым набором аргументов x_i является само несущее множество $B = \{0, 1\}$.

Наборы $(x_1, ..., x_n)$, где $f = 1$, называются единичными, их совокупность образует единичное множество. Наборы $(x_1, ..., x_n)$, на которых $f = 0$, являются нулевыми, их совокупность образует нулевое множество.

Введенные только что булевы логические функции практически могут быть заданы 5 способами, которые различны по форме, но эквивалентны по содержанию. Перечислим эти способы.

Табличный способ: логическая функция задается так называемой таблицей истинности. Она имеет 2^n строк по числу наборов значений аргументов $(x_1, ..., x_n)$, n столбцов значений аргументов $x_1, ..., x_n$ и 1 столбец значений функции y. Каждому набору значений аргументов $(x_1, ..., x_n)$ в таблице соответствует свое значение функции y (см. пример табл. 1). В таблице истинности наборы $(x_1, ..., x_n)$ идут в лексикографическом порядке, т.е. в порядке возрастания наборов, рассматриваемых как двоичные числа.

Таблица 1 – Табличный способ задания логической функции

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графический способ: функция задается n-мерным единичным кубом, вершинам которого соответствуют различные возможные наборы значений аргументов $(x_1, ..., x_n)$, которым приписаны соответствующие значения функции

y. Наборы относительно вершин расставляются так, чтобы соседним вершинам соответствовали соседние (т.е. различающиеся одним элементом) наборы. Примеры задания логических функций с помощью графического способа показаны на рис. 1, 2.

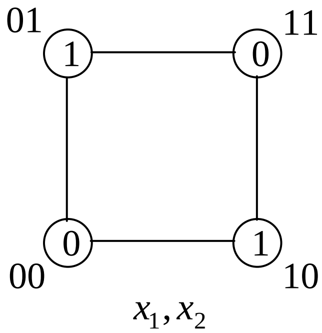

Рис. 1.

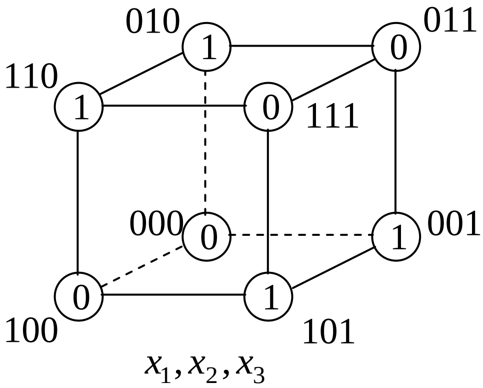

Рис. 2

Координатный способ: логическая функция задается картой Карно, имеющей 2^n клеток – по числу наборов значений аргументов. Каждая клетка определяется координатами строки и столбца. При этом все аргументы разбиваются на 2 группы так, что своими значениями одна группа задает координаты строки, а другая – координаты столбца. В любой клетке проставляется значение функции на данном наборе значений аргументов, состоящем из поднаборов, определяющих координаты строки и столбца, на пересечении которых стоит эта клетка.

Так, клетки называют единичными и нулевыми, в соответствии с проставленными в них значениями функции. Пример карты Карно дан в табл. 2, где представлена некоторая функция 4 переменных x_1, x_2, x_3, x_4. Заметим, что поднаборы x_1, x_2 и x_3, x_4 значений аргументов заданы в табл. 2 так, что соседним строкам и столбцам соответствуют соседние поднаборы.

Таблица 2 – Пример карты Карно

	x_3, x_4	00	10	11	01
x_1, x_2	00	1	0	1	1
	10	0	1	1	0
	11	1	0	0	1
	01	1	0	0	1

Числовой способ: булева логическая функция задается здесь множеством десятичных номеров единичных наборов значений аргументов. Так, присвоив двоичным аргументам x_1, x_2 соответственно веса $2^0, 2^1$, получим запись функции (рис. 1) в виде $f = \{1, 2\}_{x_1, x_2}$.

Аналитический способ: функция f задается формулой в виде суперпозиции нескольких более простых функций $f_1, \ldots, f_m$.

Тот или иной способ задания логических функций выбирается в зависимости от числа аргументов функции и вида решаемой задачи [27].

Выделяют логические функции одного и двух аргументов – так называемые элементарные функции. С помощью суперпозиции полных наборов этих функций можно строить любые логические функции от любого числа аргументов [6, 27]. Будем использовать булев полный набор $\{\vee, \wedge, \overline{}\}$, который включает 2-хместные логические функции дизъюнкцию $\vee$ и конъюнкцию $\wedge$ и одноместную функцию отрицание $\overline{}$, определяемые так:

$$
\begin{gathered}
x_1 \vee x_2 = \begin{cases} 1, \text{при } x_1 = 1 \text{ или } x_2 = 1, \\ 0, \text{при } x_1 = 0 \text{ и } x_2 = 0; \end{cases} \\
x_1 \wedge x_2 = \begin{cases} 1, \text{при } x_1 = 1 \text{ и } x_2 = 1, \\ 0, \text{при } x_1 = 0 \text{ или } x_2 = 0; \end{cases} \\
\bar{x} = \begin{cases} 1, \text{при } x = 0, \\ 0, \text{при } x = 1. \end{cases}
\end{gathered}
\tag{7}
$$

Дизъюнкция и конъюнкция (7) распространяются на любое число аргументов x_i. Чаще всего для экономии записи знак конъюнкции $\wedge$ опускают и вместо $x_1 \wedge x_2$ пишут $x_1 x_2$. Нам еще потребуются две специальные сложные логические функции F и Φ, конструируемые из двух любых логических функций f_1 и f_2 следующим образом

$$
F = \begin{cases} 1, \text{если } f_1 = f_2, \\ 0, \text{если } f_1 \neq f_2; \end{cases} \quad \Phi = \begin{cases} 1, \text{если } f_1 \neq f_2, \\ 0, \text{если } f_1 = f_2. \end{cases} \tag{8}
$$

При этом функцию F назовем функцией совпадения f_1 и f_2, а функцию Φ – функцией несовпадения (расхождения) f_1 и f_2. Из (7), (8) видно, что функции F и Φ можно выразить аналитически через функции f_1 и f_2 с помощью логических операций дизъюнкции, конъюнкции и отрицания (7):

$$
F = f_1 f_2 \vee \bar{f}_1 \bar{f}_2, \quad \Phi = f_1 \bar{f}_2 \vee \bar{f}_1 f_2. \tag{9}
$$

Кроме того, из выражений (7), (8) видно, что функции F и Φ взаимно обратны, т.е. каждая равна отрицанию другой

$$
F = \overline{\Phi}, \quad \Phi = \overline{F}. \tag{10}
$$

Будем использовать в дальнейшем две числовые характеристики логических функций: 0-норму N_0 и 1-норму N_1. Так, 0-норма логической функции n аргументов $y = f(x_1,..., x_n)$ есть отношение числа ее нулевых наборов к общему числу наборов. 1-нормой функции n аргументов $y = f(x_1,..., x_n)$ называется отношение числа ее единичных наборов к общему числу наборов. Поскольку общее число наборов значений аргументов функции $f(x_1,..., x_n)$ равно сумме чисел ее нулевых и единичных наборов, справедливо равенство

$$
N_0 + N_1 = 1. \tag{11}
$$

Для вычисления явной формы функций совпадения F и расхождения Φ можно использовать аналитический метод, работая по такому алгоритму.

Шаг 1. Записать аналитические представления функций f_1, f_2 (или привести эти функции к аналитическому представлению, если оно не было задано, используя общеизвестные методы приведения [27]).

Шаг 2. Подставить полученные на шаге 1 аналитические представления функций f_1, f_2 в формулы (9).

Шаг 3. Найденные начальные аналитические выражения функций F, Ф привести к стандартной форме (дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), конъюнктивная нормальная форма (КНФ) и т.д.), используя общеизвестные методы приведения [27].

Явную форму функций F и Ф можно найти также табличным методом, используя следующий алгоритм.

Шаг 1. Записать табличное представление функций f_1, f_2 (или привести их к табличному виду, если он не был задан, используя общеизвестные методы приведения к заданному виду [27].

Шаг 2. Получить табличное представление отрицаний функций $\bar{f}_1, \bar{f}_2$, для чего надо в таблицах истинности f_1, f_2 заменить значения $f_1 = 0,\ f_2 = 0$ на значения $f_1 = 1,\ f_2 = 1$ и наоборот.

Шаг 3. Найти табличное представление конъюнкций $f_1 f_2, \bar{f}_1 \bar{f}_2, f_1 \bar{f}_2, \bar{f}_1 f_2$, для чего следует в каждой клетке таблицы с данным набором значений аргументов обеих функций проставить значение 1, если обе функции, входящие в конъюнкцию, равны на этом наборе 1, и 0 в противном случае.

Шаг 4. Получить табличное представление двучленных дизъюнкций, а именно $f_1 f_2 \vee \bar{f}_1 \bar{f}_2$ и $f_1 \bar{f}_2 \vee \bar{f}_1 f_2$, для чего нужно в каждой клетке таблицы с некоторым набором значений аргументов обоих членов проставить значение дизъюнкции 0, если оба члена, входящих в дизъюнкцию, равны на данном наборе 0, и значение дизъюнкции 1, если хотя бы один из членов равен 1.

В результате выполнения шага 4 в соответствии с формулами (9) мы будем иметь табличные представления функций F и Φ.

Для подсчета 1-нормы и 0-нормы любой логической функции проще всего воспользоваться табличным алгоритмом: взять таблицу истинности этой функции, сосчитать в ней числа единичных и нулевых наборов значений аргументов и затем разделить их на общее количество наборов функции. При этом первый результат даст 1-норму, второй – 0-норму. Можно также использовать карту Карно функции; порядок действий при этом аналогичен предыдущему [19]. Еще один, аналитический способ подсчета норм логической функции основан на приведении ее к совершенной ДНФ (СДНФ) или совершенной КНФ (СКНФ). Приравняв каждую конъюнкцию аргументов в СДНФ к 1, найдем соответствующий набор значений аргументов функции; это и будет единичный набор. В итоге получим все единичные наборы; оставшиеся наборы, очевидно, будут нулевыми. Аналогично, приравняв каждую дизъюнкцию аргументов в СКНФ к 0, найдем соответствующий набор значений аргументов функции; это и будет нулевой набор. В итоге получим все нулевые наборы; оставшиеся наборы – единичные. Заметим, что для вычисления 1- и 0-норм логической функции не обязательно находить сами наборы – нужно лишь найти их число. Это легко установить по виду СДНФ или СКНФ; число коньюнкций в СДНФ есть число единичных наборов, а число дизъюнкций в СКНФ – число нулевых наборов.

3. Метод решения

Изложенный в п. 2 математический аппарат алгебры логики, вместе с хорошо разработанной методологией использования этого аппарата для проектирования цифровых вычислительных устройств [27], позволяют эффективно решить поставленную в п. 1 задачу разработки логико-алгебраической теории взаимодействия двух или нескольких систем.

Пусть есть две произвольные системы A_1 и A_2 одинакового назначения с одним и тем же числом элементов n, статическая математическая модель работы которых задается логическими функциями состояния $y = f_1(x_1,..., x_n)$ и $y = f_2(x_1,..., x_n)$. Эти функции представляют собой статические математические модели систем (п. 1), выражая одномоментное состояние системы y в виде суперпозиции операций дизъюнкции, конъюнкции и отрицания над состояниями в тот же момент времени $x_1,..., x_n$ элементов системы.

На основе двух систем A_1 и A_2 с функциями состояния f_1 и f_2 построим теперь две новые системы. Функция состояния f_c первой системы A_c определяется как функция совпадения F функций состояния f_1 и f_2 заданных систем. Систему A_c назовем системой совпадения заданных систем A_1 и A_2. Ее функция состояния

$$f_c = F(f_1, f_2) \qquad (12)$$

и может быть вычислена через известные функции состояния f_1, f_2 заданных систем A_1, A_2 по (9). Функция состояния f_p второй системы A_p определяется как функция расхождения Φ функций состояния f_1, f_2 заданных систем. Систему A_p назовем системой расхождения заданных систем A_1 и A_2. Ее функция состояния f_p, согласно сказанному, равна

$$f_p = \Phi(f_1, f_2) \qquad (13)$$

и может быть также найдена по уже известным функциям состояния f_1, f_2 заданных систем A_1, A_2 с использованием формулы (9). Основные практически полезные свойства, которыми обладают системы совпадения и расхождения можно сформулировать в следующем виде.

1. Система совпадения A_c систем A_1, A_2 находится в состоянии 1 тогда и только тогда, когда A_1 и A_2 находятся в одинаковых состояниях: 0 или 1. Другими словами, функция состояния f_c системы совпадения A_c равна 1 в тех и только тех случаях, когда функции состояния f_1, f_2 систем A_1 и A_2 принимают равные значения: $f_1 = f_2 = 1$ или $f_1 = f_2 = 0$.

2. Система расхождения A_p систем A_1, A_2 находится в состоянии 1 в тех и только тех случаях, при которых системы A_1 и A_2 находятся в различных состояниях: A_1 – в состоянии 1, A_2 – в состоянии 0 или наоборот. Иными словами, функция состояния f_p системы расхождения A_p равна 1 в тех и только тех случаях, когда функции состояния f_1 и f_2 систем A_1, A_2 принимают противоположные значения: $f_1 = 1,\ f_2 = 0$ или $f_1 = 0,\ f_2 = 1$.

Эти свойства позволяют сводить изучение отношений двух систем (сотрудничества или конфликта) к изучению свойств одной системы, а именно, системы совпадения исходных систем или системы их расхождения.

Пусть доля всех наборов аргументов $(x_1,..., x_n)$, на которых функции состояния $f_1(x_1,..., x_n)$ и $f_2(x_1,..., x_n)$ двух рассматриваемых систем A_1 и A_2 принимают различные значения, равна q. Тогда доля всех наборов аргументов, на которых эти функции принимают одинаковые значения, равна $r = 1 - q$. Введем пороговое значение q^* величины q, достаточно близкое к 1 (например, $q^* = 0{,}7$ или 0,8 или 0,9 и т.д.) и аналогичное пороговое значение r^* величины r. Будем говорить, что системы A_1 и A_2 находятся в отношении конфликта, если значение показателя q удовлетворяет условию

$$q > q^*, \tag{14}$$

и что системы A_1 и A_2 находятся в отношении сотрудничества, если фактическое значение показателя r удовлетворяет условию

$$r = 1 - q > r^*. \tag{15}$$

Таким образом, две системы считаются по определению конфликтующими, если доля случаев q, для которых эти системы находятся в противоположных состояниях (одна в состоянии 1, другая в состоянии 0), превышает пороговое значение q^*, близкое к единице.

Аналогично, две системы считаются по определению находящимися в состоянии сотрудничества, если доля случаев r, для которых эти системы находятся в одинаковых состояниях (обе в состоянии 1 или в состоянии 0), больше порогового значения r^*, близкого к единице.

Понятия конфликта и сотрудничества систем, введенные выше, можно обобщить следующим образом. Пусть q – доля всех наборов аргументов, на которых логические функции состояния f_1, f_2 двух систем A_1, A_2 принимают различные (противоположные) значения, а $r = 1 - q$ – доля наборов, на которых эти функции принимают одинаковые значения. Тогда можно говорить, что рассматриваемые системы A_1 и A_2 в степени q находятся в состоянии конфликта и в степени $r = 1 - q$ – в состоянии сотрудничества.

Введенное таким образом общее определение конфликта и сотрудничества систем отличается от предыдущего не только количественно – в нем нет количественных требований к параметрам систем q и r, но и качественно, поскольку здесь системы могут одновременно конфликтовать и сотрудничать.

Если параметры q и r удовлетворяют требованиям (14) и (15), данное общее определение переходит в предыдущее.

Теперь, наконец, мы можем дать общий, полностью формализованный метод вычисления с помощью введенного логико-алгебраического аппарата показателей конфликта и сотрудничества различных систем. Алгоритм указанного метода состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Для двух заданных систем A_1, A_2, имеющих логические функции состояния f_1, f_2, строим систему совпадения A_c. Построение заключается в вычислении функции состояния $f_c = F(f_1, f_2)$ системы A_c путем использования аналитического или табличного алгоритмов, изложенных в п. 2 настоящей статьи.

Шаг 2. Находим 1-норму N_1^c функции состояния f_c системы совпадения A_c двух заданных систем A_1, A_2. Для этого используем соответствующий табличный или аналитический алгоритмы, изложенные в п. 2. Согласно вышесказанному, вычисленное значение N_1^c равно доле случаев r (доле от числа всех наборов аргументов), в которых функции состояния f_1, f_2 рассматриваемых систем A_1, A_2 принимают одинаковые значения.

Шаг 3. Назначаем пороговое значение r^* параметра r, близкое к 1, при этом, если $r > r^*$, объявляем системы A_1, A_2 находящимися в отношении сотрудничества. Если же $r < 1 - r^*$, то объявляем системы A_1, A_2 находящимися в отношении конфликта. Если же $1 - r^* \le r \le r^*$, то объявляем системы A_1, A_2 нейтральными друг к другу.

Шаг 4 (используется вместо шага 3 при более широком понимании конфликта и сотрудничества систем). Объявляем системы A_1 и A_2 находящимися одновременно в отношении сотрудничества на величину показателя r и в отношении конфликта на величину показателя $q = 1 - r$.

Можно построить алгоритм анализа отношения двух систем A_1, A_2 с логическими функциями состояния соответственно f_1, f_2 на базе системы расхождения A_p этих систем. Данный алгоритм строится путем вычисления логической функции состояния $f_p = \Phi(f_1, f_2)$ системы A_p с помощью аналитического или табличного алгоритмов, изложенных в п. 2. Такой алгоритм анализа содержит те же 4 шага, что и предыдущий, и отличается лишь тем, что вычисляемая в нем на втором шаге 1-норма N_1^p функции состояния f_p показывает долю случаев q (долю от числа всех наборов аргументов), в которых функции состояния f_1, f_2 рассматриваемых систем A_1, A_2 имеют различные (противоположные) значения. Показатель q связан с показателем r, по которому анализировалось отношение систем A_1, A_2 в предыдущем алгоритме, формулой $q = 1 - r$.

Пример. Для приема вступительных экзаменов в некотором университете создано три комиссии из 4 человек каждая. Комиссия A_1 решает судьбу экзаменуемого большинством голосов. В случае равного числа голосов «ЗА» и «ПРОТИВ» большинство определяется голосом председателя. Приемная комиссия A_2 принимает положительное решение простым большинством голосов, когда председатель не обладает никаким преимуществом, так что в этом случае для принятия положительного решения экзаменуемый должен получить не менее 3 голосов «ЗА». Комиссия A_3 принимает решение модифицированным большинством голосов: в дополнение к правилу простого большинства голосов, ситуация равного числа голосов «ЗА» и «ПРОТИВ» трактуется в пользу экзаменуемого. Требуется установить отношения между тремя комиссиями в терминах «конфликт–сотрудничество».

Решение. Шаг 1. Вычисленные в соответствии с условиями задачи логические функции состояния f_1, f_2, f_3 систем A_1, A_2, A_3 даны в таблице 3. В этой таблице x_1, x_2, x_3 – состояния членов комиссии, x_4 – состояние председателя ($x_i = 1$ – голосование «ЗА», $x_i = 0$ – «ПРОТИВ»), f_1, f_2, f_3 – состояния комиссии ($f_i = 1$ – итог голосования – «ЗА», $f_i = 0$ – «ПРОТИВ»).

Строим системы совпадения $A_c^{1,2}, A_c^{1,3}, A_c^{2,3}$ для пар систем $A_1, A_2; A_1, A_3; A_2, A_3$, для чего с помощью табличного алгоритма из п. 1 вычисляем логические функции состояния $f_c^{1,2}, f_c^{1,3}, f_c^{2,3}$ этих систем совпадения. Эти функции состояния также показаны в таблице 3.

Таблица 3 – Значения функций состояния

x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	$f_c^{1,2}$	$f_c^{1,3}$	$f_c^{2,3}$	x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2	f_3	$f_c^{1,2}$	$f_c^{1,3}$	$f_c^{2,3}$
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Шаг 2. Найдем 1-нормы $N_1^{1,2}, N_1^{1,3}, N_1^{2,3}$ функций состояния $f_c^{1,2}, f_c^{1,3}, f_c^{2,3}$, используя соответствующий табличный алгоритм из п. 1. Найденные нормы дают нам следующие значения параметра $r^{i,j}$ – доли случаев, где функции состояния f_i, f_j систем A_i, A_j принимают одинаковые значения

$$N_1^{1,2} = r^{1,2} = 0{,}81, \quad N_1^{1,3} = r^{1,3} = 0{,}81, \quad N_1^{2,3} = r^{2,3} = 0{,}63.$$

Шаг 3. Выбираем пороговое значение r^* параметра r, равное $r^* = 0{,}8$, тогда, поскольку $r^{1,2} > r^*$ и $r^{1,3} > r^*$, а $1 - r^* \le r^{2,3} \le r^*$, то пары систем $(1, 2)$ и $(1, 3)$ надо считать находящимися в отношении сотрудничества, а пару $(2,3)$ – находящейся в нейтральном отношении.

Шаг 4. При более широком понимании конфликтов и сотрудничества систем мы можем объявить пару систем $(1,2)$ находящейся на $r^{1,2}=0{,}81$ в отношении сотрудничества и на $q^{1,2}=1-r^{1,2}=0{,}19$ в отношении конфликта. Так же, пару систем $(1,3)$ можно объявить находящейся на $r^{1,3}=0{,}81$ в отношении сотрудничества и на $q^{1,3}=1-r^{1,3}=0{,}19$ в отношении конфликта, а пару систем $(2,3)$ находящейся на $r^{2,3}=0{,}63$ в отношении сотрудничества и на $q^{2,3}=1-r^{2,3}=0{,}37$ в отношении конфликта.

Отношения сотрудничества, конфликта и нейтральности между системами, которыми в нашем случае являются различные комиссии по приему абитуриентов, нужно понимать соответственно как возможность, невозможность и проблематичность совмещения результатов работы этих комиссий.

Заключение

В работе показано, что различные возможные отношения – конфликт, сотрудничество и нейтральность – между системами различной природы, описываемыми по отдельности с помощью аппарата алгебры логики, можно успешно изучать с помощью этого же аппарата. Преимущество логико-алгебраического подхода к изучению отношений между системами проявляется в том же самом, что и при использовании этого подхода к изучению отдельных систем, а именно, в конструктивности аппарата алгебры логики, наличии в нем эффективных алгоритмов вычислений и легкости интерпретации получаемых с его помощью результатов.

Литература

1. Фишер Р., Юрии У. Путь к согласию или переговоры без поражения. М.: Наука, 1992. 158 с.

2. Нейман Дж., Моргенштерн О. Математическая теория игр. – М.: Наука, 1970. 707 с.

3. Сысоев В. В. Конфликт. Сотрудничество. Независимость. Системное взаимодействие в структурно-параметрическом представлении. М.: Изд-во Московской академии экономики и права, 1999. 151 с.

4. Светлов В. А. Аналитика конфликта. СПб.: Росток, 2001. 511 с.

5. Дружинин В. В., Конторов Д. С., Конторов М. Д. Введение в теорию конфликта. М.: Радио и связь, 1989. 288 с.

6. Левин В. И. Математическое моделирование социально-экономических процессов (автоматно-логические методы и модели). Пенза: Изд-во Пензенского технологического ин-та, 1997. 37 с.

7. Левин В. И. Теория автоматов и моделирование сложных систем. Пенза: Изд-во Пензенского гос. технического ун-та, 1995. 68 с.

8. Левин В. И. Автоматное моделирование в социологии: анализ группового поведения // Гуманитарные науки и современность. Вып. 1. Часть 2. Пенза: Изд-во Пензенского гос. технического ун-та, 1995. С. 151–156.

9. Левин В. И. Автоматные модели и методы в политологии: анализ поведения политических систем // Гуманитарные науки и современность. Вып. 2. Пенза: Изд-во Пензенского гос. технического ун-та, 1996. С. 113–128.

10. Левин В. И. Динамический автомат как модель динамического поведения социальных групп // Гуманитарные науки и современность. Вып. 3. Пенза: Изд-во Пензенского гос. технического ун-та, 1997. С. 227–244.

11. Левин В. И. Математическое моделирование систем с помощью динамических автоматов // Информационные технологии, 1997. № 9. С. 15–24.

12. Левин В. И. Математическое моделирование систем с помощью автоматов // Вестник Тамбовского ун-та. Серия: Естественные и технические науки, 1997. Т. 2. № 2. С. 63–72.

13. Левин В. И. Анализ социальных групп с помощью автоматной модели // Гуманитарные науки и современность. Вып. 4. Пенза: Изд-во Пензенского государственного технического ун-та, 1998. С. 9–16.

14. Левин В. И. Автоматная модель определения возможного времени проведения коллективных мероприятий // Известия РАН. Теория и системы управления, 1999. № 3. С. 85–96.

15. Левин В. И. Математическое моделирование Библии. Характеристический автоматный подход // Вестник Тамбовского ун-та. Серия: Естественные и технические науки, 1999. Т. 4. № 3. С. 353–363.

16. Левин В. И. Автоматное моделирование коллективных мероприятий // Автоматика и телемеханика, 1999. № 12. С. 78–89.

17. Левин В. И. Математическое моделирование потока исторических событий методами теории автоматов // Гуманитарные науки и современность. Вып. 5. Пенза: Изд-во Пензенского гос. техн. ун-та, 1999. С. 147–160.

18. Левин В. И. Математическое моделирование Библии. Характеристический подход // Гуманитарные науки и современность. Вып. 5. Пенза: Изд-во Пензенского гос. технического ун-та, 1999. С. 76–87.

19. Левин В. И. Введение в математическую библеистику. – Пенза: Изд-во Пензенского технологического ин-та, 1999. 30 с.

20. Левин В. И. Математическое моделирование библейской легенды о Вавилонском столпотворении // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки, 2001. Т. 6. № 2. С. 123–138.

21. Левин В. И. Математическое моделирование библейской истории о Вавилонском столпотворении и рассеянии народов // Внерациональные формы постижения бытия. – Ульяновск: Изд-во Ульяновского гос. технического ун-та, 2001, С. 62–74.

22. Левин В. И. Моделирование процессов образования коллектива из индивидуумов // Математическая морфология, 2001. Т. 3. № 3. С. 148–161.

23. Левин В. И. Математическое моделирование библейских событий // Наука, религия, общество, 2002. № 3. С. 56–64.

24. Левин В. И. Автоматное моделирование исторических процессов на примере войн // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. 2002. № 12. С. 93–101.

25. Левин В. И. Автоматное моделирование процессов возникновения и распада коллектива // Кибернетика и системный анализ, 2003. № 3. С. 92–101.

26. Левин В. И. Логико-математическое моделирование занятости // Импликативная алгебра выбора и непрерывная логика в прикладных задачах науки и техники. Труды Международной конференции «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике». Т. 2. – Ульяновск: Изд-во Ульяновского государственного технического ун-та, 2002. С. 45–51.

27. Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. – М.: Энергия, 1974. – 368 с.

References

1. Roger F., Ury W., Patton B. *Getting to Yes: Negotiating Agreement Without Giving In*. Harvard Negotiation Project, 1991. 158 p.

2. Von Neumann J., Morgenstern O. Theory of games and economic behavior. Oxford UP, 1953.

3. Sysoev V. V. *Konflikt. Sotrudnichestvo. Nezavisimost'. Sistemnoe vzaimodeistvie v strukturno-parametricheskom predstavlenii* [Conflict. Cooperation. Independence. System interaction in structural-Parametric Representation]. Moscow, Moskovskaia akademiia ekonomiki i prava Publ., 1999, 151 p. (in Russian).

4. Svetlov V. A. *Analitika konflikta* [Analyst Conflict]. Saint-Petersburg, Rostok Publ., 2001, 511 p. (in Russian).

5. Druzhinin V. V., Kontorov D. S., Kontorov M. D. *Vvedenie v teoriiu konflikta* [Introduction to the Theory of Conflict]. Moscow, Radio i Sviaz Publ., 1989, 288 p. (in Russian).

6. Levin V. I. *Matematicheskoe modelirovanie sotsial'no-ekonomicheskikh protsessov (avtomatno-logicheskie metody i modeli)* [Mathematical modeling of socio-economic processes (automata-logical methods and models)]. Penza, Penza State University Publ., 1997, 37 p. (in Russian).

7. Levin V. I. *Teoriia avtomatov i modelirovanie slozhnykh system* [Theory of Automata and Modeling of Complex Systems]. Penza, Penza state University Publ., 1995, 68 p. (in Russian).

8. Levin V. I. Avtomatnoe modelirovanie v sotsiologii: analiz gruppovogo povedeniia [Automata-Based Simulation in Sociology: Analysis of Group Behaviour]. *Gumanitarnye nauki i sovremennost'* [Humanities and Modernity], 1995, vol. 1, part 2, pp. 151-156 (in Russian).

9. Levin V. I. Avtomatnye modeli i metody v politologii: analiz povedeniia politicheskikh system [Automata Models and Methods in Political Science: Analysis of Behavior of Political Systems]. *Gumanitarnye nauki i sovremennost'* [Humanities and Modernity], 1996, vol. 2, pp. 113-128 (in Russian).

10. Levin V. I. Dinamicheskii avtomat kak model' dinamicheskogo povedeniia sotsial'nykh grupp [Dynamic Machine as a Model of the Dynamic Behavior of Social

Groups]. *Gumanitarnye nauki i sovremennost'* [Humanities and Modernity], 1997, vol. 3, pp. 227-244 (in Russian).

11. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie sistem s pomoshch'iu dinamicheskikh avtomatov [Mathematical modeling of systems with dynamic machines]. *Information Technologies*, 1997, no. 9, pp. 15-24 (in Russian).

12. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie sistem s pomoshch'iu avtomatov [Mathematical Modeling of Systems by Means of Automata]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Tambov University. Natural and technical Sciences], 1997, vol. 2, no. 2, pp. 63-72 (in Russian).

13. Levin V. I. Analiz sotsial'nykh grupp s pomoshch'iu avtomatnoi modeli [The Analysis of Social Groups Using Automata Models]. *Gumanitarnye nauki i sovremennost'* [Humanities and Modernity], 1998, vol. 4, pp. 9-16 (in Russian).

14. Levin V. I. An Automaton Model of Finding a Possible Time Interval for Collective Activities. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1999, vol. 38, no. 3, pp. 464-469 (in Russian).

15. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie Biblii. Kharakteristicheskii avtomatnyi podkhod [Mathematical Modeling of the Bible. Characteristic of Automata-Based Approach]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Tambov University. Natural and technical Sciences], 1999, vol. 4, no. 3, pp. 353-363 (in Russian).

16. LevinV. I. Automaton Modeling of Collective Procedures. *Automation and Remote Control*, 1999, vol. 60, no. 12, pp. 1791-1796 (in Russian).

17. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie potoka istoricheskikh sobytii metodami teorii avtomatov [Mathematical Modeling of the Flow of Historical Events Using the Theory of Automata]. *Gumanitarnye nauki i sovremennost'* [Humanities and Modernity], 1999, vol. 5, pp. 147-160 (in Russian).

18. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie Biblii. Kharakteristicheskii podkhod [Mathematical Modeling of the Bible. The Characteristic Approach]. *Gumanitarnye nauki i sovremennost'* [Humanities and Modernity], 1999, vol. 5, pp. 76-87 (in Russian).

19. Levin V. I. *Vvedenie v matematicheskuiu bibleistiku* [Introduction to Mathematical Biblical Studies]. Penza, Penza State University Publ., 1999, 30 p. (in Russian).

20. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie bibleiskoi legendy o Vavilonskom stolpotvorenii [Mathematical Modeling of the Bible Legend about Babel]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Tambov University. Natural and technical Sciences], 2001, vol. 6, no. 2, pp. 123-138 (in Russian).

21. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie bibleiskoi istorii o Vavilonskom stolpotvorenii i rasseianii narodov [Mathematical Modeling Biblical Stories about Babel and The Scattering of The Peoples]. *Vneratsional'nye formy postizheniia bytiia* [Non-Rational Forms of Comprehension of Life], 2001, pp. 62-74 (in Russian).

22. Levin V. I. Modelirovanie protsessov obrazovaniia kollektiva iz individuumov [Modeling of The Processes of Formation of Collective of

Individuals]. *Matematicheskaia morfologiia* [Mathematical Morphology], 2001, vol. 3, no. 3, pp. 148-161 (in Russian).

23. Levin V. I. Matematicheskoe modelirovanie bibleiskikh sobytii [Mathematical Modeling of Biblical Events]. *Science, Religion, Society*, 2002, no. 3, pp. 56-64 (in Russian).

24. Levin V. I. Avtomatnoe modelirovanie istoricheskikh protsessov na primere voin [Automata Modeling of Historical Processes on The Example of Wars]. *Radioelektronika. Informatika. Upravlenie*, 2002, no. 3, pp. 93–101 (in Russian).

25. Levin V. I. Automaton Modeling of Processes of Formation and Splitting of Collectives. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2003, vol. 39, no. 3, pp. 394-401 (in Russian).

26. Levin V. I. Logiko-matematicheskoe modelirovanie zaniatosti [Logical-mathematical modelling of employment]. *Implikativnaia algebra vybora i nepreryvnaia logika v prikladnykh zadachakh nauki i tekhniki. Trudy Mezhdunarodnoi konferentsii "Kontinual'nye algebraicheskie logiki, ischisleniia i neiromatematika v nauke, tekhnike i ekonomike»"* [Implicative algebra of continuous choice and logic in many applied problems of science and technology. Proc. of the International conference "Continual algebraic logics, calculi and neuromathematics in science, technology and the economy"]. Ul'ianovsk, 2002, vol. 2, pp. 45–51 (in Russian).

27. Pospelov D. A. *Logicheskie metody analiza i sinteza skhem* [Logical methods of analysis and synthesis schemes]. Moscow, Energiia Publ, 1974. 368 p. (in Russian).

Статья поступила 21 октября 2015 г.

Информация об авторе

Левин Виталий Ильич – доктор технических наук, профессор, Ph.D., Full Professor. Заслуженный деятель науки РФ. Пензенский государственный технологический университет. Область научных интересов: логика; математическое моделирование в технике, экономике, социологии, истории; принятие решений; оптимизация; теория автоматов; теория надежности; распознавание; история науки; проблемы образования. E-mail: vilevin@mail.ru.

Адрес: 440039, Россия, г. Пенза, пр. Байдукова/ул. Гагарина, д. 1а/11.

Logical-Algebraic Approach to Conflicts Modeling

V. I. Levin

Relevance. *Conflicts are present in all areas of human activity. However, different types of conflicts are still considered by researchers as different manifestations of the same phenomenon, and not as a different processes. In this regard, areas of the science of conflict are developed and characterized their approaches, models and methods. At the same time in all kinds of conflicts there is something common which allows us to consider all of conflicts as one phenomenon with their differences. It allows us to apply same approaches to the study of various conflicts, models and methods. This is opening the way for the creation of a unified theory of conflict.* ***The purpose.*** *The aim of the article is the description of the possibility of building a unified theory of interaction of systems of different nature, where the interaction of 3 types presents: conflict, cooperation, neutrality. When we constructed this theory we used a common approach, common mathematical model and common mathematical methods.* ***Method.*** *The primary method to achieve the goal is mathematical modeling of the behavior of the studied systems using logic functions of state. After that, by combining the functions of state of two interacting systems the functions of their similarities and differences are built. From the values of last two features we make a general conclusion about the nature of the interaction systems: conflict, cooperation or neutrality.* ***Novelty.*** *The novelty of the paper is that it shows for the first time the possibility of a uniform mathematical modeling of the interaction of various systems (social, economic, political, etc.) by the apparatus of the logic algebra.* ***Result****. In the article, using the mathematical apparatus of the Boolean algebra, we developed logical-algebraic method of constructing and evaluating the functions of convergence and divergence of interacting systems. An algorithm that allows to give an opinion on type of interaction (conflict or cooperation) by analyzing similarities and differences of functions of interacting systems.*

Keywords: *conflict, cooperation, neutrality, logic algebra, logical investigations of the systems.*

Information about Author

Vitaly Ilich Levin – Doctor of Technical Sciences, Full Professor. Honoured Scientist of Russia. Penza State Technological University. Field of Research: logic; mathematical modeling in technics, economics, sociology, history; decision making, optimization, recognition, automata theory, reliability theory, history of science, problems of education. E-mail: vilevin@mail.ru

Address: Russia, 440039, Penza, pr. Baydukova/Gagarin st., 1A/11.